Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 5, стр. 185 – 187 *10 сентября 1985 г.*

СИММЕТРИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР, ОСЕВЫЕ ТОКИ И КЕЛЬВИНОВСКИЕ ВОЛНЫ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ^{3}He.

Э.Б.Сонин, Н.В.Фомин

Проведена симметрийная классификация вихревых структур в ^{3}He. Рассмотрены кельвиновские волны для структур, допускающих осевые токи. При малых скоростях вращения сосуда $\vec{\Omega}$ и заданной длине волны частота колебаний имеет корневую зависимость от Ω, тогда как для структур без осевых токов (в частности, в ^{4}He) зависимость линейная.

При решении задач гидродинамики вращающейся сверхтекучей жидкости плодотворным оказался подход, основанный на использовании гидродинамических уравнений, усредненных на масштабах, значительно превышающих период вихревой решетки. Эта теория (ее называют макроскопической гидродинамикой) берет начало с работ Холла [1] и Бекаревича и Халатникова [2] для ^{4}He. На ее основе был выполнен анализ вихревых волн, распространяющихся вдоль вихрей в ^{4}He кельвиновских волн [3]. В дальнейшем макроскопическая гидродинамика была обобщена на случай, когда волны распространяются перпендикулярно вихрям (волны Ткаченко) или под некоторым углом к ним (см. последние работы [4, 5] и библиографию к ним).

Можно использовать макроскопическую гидродинамику вращающейся сверхтекучей жидкости и для описания сверхтекучих фаз ^{3}He. Но в ^{3}He приходится сталкиваться с гораздо большим числом возможных равновесных структур, чем в ^{4}He, в котором вращение приводит всегда к образованию треугольной решетки сингулярных вихревых линий. В частности, в *A*-фазе оказываются возможными периодические несингулярные вихревые структуры с непрерывным распределением ротора сверхтекучей скорости, которые исследовались, начиная с работы Воловика и Копнина [6].

В настоящем письме мы дадим систему линейных уравнений макроскопической гидродинамики для вихревых структур в ^{3}He, проведем симметрийную классификацию возможных вихревых структур, и на основе развитой теории проанализируем для некоторых классов симметрии спектр кельвиновских колебаний.

Запишем выражение для плотности энергии жидкости в гармоническом приближении для системы координат, движущейся с нормальной скоростью

$$E = (\rho_s)_{ij} \frac{v_{si} v_{sj}}{2} + \lambda_{ijkl} u_{ij} u_{kl} + \gamma_{ijk} v_i u_{jk} + E_0 . \qquad (1)$$

Здесь выделена часть энергии, связанная с параметром порядка. $\mathbf{v}_s$ – сверхтекучая скорость, усредненная по ячейке вихревой решетки; $u_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i)$ – компоненты тензора деформации, $\mathbf{u}$ – вектор смещения вихревой структуры, имеющий компоненты в плоскости перпендикулярной оси вращения, т. е. $u_z = 0$. Перекрестный член, со... щий $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{u}$, отсутствовал в ^{4}He. С ним связан вклад в сверхтекучий ток:

$$\lambda_i = \frac{\delta E}{\delta v_{si}} = (\rho_s)_{ij} v_{sj} + \gamma_{ijk} u_{jk}.$$

Выпишем теперь систему уравнений гидродинамики для режима с закрепленной ...мальной компонентой, когда $v_n = 0$. Этот режим легко осуществляется в ^{3}He из-з... большой вязкости, кроме того даже в ^{4}He кельвиновские колебания, рассматрива... ниже, не увлекают заметным образом нормальную компоненту.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \lambda = 0 \tag{3}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + [2\Omega, \mathbf{v}_L] = -\nabla \mu \tag{4}$$

$$\mathbf{v}_L = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \alpha_{\alpha\beta} (\vec{\lambda} + [2\vec{\Omega}, \mathbf{F}]/\Omega^2)_\beta , \tag{5}$$

где $\alpha_{\alpha\beta}$ – матрица 2×2, связывающая векторы в плоскости XY, а $\mathbf{F} = -(\delta E/\delta \mathbf{u})$ – упругая сила, действующая на вихри.

В нашей системе уравнений из диссипативных членов оставлено лишь взаимное трение, представленное компонентами тензора $\alpha_{\alpha\beta}$

Итак, уравнения гидродинамики записаны в тех же переменных, что и в случае ^{4}He [4], хотя в ^{3}He исходная гидродинамическая теория обычно выражается в других переменных, например, $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{l}$ для A-фазы. Очевидно, однако, что отклонения $\mathbf{l}$ от равновесной структуры являются функционалом от деформаций структуры, фигурирующих в нашей теории. В частности, вклад в ток $\vec{\lambda}$ (см. (2)), связанный с перекрестным членом γ, обусловлен орбитальным вкладом в ток $\mathbf{l}(\mathbf{l}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{l})$ после усреднения по ячейке вихревой структуры.

Для симметрийной классификации периодических вихревых структур воспользуемся магнитными группами, поскольку вихревые структуры представляют собой пространственные распределения токов и связанных с этими токами моментов, подобных по симметрии магнитным моментам в магнитных кристаллах. В макроскопической гидродинамике нет необходимости рассматривать полную группу симметрии вихревых структур, поскольку трансляции для макроскопического описания являются тождественным преобразованием. Тем самым мы приходим к классификации вихревых структур по магнитным кристаллическим классам в которых рассматриваются лишь точечные группы, дополненные преобразованием обращения времени [7]. Но не все магнитные классы возможны для двумерных вихревых структур. Ось вращения (вертикальная ось z) выделена, поэтому обращение времени R, отражение в вертикальной плоскости σ_v или σ_d и горизонтальная ось второго порядка U_2 невозможны как отдельные элементы симметрии, но могут встречаться в комбинациях $R\sigma_v$, $R\sigma_d$, RU_2. Мы не будем для простоты выписывать классы, содержащие элемент симметрии σ_h-отражение в горизонтальной плоскости. В ^{3}He-A, например, такие классы соответствуют тривиальным вихревым структурам с однородным $\mathbf{l}$, направленным вдоль оси вращения.

Ниже перечислен весь 21 класс симметрий, возможных для вихревых структур в ^{3}He (с учетом сделанной оговорки по поводу σ_h). В фигурные скобки заключены классы, которые не различаются для случаев тривиальных вихревых структур.

Косоугольная система: C_1; $\{C_2 ; C_i\}$.

Прямоугольная система: $\{C_{1v}(C_1); D_1(C_1)\}$; $\{C_{2v}(C_2); D_2(C_2); D_{1d}(C_i)\}$.

Квадратная система: $\{C_4; S_4\}$; $\{C_{4v}(C_4); D_4(C_4); D_{2d}(S_4)\}$.

Гексагональная система: C_3; $\{C_6; S_6\}$, $\{C_{3v}(C_3); D_3(C_3)\}$; $\{C_{6v}(C_6); D_6(C_6); D_{3d}(S_6)\}$.

Рассмотрим теперь кельвиновские колебания для симметрии, допускающей существование в равновесной вихревой структуре токов орбитального происхождения вдоль оси z. Таким свойством обладают структуры классов: C_n, $D_n(C_n)$. Ограничимся рассмотрением наиболее симметричных классов $(n > 2)$, когда

$$(\rho_s)_{ij} = \rho_s \delta_{ij}\,; \quad \alpha_{\alpha\beta} = \frac{1}{\rho_s}\left(1 - \frac{B'\rho_n}{2\rho}\right)\delta_{\alpha\beta} + \frac{\rho_n B}{2\rho\rho_s}\epsilon_{\alpha\beta z}\,; \quad \gamma_{zij} = \gamma\delta_{ij} + \tilde{\gamma}\epsilon_{ijz}\,.$$

Решая уравнения (3), (4) и (5) для плоской волны $v_s \sim v_L \sim e^{i(pz - \omega t)}$, получаем спектр кельвиновских волн:

$$\omega = \pm\left(1 - \frac{B'\rho_n}{2\rho} \mp i\frac{B\rho_n}{2\rho}\right)(\nu_s p^2 + 2\Omega + \gamma p). \tag{6}$$

Таким образом, в спектре кельвиновских волн появляются члены, линейные по p, отсутствовавшие в ^{4}He. В случае несингулярной вихревой структуры в ^{3}He-A единственным пространственным масштабом является период $b \sim \Omega^{-1/2}$ вихревой структуры, поэтому частота в (6) должна быть функцией от безразмерного параметра pb. Это означает, что $\gamma \sim \sqrt{\Omega}$. В экспериментах Холла [1] с колеблющейся стопкой дисков в ^{4}He наблюдались резонансы на кельвиновских волнах при фиксированных значениях p. Появление членов γp в спектре означает, что частоты холлловских резонансов при малых Ω должны расти как $\sqrt{\Omega}$, а не Ω, как в ^{4}He. Отсюда следует возможность сделать суждение о типе вихревой структуры по данным такого рода экспериментов. В частности, можно отличать решетки радиально-гиперболических вихревых пар (v вихри) и циркулярно-гиперболических вихревых пар (w вихри) [8]. Первая из них принадлежит классу $C_{1v}(C_1)$, а вторая – классу $D_1(C_1)$, поэтому осевые токи и члены $\sim \gamma p$ допустимы лишь для второй решетки.

Для наблюдения резонансов на кельвиновских волнах в ^{3}He нужны достаточно низкие температуры, поскольку экспериментально измеренные значения параметра B вблизи T_c оказались довольно большими [9].

Рассмотренная модификация спектра кельвиновских колебаний благодаря осевым токам возможна также и в B-фазе. Симметрийный анализ вихрей в B-фазе [10] показывает, что такие токи возможны для w и uvw-вихрей.

Авторы благодарны А.Ф.Андрееву, Г.Е.Воловику и В.П.Минееву за обсуждение результатов настоящей работы.

Литература

1. *Hall H.E.* Adv. Phys., 1960, **9**, 89.
2. *Бекаревич И.Л., Халатников И.М.*, ЖЭТФ, **40**, 920.
3. *Андроникашвили Э.Л., Мамаладзе Ю.Г., Цакадзе Д.С.* Физика сверхтекучего гелия. Часть 2. Тбилиси, Мецниереба, 1978.
4. *Baym G., Chandler E.* J. Low Temp. Phys., 1983, **50**, 57.
5. *Андреев А.Ф., Каган М.Ю.* ЖЭТФ, 1984, **86**, 546.
6. *Воловик Г.Е., Копнин Н.В.* Письма в ЖЭТФ, 1977, **25**, 26.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1978.
8. *Maki K., Zotos X.* Phys. Rev., 1984, **B31**, 145; *Seppälä H.K., Hakonen P.J., Krusius M. et al.* Phys. Rev. Lett., 1984, **52**, 1802.
9. *Hall H.E., Gammel P.L., Reppy G.D.* Phys. Rev. Lett., 1984, **52**, 1701.
10. *Salomaa M.M., Volovik G.E.*, Phys. Rev., 1985, **B31**, 203.

Поступила в редакцию
21 июня 1985г.
После переработки
23 июля 1985г.

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе
Академии наук СССР