Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 5, стр. 193 – 195 *10 сентября 1985 г.*

ЭЛЕКТРОННАЯ ТЕМПЕРАТУРА В КВАНТОВОЙ ЯМЕ. ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ОПТИЧЕСКИХ ФОНОНАХ

С.Э.Есипов, И.Б.Левинсон

Найдены критические концентрации электронов N_C^- и N_C^+, выше которых электронная температура в квантовой яме устанавливается ниже и выше порога испускания оптического фонона, соответственно. Для плотностей $N_C^- << N \lesssim N_C^+$ вычислена функция распределения вблизи порога, где она сильно отличается от максвелловской.

Для описания неравновесного электронного газа в полупроводниках часто используется электронная температура T_e, которая выше температуры решетки T. Перегрев $T_e - T$ находится из баланса $P = Q_L$, где P – энергия, поступающая в электронный газ от внешнего поля или световой накачки, а Q_L – энергия, отдаваемая фононам. Если существенно рассеяние на оптических фононах $\hbar\Omega_0$, вычисление Q_L не является тривиальным. Когда нет взаимодействия с фононами $\hbar\Omega_0$, фермиевское распределение $f_{T_e}(\epsilon)$ устанавливается уже при сравнительно малых плотностях электронов, как только $\tau_{ee} \ll \tilde{\tau}_A$, где τ_{ee} – время межэлектронного ee-рассеяния, а $\tilde{\tau}_A$ – время релаксации энергии на акустических фононах. Испускание фононов $\hbar\Omega_0$ обедняет распределение $f_{T_e}(\epsilon)$ выше порога $\epsilon = \hbar\Omega_0$, а ee-рассеяние, стремясь восстановить распределение $f_{T_e}(\epsilon)$ за счет потока через порог, обедняет распределение вблизи порога ниже его. Если $T_e \ll \hbar\Omega_0$, то искажение распределения "интегрально" слабое, так как оно затрагивает область, где электронов мало, однако в этой области фактическое $f(\epsilon)$ может сильно отличаться от $f_{T_e}(\epsilon)$. Между тем, именно область $\epsilon > \hbar\Omega_0$ определяет Q_L.

Вид $f(\epsilon)$ вблизи порога регулируется кинетическим уравнением

$$C_{ee}(f, f\,|\,\epsilon) - \Theta(\epsilon - \hbar\Omega_0) f(\epsilon)/\tau_0(\epsilon) = 0. \qquad (1)$$

Здесь C_{ee} – интеграл ee-столкновений, Θ – ступенчатая функция, τ_0 – время испускания фонона $\hbar\Omega_0$. В C_{ee} входит вероятность ee-рассеяния $W_{ee}(f\,|\,\epsilon \to \epsilon')$, функционально зависящая от f. Так как искажение $f(\epsilon)$ интегрально мало, то W_{ee} можно вычислять, полагая $f = f_{T_e}$. Для $3D$-газа такая задача решалась в [1-3]. В связи с измерениями T_e в квантовых ямах [4-7], мы сочли актуальным найти $f(\epsilon)$ и Q_L для невырожденного $2D$-газа. В последнем случае задача оказывается намного сложней, ибо, как будет показано, в $2D$-газе C_{ee} не допускает дифференциального представления Фоккера – Планка, аналогичного полученному Ландау [8] для $3D$-газа.

В дальнейшем считается, что все электроны находятся на нижнем уровне ямы E_1 и имеют энергии $\epsilon = \hbar^2 k^2/2m$ меньше расстояния до следующего уровня E_2. Тогда

$$W_{ee}(\epsilon \to \epsilon') =$$

$$= \frac{4\pi^{3/2}\hbar^3 E_B N}{L^2 (m T_e)^2} |\omega|^{-3/2} e^{\omega/2} \int_{\gamma}^{\gamma^{-1}} \frac{du}{u^2} \left[(u^2 - \gamma^2)\left(\frac{1}{\gamma^2} - u^2\right)\right]^{-1/2} \exp\left\{-\frac{|\omega|}{4}\left(u^2 + \frac{1}{u^2}\right)\right\}. \qquad (2)$$

Здесь L – нормировочный размер, E_B – боровская энергия, $\omega = (\epsilon - \epsilon')/T_e$, $\gamma = |(k - k')/(k + k')|^{1/2}$, N – $2D$ – плотность электронов.

Вычисляя с помощью (2) мощность потерь $Q_{ee}(\epsilon)$ при $T_e = 0$ и представляя ее в виде $\epsilon/\tau_{ee}(\epsilon)$, находим

$$1/\tau_{ee}(\epsilon) = \pi^2 \hbar E_B N / m\epsilon. \qquad (3)$$

Прямой расчет дает

$$\frac{1}{\bar{\tau}_A(\epsilon)} = \frac{1}{\bar{\tau}_A}\,\frac{2m s^2}{\epsilon}$$

$$\frac{1}{\bar{\tau}_A} = \frac{\alpha}{(p_0 d)^3}\,\frac{1}{\bar{\tau}_{DA}} + \frac{\beta}{p_0 d}\,\frac{1}{\bar{\tau}_{PA}}\,. \tag{4}$$

Здесь s – скорость звука, $\hbar^2 p_0^2 = 2m\,\hbar\Omega_0$, $\bar{\tau}_{DA}$, $\bar{\tau}_{PA}$ – номинальные времена деформационного и поляризационного рассеяния [9], α и β – форм-факторы (для прямоугольной ямы с бесконечно высокими стенками $\alpha = \pi^3/2$, $\beta = 3\pi/4$). Сравнивая (3) и (4) видим, что ниже порога вдали от него распределение $f_{T_e}(\epsilon)$, устанавливается, если $N \gg N_C^-$, где,

$$N_C^- = \frac{p_0^2}{2\pi^2}\,\frac{E_B/\hbar}{\bar{\tau}_A}\,\frac{2ms^2}{\hbar\Omega_0}\,. \tag{5}$$

В (1) существенна область $|\epsilon - \hbar\Omega_0| \ll \hbar\Omega_0$, где $\tau_0(\epsilon)$ от ϵ не зависит, а W_{ee} (2) принимает вид

$$W_{ee}(\epsilon\to\epsilon') = \frac{1}{\bar{\tau}_{ee}}\,\frac{4\pi^{-1/2}}{L^2 p_0^2}\left(\frac{T_e}{\hbar\Omega_0}\right)^{-3/2} e^{\omega/2}|\omega|^{-1} K_1\!\left(\frac{1}{2}|\omega|\right), \tag{6}$$

где K_1 – функция Макдональда, $\bar{\tau}_{ee} = \tau_{ee}(\epsilon = \hbar\Omega_0)$. Из (6) видно, что $W_{ee} \sim |\omega|^{-2}$ при $\omega \to 0$. При такой кулоновской сингулярности все моменты вероятности W_{ee} сходятся, и разложение по моментам не может быть оборвано. (Напомним, что в $3D$ первые два момента расходятся и после обрезания сингулярности пропорциональны большому кулоновскому логарифму, в то время как более высокие моменты сходятся). Поэтому уравнение (1) – существенно интегральное, оно решается методом Винера – Хопфа.

После перехода к переменной $t = (\epsilon - \hbar\Omega_0)/T_e$ уравнение (1) содержит один безразмерный параметр

$$\lambda = \pi^{-1/2}(\tau_0/\bar{\tau}_{ee})(T_e/\hbar\Omega_0)^{-1/2} \equiv N/N_C^+, \tag{7}$$

причем видно, что при $\lambda \gg 1$ получается $f(\epsilon) \approx f_{T_e}(\epsilon)$. Таким образом

$$N_C^+ = \frac{p_0^2}{2\pi^{3/2}}\,\frac{E_B/\hbar}{\tau_0}\left(\frac{T_e}{\hbar\Omega_0}\right)^{1/2} \tag{8}$$

есть та критическая плотность, выше которой распределение является максвелловским для всех ϵ. Если же $\lambda \ll 1$, то

$$\frac{f(\epsilon)}{f_{T_e}(\epsilon = \hbar\Omega_0)} = \begin{cases} (2\lambda)^{1/2}, & |t| \ll \lambda \\ 2\pi^{-1/2}\lambda t^{-1/2} e^{-t}, & t > 0,\ t \gg \lambda \\ e^{-t}\,\mathrm{erf}|t|^{1/2}, & t < 0,\ |t| \gg \lambda \end{cases}\,. \tag{9}$$

Отсюда видно, что ниже порога функция распределения $f(\epsilon)$ искажена в области ширины T_e. Выше порога $f(\epsilon)$ всюду сильно отличается от $f_{T_e}(\epsilon)$, число электронов выше порога в λ раз меньше. Глубина проникновения электронов в область $\epsilon > \hbar\Omega_0$ порядка T_e, что превышает соответствующую глубину для $3D$ [2, 10]. Это происходит несмотря на то, что в $2D$ порог испускания фонона $\hbar\Omega_0$ более жесткий чем в $3D$ (ступенька вместо квадратного корня), так как в $2D$ поступление электронов в область $\epsilon > \hbar\Omega_0$ идет не путем диффузии через порог, а путем заброса из области $\epsilon < \hbar\Omega_0$ с "большой" передачей $\epsilon' - \epsilon \simeq T_e$. Мощность потерь на оптических фононах в расчете на один электрон есть

$$Q_L = \frac{\hbar\Omega_0}{\tau_0}\, e^{-\hbar\Omega_0/T_e}\,\Phi(\lambda). \tag{10}$$

Общее выражение для $\Phi(\lambda)$ весьма громоздко. Его асимптотики

$$\Phi(\lambda) = \begin{cases} 2\lambda, & \lambda \ll 1 \\ 1 - (\pi\lambda)^{-1}, & \lambda \gg 1 . \end{cases} \qquad (11)$$

В заключение приведем некоторые оценки для ямы шириной $d = 150$ Å в GaAs, когда $E_2 - E_1 = 2\hbar\Omega_0$. Используя $\tau_0 = (2/\pi)\bar{\tau}_{PO}$ [11], где $\bar{\tau}_{PO}$ – номинальное время рассеяния на LO-фононах [9], из (8) при $T_e = 20$К получаем $N_C^+ \approx 2\cdot 10^{11}$ см$^{-2}$, а из (5) – $N_C^- \approx 3\cdot 10^{6}$ см$^{-2}$. Время установления $T_e = 20$К при $N = 10^{10}$ см$^{-2}$ составляет 0,2пс.

Литература

1. *Левинсон И.Б., Мажуолите Г.Э.* ФТП, 1967, **1**, 556.
2. *Гельмонт Б.Л., Лягушенко Р.И., Яссиевич И.Н.* ФТТ, 1972, **14**, 533.
3. *Leburton J.P., Hess K.* Phys. Lett., 1983, **99 A**, 335.
4. *Shank C.V., Fork R.L., Yen R., Shah J., Green B.I., Cossard A.C., Weisbush C.* Solid St. Comm., 1983, **47**, 981.
5. *Shah J., Pinczuk A., Stormer H.L., Gossard A.C., Wiegmann W.* Appl. Phys. Lett., 1984, **44**, 322.
6. *Ryan J.F., Taylor R.A., Turberfield A.J., Maciel A., Worlock J.M., Gossard A.C., Wiegmann W.* Phys. Rev. Lett., 1984, **53**, 1841.
7. *Shah J., Pinczuk A., Gossard A.C., Wiegmann W.* Phys. Rev. Lett., 1985, **54**, 2045.
8. *Ландау Л.Д.* ЖЭТФ, 1937, **7**, 203.
9. *Гантмахер В.Ф., Левинсон И.Б.* Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984.
10. *Есипов С.Э., Левинсон И.Б.* ЖЭТФ, 1984, **86**, 1915.
11. *Price P.J.* Phys. Rev., 1984, **30**, 2234.

Институт теоретической физики
им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
5 июля 1985