Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 5, стр. 218 – 220 10 сентября 1985 г.

ОСЦИЛЛЯЦИИ ЭНЕРГИИ, МАГНИТНОГО МОМЕНТА И ТОКА С НОРМАЛЬНЫМ И СВЕРХПРОВОДЯЩИМ КВАНТОМ ПОТОКА В ЦИКЛИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

М.С.Свирский

Показано, что в циклических системах существуют осцилляции орбитальной части энергии и магнитного момента и плотности тока с периодом равным нормальному или сверхпроводящему кванту потока. Переход между этими режимами может быть осуществлен изменением числа электронов или переходом между состояниями с различной энергией.

В работе [1] показано, что в области прыжковой проводимости существуют осцилляции сопротивления с периодом равным нормальному $\Phi_0 = ch/e$ или сверхпроводящему кванту потока $\Phi_S = ch/2e$. В данной статье показано, что в циклических системах возможны осцилляции орбитальной части энергии и магнитного момента, а также тока с периодом равным нормальному или сверхпроводящему кванту потока. При этом некоторые величины могут осциллировать с периодом кратным нормальному кванту потока, что соответствует замене в выражении Φ_0 заряда электрона e на дробное значение этого заряда.

Рассмотрим систему из одного электрона и трех узлов, расположенных в вершинах равностороннего треугольника. Такая трехузловая система реализуется, например, в молекуле трифенилциклопропанила. Гамильтониан имеет вид

$$\mathcal{H} = -|L| \sum_{g=1}^{3} (e^{-i\varphi_g} a^+_{g\sigma} a_{g+1,\sigma} + e^{i\varphi_g} a^+_{g+1,\sigma} a_{g\sigma}) - \mu_Б H \sum_{g=1}^{3} (n_{g\uparrow} - n_{g\downarrow}), \tag{1}$$

$$a_{4\sigma} = a_{1\sigma},$$

где L – интеграл переноса, $a^+_{g\sigma}(a_{g\sigma})$ – операторы рождения (уничтожения) электрона с проекцией спина σ в узле g $(g = 1, 2, 3)$, $n_{g\sigma} = a^+_{g\sigma} a_{g\sigma}$, φ_1, φ_2, φ_3 – фазы, которые появляются за счет орбитального эффекта магнитного поля, H – напряженность магнитного поля, $\mu_Б$ – магнетон Бора. Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) приводит к энергиям

$$E_n = -2|L|\cos\frac{2\pi}{3}\left[\frac{\Phi}{\Phi_0} + 2(n-1)\right] \pm \mu_Б H, \quad n = 1, 2, 3, \tag{2}$$

где $\Phi = \oint_S H_n dS$ – магнитный поток через равносторонний треугольник, S – его площадь. Орбитальные части энергий (2) являются осциллирующими функциями магнитного потока с периодом $3\Phi_0$. Этот период получается из выражения $\Phi_0 = ch/e$ для нормального кванта потока при замене заряда e на дробный заряд $e/3$. Магнитный момент M определяется выражением $M = -\partial E/\partial H$ (см., например, (1,22) из [2]). Поэтому из (2) следует

$$M_n = M_0 \sin\left\{\frac{2\pi}{3}\left[\frac{\Phi}{\Phi_0} + 2(n-1)\right]\right\} \pm \mu_Б, \quad n = 1, 2, 3. \tag{3}$$

Аналогично для плотности тока получаем

$$j_n = j_0 \sin\left\{\frac{2\pi}{3}\left[\frac{\Phi}{\Phi_0} + 2(n-1)\right]\right\} + \mu_Б, \quad n = 1, 2, 3. \tag{4}$$

Из (3) и (4) следует, что орбитальные части магнитных моментов M_1, M_2, M_3 и плотности тока j_1, j_2, j_3 также осциллируют с периодом $3\Phi_0$. Энергию E_1 основного уровня и энергии E_{II} и E_{III} первого к второго возбужденного уровня можно представить в виде рядов

$$E_I = -\frac{6\sqrt{3}}{\pi}|L|\left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{1-9n^2}\cos\left(\frac{2\pi n\Phi}{\Phi_0}\right)\right] + \mu_Б H$$

$$E_{II} = -\frac{6\sqrt{3}}{\pi}|L|\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-(-1)^n}{1-9n^2}\cos\left(\frac{2\pi n\Phi}{\Phi_0}\right)\right] \pm \mu_Б H \qquad (5)$$

$$E_{III} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi}|L|\left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1-9n^2}\cos\left(\frac{2\pi n\Phi}{\Phi_0}\right)\right] \pm \mu_Б H\,.$$

Согласно (5) орбитальные части E_I, E_{II}, E_{III} осциллируют с периодом Φ_0. С таким же периодом осциллируют орбитальные части магнитных моментов M_I, M_{II}, M_{III} и плотностей тока j_I, j_{II}, j_{III}.

Одноэлектронные состояния рассматриваемой системы можно заполнить числом электронов N_e равным 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. С учетом двух возможных проекций спина имеются 6 орбиталей. Поэтому при данном значении N_e имеются $Z(N_e) = \dfrac{6!}{N_e!\,(6-N_e)!}$ состояний. Всего имеются $2^6 = 64$ состояний (так как каждая из 6 орбиталей может быть или занятой одним электроном или свободной). В случае двухэлектронной системы (например, катиона трифенилциклопропанила) устойчивой структуре соответствует размещение двух электронов с противоположными проекциями спина на уровень E_I. Согласно (5) в этом случае энергия основного состояния, магнитный момент и плотность тока осциллируют с нормальным периодом Φ_0. В случае нейтральной трехэлектронной системы (предполагается, что ион в каждом из трех узлов имеет заряд $|e|$) третий электрон необходимо поместить на более высокий уровень. Если два электрона с противоположными проекциями спина расположены на уровне E_I, а третий электрон на уровне E_{II}, то согласно (5) энергия системы равна

$$2E_I + E_{II} = -\frac{6\sqrt{3}}{\pi}|L|\left[1 + 2\sum_{n=1}\frac{1}{1-36n^2}\cos\left(\frac{4\pi n\Phi}{\Phi_0}\right)\right] \pm \mu_Б H. \qquad (6)$$

Из (6) следует, что в этом случае период осцилляций орбитальной части энергии равен сверхпроводящему кванту потока $\Phi_S = \frac{1}{2}\Phi_0$. С таким же периодом осциллирует в этом случае орбитальная часть магнитного момента и плотность тока. Аналогично,когда один электрон находится на уровне E_{II}, а два электрона с противоположными проекциями спина находятся на уровне E_{III}, энергия системы оказывается согласно (5) равной

$$E_{II} + 2E_{III} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi}|L|\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{1-36n^2}\cos\left(\frac{4\pi n\Phi}{\Phi_0}\right)\right] \pm \mu_Б H. \qquad (7)$$

В этом случае орбитальные части энергии и магнитного момента и плотность тока также осциллируют с периодом Φ_S. Если два электрона с противоположными проекциями спина расположены на уровне E_I, а третий электрон расположен на уровне E_{III}, то энергия системы равна

$$2E_I + E_{III} = \frac{6\sqrt{3}}{\pi}|L|\left[-\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-2(-1)^n}{1-9n^2}\cos\frac{2\pi n\Phi}{\Phi_0}\right] \pm \mu_Б H. (8)$$

В этом случае орбитальные части энергии и магнитного момента и плотность тока осциллируют с периодом Φ_0.

ıa предельном случае окружности радиуса r_0, к которой стремится многоугольник при безграничном увеличении числа вершин. В этом случае уровни энергии $E_m = \frac{e^2 r_0^2}{8m_e c^2} H^2 + \frac{\hbar^2}{2m_e r_0^2} m^2 + m\mu_Б H$, где $m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$. При этом энергия основного состояния $E_{ос}$ периодически меняет свою зависимость от H. При $\Phi < \Phi_S$ $E_{ос}$ совпадает с E_0 и M уменьшается с увеличением H от 0 до $-\frac{1}{2}\mu_Б$. При $\Phi_S < \Phi < \Phi_S + \Phi_0$ $E_{ос}$ совпадает с E_{-1} и M уменьшается с увеличением H от $\frac{1}{2}\mu_Б$ до $-\frac{1}{2}\mu_Б$. При $\Phi_S + \Phi_0 < \Phi < \Phi_S + 2\Phi_0$ $E_{ос}$ совпадает с E_{-2} и M уменьшается с увеличением H от $\frac{1}{2}\mu_Б$ до $-\frac{1}{2}\mu_Б$ и т. д. Эти осцилляции аналогичны изменению знака магнитного момента в модели двухмерного газа свободных электронов, используемой для объяснения эффекта де Гааза-ван Альфена (см., например, с. 180 из [3] или с. 367 из [4]). Однако, в данном случае осцилляции не связаны с вытеснением части электронов из одного уровня на другой, вышележащий, уровень Ландау. Осцилляции имеются также в возбужденных состояниях. Например, энергия первого возбужденного состояния меняет свою зависимость от H с периодом Φ_S. При $\Delta\Phi \sim hc/e$ и $S \sim 1$ мм^2 получается $\Delta H \sim 10^{-5}$ Гс.

Автор благодарен академику С.В.Вонсовскому за стимулирующее обсуждение.

Литература

1. *Нгуен Л.В., Спивак Б.З., Шкловский Б.И.* Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 35.
2. *Уайт Р.М.* Квантовая теория магнетизма. М.: Мир, 1972.
3. *Вонсовский С.В.* Магнетизм М.: Наука, 1971, 1032.
4. *Китель Ч.* Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978, 791.

Поступила в редакцию
28 апреля 1985 г.
После переработки
29 июля 1985 г.

Челябинский
государственный педагогический институт