Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 5, стр. 226 – 228 *10 сентября 985 г.*

О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МАГНИТНОГО МОНОПОЛЯ С МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДОЙ

Д.А.Киржниц, В.В.Лосяков

Показана необходимость пересмотра основных соотношений электродинамики магнитного монополя (ММ) в среде. Найдены энергетические потери ММ в классических средах; отмечено, в частности, отсутствие продольных потерь. Указан особый "взрывной" механизм потерь ММ.

Электродинамика ММ лежит в основе методов детектирования ММ, оценок верхней границы их потока и др. Ниже обсуждается ее макроскопическая формулировка, дающая в принципе наиболее общее и единообразное описание взаимодействия ММ со средой (предполагаемой равновесной, однородной, изотропной, негиротропной и не содержащей ММ).

1. Эту формулировку обычно основывают на уравнениях Максвелла

$$\begin{aligned} &\mathrm{rot}\,\mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{j} + \mathbf{j}' \quad &\text{а,}\qquad &\mathrm{div}\,\mathbf{E} = \rho + \rho' \quad &\text{б,}\\ -\,&\mathrm{rot}\,\mathbf{E} - \dot{\mathbf{B}} = \tilde{\mathbf{j}} \quad &\text{в,}\qquad &\mathrm{div}\,\mathbf{B} = \tilde{\rho} \quad &\text{г,}\end{aligned} \tag{1}$$

стандартных формулах для плотностей индуцированных заряда и тока

$$\rho' = (1-\epsilon)\,\mathrm{div}\,\mathbf{E}\,, \qquad \mathbf{j}' = (\epsilon - 1)\dot{\mathbf{E}} + (1 - {}^1/_\mu)\,\mathrm{rot}\,\mathbf{B} \tag{2}$$

и выражении для энергетических потерь

$$W = -\dot{E}_{kin} = -\int d\mathbf{x}\,(\mathbf{jE} + \tilde{\mathbf{j}}\mathbf{H}), \qquad \mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu\,, \tag{3}$$

где ρ, $\mathbf{j}$ — плотности внешних заряда и тока в единицах Хевисайда, $\tilde{\rho}, \tilde{\mathbf{j}}$ — то же для ММ, ϵ и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости, $c = 1$.

Поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$ определяются своим действием на классический заряд

$$m\dot{\mathbf{v}} = e(\mathbf{E} + [\mathbf{vB}]) \tag{4}$$

имея фурье-компоненты $\mathbf{E}_l = -iD_l\mathbf{k}\rho$, $\mathbf{B}_l = -i\mathbf{k}\tilde{\rho}/k^2$,

$$\mathbf{E}_t = iD_t(\omega\mathbf{j}_t - [\mathbf{k}\tilde{\mathbf{j}}]/\mu), \qquad \mathbf{B}_t = iD_t([\mathbf{kj}] + \omega\epsilon\tilde{\mathbf{j}}_t), \tag{5}$$

где l и t — индексы продольной и поперечной относительно k компонент,

$$D_l = (k^2\epsilon)^{-1}, \qquad D_t = (k^2/\mu - \omega^2\epsilon)^{-1}$$

— составляющие функции Грина фотона в среде.

2. Из (3), (5) следует специфический "взрывной" механизм потерь ММ — быстрая перекачка его кинетической энергии E_{kin} в энергию поля (излучение, тепло). Это относится к неидеальной плазме, сильным электролитам, ряду простых металлов и другим средам, у которых величины ϵ и $1/\mu$ имеют полюс при $\omega = i\Omega$ (хотя функции D_l, D_t, а также $1/D_t$ аналитичны в верхней полуплоскости ω)[1]. Причинный обход этого полюса[2] и ведет к росту полей $\mathbf{E}_t$, $\mathbf{B}_t$, а также потерь W по закону $\exp(\Omega t)$.

Очевидная важность этого эффекта, прямо следующего из (2), (3), побуждает к критическому анализу самих этих соотношений.

3. Соответствующие сомнения возникают уже при применении (2) к сверхпроводнику, где $\omega\epsilon \to 0$, $\mu \to k^2\lambda^2$, $D_t \to \lambda^2$ при $k \to 0$ (вдали от источника поля) и $\omega/k \to 0$, λ — лондоновская глубина проникновения. Отсюда и из (5) следовало бы отсутствие эффекта Мейсснера для полей ММ $\mathbf{E}_t$ и $\mathbf{B}$, т. е. полная неэффективность сверхпроводящих детекторов ММ [1)].

[1)] Их теорию основывают не на (1), (2), а на динамических уравнениях [3].

4. В непригодности (2), (3) действительно можно убедиться. В отсутствие ММ выражение (2) для $\mathbf{j}'$ – лишь одно из множества равноценных выражений, различающихся видом поперечной компоненты

$$\mathbf{j}_t' = (\tilde{\epsilon} - 1)\dot{\mathbf{E}}_t + (1 - 1/\tilde{\mu})\operatorname{rot}\mathbf{B}, \qquad (2a)$$

где $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\mu}$ произвольны, но связаны соотношением $k^2/\tilde{\mu} - \omega^2\tilde{\epsilon} = D_t^{-1}$. Наряду с отвечающим (2) выбором $\tilde{\epsilon} = \epsilon$, $\tilde{\mu} = \mu$ часто используются выражения [4]

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon_t = \epsilon + (1 - 1/\mu)k^2/\omega^2, \quad \tilde{\mu} = 1. \qquad (6)$$

Такая неоднозначность – следствие жесткой связи (1в) полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{B}$, допускающей перегруппировку слагаемых $\mathbf{j}'$ в (2).

ММ разрывает эту связь, фиксируя величины $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\mu}$, которые становятся дополнительными характеристиками среды помимо ϵ и μ. Это прямо видно из выражений (5) (с заменой ϵ, μ на $\tilde{\epsilon}$, $\tilde{\mu}$): поля заряда зависят лишь от D_t, поля ММ – также и от самих величин $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\mu}$.

5. Непригодность (3) видна уже на примере классических сред, рассмотрением которых мы далее ограничимся. Потери в протяженной среде, поглощающей все излучение источника, равны произведенной над ней работе $\int d\mathbf{x}\,\mathbf{j}'\mathbf{E}$. Используя (1) и опуская величину $\int d\mathbf{x}(E^2 + B^2)^{\bullet}$, имеем вместо (3)

$$W = -\int d\mathbf{x}\,(\mathbf{jE} + \tilde{\mathbf{j}}\mathbf{B}). \qquad (3a)$$

Обычный вывод (3) опирается на выражение $\int d\mathbf{x}\,(\mathbf{E}\delta\mathbf{D} + \mathbf{H}\delta\mathbf{B})$ для вариации энергии поля в среде, правильное лишь в отсутствие ММ [2].

Из (3а) (в отличие от (3), см. [5]) следует отсутствие продольных потерь ММ: соответствующий член W не зависит от параметров среды.

6. В случае классической среды величины $\tilde{\epsilon}$ и $\tilde{\mu}$ совпадают с (6), т. е. для нее, согласно (2а), $\mathbf{j}' = 0$ при воздействии полем $\mathbf{B}$. В самом деле, оно, согласно (4), не дает вклада в уравнение Лиувилля $\dot{f} + \Sigma(\mathbf{v}\nabla + \dot{\mathbf{v}}\nabla_{\mathbf{v}})f = 0$, так как $\nabla_{\mathbf{v}} f \propto \mathbf{v}$ для равновесной функции распределения f (суммирование ведется по частицам среды) [3].

Для сверхпроводника, рассматриваемого как классическая идеальная жидкость, $\tilde{\epsilon} = \epsilon_t \to (\omega\lambda)^{-2}$, $\tilde{\mu} = 1$, что ведет к эффекту Мейсснера со всеми его следствиями (см. разд. 3).

7. Поперечные потери ММ с учетом (3а), (6) имеют вид

$$W = \frac{2g^2c^2v}{\pi}\int_0^{\infty} dk\,k^3 \int_0^{kv}\frac{d\omega}{\omega}\left(1 - \frac{\omega^2}{k^2v^2}\right)\operatorname{Im}D_t, \qquad (7)$$

где g и $\mathbf{v}$ – заряд и скорость ММ, здесь и ниже применены обычные единицы. При равных скоростях ММ и заряда ($\overline{W}$ – поперечные потери последнего)

$$W \geqslant (g^2c^2/e^2v^2)\,\overline{W}.$$

Черенковские потери ММ (в отсутствие пространственной дисперсии)

$$W = \frac{g^2}{c}\int_0^{\infty} d\omega\,\omega\,[\epsilon(\omega) - c^2/(v^2\mu(\omega))]\,\mu^2(\omega)$$

отличаются фактором μ^2 от обычной формулы, основанной на (2), (3). В случае же малых скоростей формула (7) дает

$$W = \frac{16g^2v^2}{3c^2}\int_0^{\infty} dk\,\sigma_t(0,k),$$

---

[2] Формула (3а), которую можно вывести микроскопически, принимает во внимание статистические флуктуации.

[3] Отметим, что негамильтонов характер (4) в присутствии ММ не препятствует выводу самого уравнения Лиувилля.

где $\sigma_t(\omega, \mathbf{k}) = \omega \operatorname{Im} \epsilon_t / 4\pi$ – поперечная проводимость среды. Близкий ответ [5] (без оговорок о классичности среды) был найден без использования выражений (2), (3), которые дали бы зависимость $W \propto v^4$.

8. В классических средах величина $\tilde{\epsilon} = \epsilon_t$ аналитична в верхней полуплоскости ω вместе с $1/D_t$, что исключает возможность "взрыва" ММ (разд. 2). В квантовом же случае, который будет рассмотрен особо, вопрос об этом эффекте остается открытым ввиду непригодности (3а). Положительный ответ привел бы к идеальному детектору ММ.

9. Отметим, в заключение, что только в средах с $\tilde{\epsilon} = \epsilon_t$, $\tilde{\mu} = 1$ ММ, т. е. источник продольного магнитного поля, можно имитировать тонким соленоидом (с током, не зависящим от параметров среды). В самом деле, замена $\mathbf{B} \to \mathbf{B} - \mathbf{B}_0$, где $\mathbf{B}_0 = \int dt \tilde{\mathbf{j}}$ – струна по траектории ММ, ликвидирует правые части (1в, г) добавляя к (1а) ток эквивалентного соленоида $\operatorname{rot} \mathbf{B}_0 / \tilde{\mu}$ (см. (2а)) [6].

Мы благодарны многим лицам, особенно В.Л.Гинзбургу, Г.В.Домогацкому, А.А.Комару Е.Л.Фейнбергу и участникам руководимых ими семинаров, за обсуждение работы, а также С.М.Апенко за многочисленные дискуссии.

Литература

1. *Dolgov O.V., Kirzhnits D.A., Maksimov E.G.* Rev. Mod. Phys., 1981, **53**, 81; *Долгов О.В., Киржниц Д.А., Лосяков В.В.* ЖЭТФ, 1982, **83**, 1984.
2. *Bludman S., Ruderman M.* Phys. Rev., 1970, **D1**, 3243.
3. *Tassie L.* Nuovo Cim., 1965, **38**, 1935; *Gonzalez-Mestres L., Perret-Gallix D.* Preprint LAAPP-EXP-83-04, 1983.
4. *Агранович В.М., Гинзбург В.Л.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979.
5. *Ahlen S.P., Kinoshita K.* Phys. Rev., 1982, **26**, 2347.
6. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1976, §§ 73 – 75.

Физический институт им. П.Н.Лебедева
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
28 июня 1985 г.