Письма в ЖЭТФ, том 65, вып.8, стр.606 - 611

ВЛИЯНИЕ ПРИМЕСЕЙ НА НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ СВЕРХПРОВОДНИКОВ В СМЕШАННОМ СОСТОЯНИИ

Ю.С.Бараш, В.П.Минеев, А.А.Свидзинский*

Физический институт им.П.Н.Лебедева РАН
117924 Москва, Россия

**Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау РАН*
142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 12 марта 1997 г.

При наличии нулей параметра порядка в анизотропном сверхпроводнике совместное влияние магнитного поля и примесей приводит к двум различным предельным зависимостям теплоемкости от магнитного поля. Эти зависимости рассмотрены как для борновских рассеивателей, так и в унитарном пределе для нескольких конкретных примеров анизотропного спаривания. Дана оценка для поля кроссовера.

PACS: 74.25.Fy, 74.70.Tx

Экспериментальное изучение термодинамических и транспортных свойств анизотропных сверхпроводников в магнитных полях позволяет получить важные сведения о наличии и расположении нулей параметра порядка на ферми-поверхности, существенные для определения симметрии сверхпроводящего состояния [1-3].

У анизотропного сверхпроводника, находящегося в магнитном поле, плотность квазичастичных состояний на ферми-поверхности отлична от нуля для направлений импульса в окрестности нулей параметра порядка [4-8]. В чистом сверхпроводнике, в случае линии простых нулей у параметра порядка, плотность состояний в смешанном состоянии пропорциональна $\sqrt{H}$, что приводит к появлению в теплоемкости характерного зависящего от магнитного поля слагаемого $C \propto T\sqrt{H/H_{c2}}$ [5]. Недавно зависимость такого рода была экспериментально обнаружена в YBCO [1, 2].

Примеси также могут приводить к не равной нулю плотности состояний в окрестности нулей параметра порядка на ферми-поверхности [9-12]. Поэтому естественно ожидать конкуренции между влиянием примесей и магнитного поля на поведение плотности состояний. Совместное влияние магнитного поля и примесей на сверхпроводимость в изотропных сверхпроводниках изучалось в работе [13]. В предлагаемой работе рассмотрено влияние примесей на низкотемпературное поведение теплоемкости сверхпроводников с анизотропным спариванием в смешанном состоянии. Как будет показано, при наличии нулей параметра порядка уже сравнительно малое количество примесей может существенно сказаться на форме зависимости термодинамических характеристик сверхпроводника от магнитного поля.

Найдем плотность квазичастичных состояний при низких температурах для вихревой фазы в поле $H \ll H_{c2}$, параллельном кристаллической оси высокой симметрии, на расстояниях $\xi_0 \ll r \ll R$ от оси вихря, где $R \sim \xi_0\sqrt{H_{c2}/H}$ - расстояние между вихрями (для рассматриваемых температур полагаем $\xi(T) \simeq \xi_0$).

В этой области расстояний модуль усредненного по примесям параметра порядка с хорошей точностью постоянен в пространстве, а индуцированная магнитным полем сверхтекучая скорость достаточно медленно меняется с изменением расстояния от вихря. Это позволяет использовать известные для однородного сверхпроводника выражения для перенормированных за счет примесей энергии квазичастиц $\tilde{\omega}$ и параметра порядка $\tilde{\Delta}$. Для изотропного примесного рассеяния в борновском приближении имеем

$$\tilde{\omega} = \omega + \frac{i}{2\tau} g(\omega), \qquad g(\omega) = 2i\tau\Sigma(\omega) = \left\langle \frac{\tilde{\omega} - \mathbf{v}_s\mathbf{k}_f}{\sqrt{(\tilde{\omega} - \mathbf{v}_s\mathbf{k}_f)^2 - |\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f,\omega)|^2}} \right\rangle_{\mathbf{k}_f}, \tag{1}$$

$$\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f,\omega) = \Delta(\mathbf{k}_f) + \frac{i}{2\tau} \left\langle \frac{\tilde{\Delta}(\mathbf{k}'_f,\omega)}{\sqrt{\left(\tilde{\omega} - \mathbf{v}_s\mathbf{k}'_f\right)^2 - |\tilde{\Delta}(\mathbf{k}'_f,\omega)|^2}} \right\rangle_{\mathbf{k}'_f}, \tag{2}$$

где τ – время релаксации в нормальном металле и $<\ldots>_{\mathbf{k}_f}$ означает усреднение по всем ориентациям ферми-импульса $\mathbf{k}_f$.

В (1), (2) квадратный корень определен одинаково и так, чтобы вещественная часть выражения, стоящего под знаком усреднения в (1), всегда была неотрицательна (в частности, должно быть $\mathrm{Re}\, g(\omega) \geq 0$). Данное требование определяет правило выбора регулярной ветви квадратного корня в выражениях (1), (2).

Плотность квазичастичных состояний есть $N_S(\omega) = N(0)\,\mathrm{Re}\, g(\omega)$, где $N(0)$ – плотность состояний на ферми-поверхности в нормальном металле. Для низкотемпературных термодинамических свойств сверхпроводника важна плотность состояний квазичастиц на поверхности Ферми, поэтому везде полагаем $\omega = 0$. Тогда уравнения (1) принимают вид

$$\Omega = \frac{g(\Omega)}{2\tau}, \qquad g(\Omega) = \left\langle \frac{i\Omega - \mathbf{v}_s\mathbf{k}_f}{\sqrt{(i\Omega - \mathbf{v}_s\mathbf{k}_f)^2 - |\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f,\Omega)|^2}} \right\rangle_{\mathbf{k}_f}, \tag{3}$$

где $i\Omega = \tilde{\omega}(\omega = 0)$, $\Omega \geq 0$, $g(\Omega) \equiv g(\omega = 0)$, $\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f,\Omega) \equiv \tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f,\omega = 0)$.

Из условия $\mathrm{Re}\, g(\Omega) \geq 0$ и $\Omega \geq 0$ вытекает, что для функции $\sqrt{z}$, стоящей в знаменателе в (3), следует выбрать соответствующую ветвь с разрезом в комплексной плоскости z вдоль положительной полуоси абсцисс. При этом мнимая часть функции $\sqrt{z}$ всегда положительна. Знак вещественной части этой функции совпадает со знаком $\mathrm{Im}\, z = -2(\mathbf{v}_s\mathbf{k}_f)\Omega$ (в частности, вещественная часть $\sqrt{z}$ есть нечетная функция $(\mathbf{v}_s\mathbf{k}_f)$). Отсюда следует, что мнимая часть выражения, стоящего в (3) под знаком среднего, после усреднения по направлениям $\mathbf{k}_f$ обратится в нуль. В результате $g(\Omega)$ оказывается вещественной функцией, принимающей неотрицательные значения.

Далее, для данного выбора регулярной ветви $\sqrt{z}$ и при условии $\mathrm{Re}\, z < 0$:

$$\Omega^2 + |\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f,\Omega)|^2 > (\mathbf{v}_s\mathbf{k}_f)^2, \tag{4}$$

вещественная часть функции, стоящей под знаком усреднения в (3), оказывается аналитической и четной функцией $(\mathbf{v}_s\mathbf{k}_f)$. В результате интегрирование по направлениям ферми-импульса, для которых выполнено условие (4), приводит к вкладу в $g(\Omega)$, первый член разложения которого по степеням сверхтекучей скорости пропорционален v_s^2. В противоположном случае, $\mathrm{Re}\, z > 0$, $\sqrt{z}$ имеет на двух берегах разреза разные знаки, и функция, стоящая под знаком усреднения в (3) в чистом пределе оказывается зависящей от $|\mathbf{v}_s \mathbf{k}_f|$. Таким образом, возникает вклад в $g(\Omega)$, пропорциональный модулю сверхтекучей скорости. Существенно, что в отличие от выражения (1), в числителе формулы (2) отсутствует линейный по $\mathbf{v}_s$ член. В результате линейные по $\mathbf{v}_s$ члены при описании совместного влияния примесей и магнитного поля на $\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f, \Omega)$ не возникают.

Если параметр порядка анизотропного сверхпроводника имеет нули на поверхности Ферми (или аномально мал в каких-то ее областях), то узкая область интегрирования по направлениям импульса в окрестности нулей дает главный вклад в функцию $g(\Omega)$, по крайней мере, когда $\Omega, \mathbf{v}_s k_f \ll \tilde{\Delta}_0$, где $\tilde{\Delta}_0 = \max\limits_{S_f} |\tilde{\Delta}(\mathbf{k}_f, \Omega)|$. При наличии нулей параметра порядка условие (4) приближенно сводится к неравенству $\Omega > |\mathbf{v}_s \mathbf{k}_f|$, которое нарушается при малых Ω, то есть достаточно малых концентрациях примесей. Таким образом, могут реализовываться два качественно разных типа поведения плотности квазичастичных состояний как функции магнитного поля и концентрации примесей. В предельном случае $\Omega \gg \mathbf{v}_s k_f$ первый член в разложении плотности состояний пропорционален $\mathbf{v}_s^2$, а при условии $\Omega \ll \mathbf{v}_s k_f$ доминирует линейный по $\mathbf{v}_s$ член.

Рассмотрим какую-либо сверхпроводящую фазу, у которой параметр порядка имеет линию нулей на экваторе (сферической) ферми-поверхности, и в окрестности этой линии

$$|\Delta(\mathbf{k}_f)| = \Delta_0 \, |\theta - \pi/2| \ . \tag{5}$$

Пусть, кроме того, при отражении в экваториальной плоскости параметр порядка изменяет знак: $\Delta(\pi - \theta) = -\Delta(\theta)$. Указанным условиям удовлетворяют, например, полярная фаза $\Delta(\mathbf{k}_f) = \Delta_0 \cos\theta$ и сверхпроводящие фазы $(1, i)$ для E_{1g}- и E_{2u}-типов спаривания в гексагональном сверхпроводнике. Последние две фазы часто используются для объяснения свойств сверхпроводника с тяжелыми фермионами $\mathrm{UPt_3}$[14, 15]. При условии $\Omega, \mathbf{v}_s k_f \ll \Delta_0$ вклад от узкой окрестности вблизи такой линии нулей в рассматриваемые величины доминирует и позволяет, с логарифмической точностью, аналитически описать поведение плотности состояний в явном виде, если магнитное поле ориентировано вдоль оси высокой симметрии. При этом отсутствует перенормировка параметра порядка за счет примесей.

Учитывая лишь вклад в $g(\Omega)$ от узкой области вблизи линии нулей параметра порядка, подставим выражение (5) в (3), и при интегрировании по ориентациям импульса на поверхности Ферми ограничимся интегрированием по $\cos\theta$ от нуля до некоторой величины A порядка единицы. Это оправдано при условии Ω, $\mathbf{v}_s k_f \ll \Delta_0$. В результате получим

$$g(\Omega) = \frac{\Omega}{\Delta_0}\left[\sqrt{1 + \left(\frac{\mathbf{v}_s k_f}{\Omega}\right)^2} - 1\right] + \frac{\Omega}{\Delta_0} \ln\left\{\frac{4A\Delta_0}{\Omega\left[\sqrt{1 + (\mathbf{v}_s k_f/\Omega)^2} + 1\right]}\right\} . \tag{6}$$

В предельном случае отсутствия магнитного поля не возникает необходимости обрезать интегрирование по углу θ. Поскольку коэффициент A порядка единицы и фигурирует лишь в аргументе логарифмической функции, мы видим, что сделанное приближение является достаточно точным.

Для учета изотропного примесного рассеяния вне борновского приближения соотношение (6) нужно рассматривать совместно со следующим уравнением (см., например, [12, 6]):

$$\Omega = \Gamma \frac{g(\Omega)}{\cos^2\delta_0 + g^2(\Omega)\sin^2\delta_0}\ , \tag{7}$$

где δ_0 есть фаза примесного рассеяния в нормальном металле, а $\Gamma = \Gamma_u \sin^2\delta_0$. В борновском приближении имеем $\Gamma = 1/2\tau$, а в унитарном пределе $\Gamma = \Gamma_u = n_{imp}/\pi N(0)$.

В "грязном" сверхпроводнике ($\Omega \gg \mathrm{v}_s k_f$) находим из (6)

$$g(\Omega) \approx \frac{\Omega}{\Delta_0}\ln\left(\frac{2A\Delta_0}{\Omega}\right) + \frac{(\mathrm{v}_s k_f)^2}{4\Delta_0\Omega}\ , \tag{8}$$

в то время как для достаточно чистого случая $\Omega \ll \mathrm{v}_s k_f$ имеем

$$g(\Omega) \approx \frac{\mathrm{v}_s k_f}{\Delta_0} + \frac{\Omega}{\Delta_0}\ln\left(\frac{4A\Delta_0}{\mathrm{v}_s k_f e}\right)\ . \tag{9}$$

Для плотности состояний в "грязном" сверхпроводнике находим из (7), (8) в борновском приближении ($\delta_0 \ll 1$)

$$N_S(\mathrm{v}_s) = N(0)\,\mathrm{Re}\, g(\Omega) \approx N(0)2\tau\Omega \approx 4AN(0)\tau\Delta_0 e^{-2\tau\Delta_0}\left(1 + \frac{(\mathrm{v}_s k_f)^2}{16\Delta_0^2 e^{-4\tau\Delta_0}}\right)\ , \tag{10}$$

и в унитарном пределе ($\delta_0 \to \pi/2$)

$$N_S(\mathrm{v}_s) \approx N_{su}(\mathrm{v}_s = 0)\left(1 + \frac{1}{8\Gamma_u\Delta_0}(\mathrm{v}_s k_f)^2\right)\ . \tag{11}$$

Здесь $N_{su}(\mathrm{v}_s = 0)$ есть плотность состояний в унитарном пределе в отсутствие магнитного поля. Эта величина отлична от нуля, фактически, для любого расположения линии нулей (не только вдоль экватора) на ферми-поверхности [11, 12].

В "чистом" сверхпроводнике ($\Omega \ll \mathrm{v}_s k_f$) находим из (9) в борновском приближении

$$N_S(\mathrm{v}_s) = N(0)\,\mathrm{Re}\, g(\Omega) \approx N(0)2\tau\Omega \approx N(0)\frac{\mathrm{v}_s k_f}{\Delta_0}\left[1 + \frac{1}{2\tau\Delta_0}\ln\left(\frac{4A\Delta_0}{\mathrm{v}_s k_f e}\right)\right]\ , \tag{12}$$

в то время как в унитарном пределе получаем

$$N_S(\mathrm{v}_s) = N(0)\,\mathrm{Re}\, g(\Omega) \approx \frac{N(0)\Gamma_u}{\Omega} \approx N(0)\frac{\mathrm{v}_s k_f}{\Delta_0}\left[1 + \frac{\Gamma_u\Delta_0}{(\mathrm{v}_s k_f)^2}\ln\left(\frac{4A\Delta_0}{\mathrm{v}_s k_f e}\right)\right]\ . \tag{13}$$

На рис.1 построена зависимость $N_S(\mathrm{v}_s)$ для полярной фазы $\Delta(\mathbf{k}_f) = \Delta_0\cos\theta$ и сверхпроводящих фаз $(1, i)$ для E_{1g}- и E_{2u}-типов спаривания в гексагональном сверхпроводнике. В качестве базисных функций в двух последних случаях выбраны $|\Delta(\mathbf{k}_f)| = \Delta_0\cos\theta\sin\theta$ и $|\Delta(\mathbf{k}_f)| = \Delta_0\cos\theta\sin^2\theta$, соответственно. Три обсуждаемых примера рассмотрены как в случае применимости борновского приближения, так и при условии, когда рассеяние на примесях следует описывать в унитарном пределе (для $\Gamma_u = 0.01\Delta_0$ и $\Gamma_u = 0.1\Delta_0$). В используемом

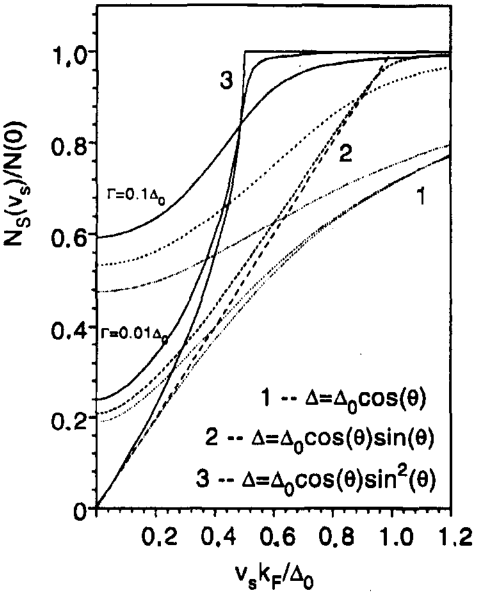

Рис.1. Зависимость $N_S(v_s)$ для полярной фазы (пунктир) и фаз $(1,i)$ E_{1g} (штриховая линия), E_{1u} (сплошная линия) в гексагональном сверхпроводнике. Три семейства кривых снизу вверх соответствуют борновскому рассеянию и унитарному пределу с $\Gamma = 0.01\Delta_0$ и $\Gamma = 0.1\Delta_0$

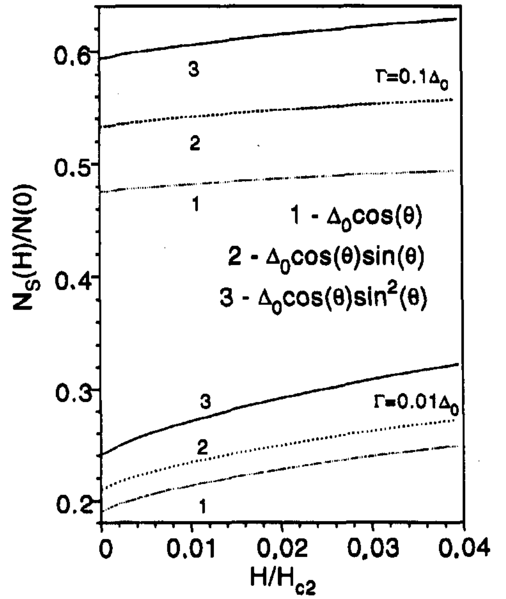

Рис.2. Зависимость $N_S(H)$ для сверхпроводящих фаз в гексагональном сверхпроводнике в унитарном пределе для $\Gamma = 0.01\Delta_0$ и $\Gamma = 0.1\Delta_0$

на рисунке масштабе "грязный" предел $\Omega \gg v_s k_f$ в борновском приближении реализуется для неразличимо малых значений v_s (см. также (10), где ориентировочно можно положить, например, $\tau\Delta_0 \simeq 5$). Зависимость $N_S(v_s)$ в борновском приближении в пределах такой точности отражает лишь поведение "чистого" сверхпроводника. В согласии с (12), в борновском приближении при достаточно малых значениях $v_s k_f/\Delta_0$ имеем $N_S(v_s) = N(0) v_s k_f/\Delta_0$ для всех трех типов спаривания. С увеличением значения $v_s k_f/\Delta_0$ полученные выше аналитические результаты становятся неприменимы даже для полярной фазы, поскольку в этих условиях в формирование плотности состояний вносит вклад уже широкая область направлений импульсов, а не узкий интервал этих направлений вблизи линии нулей. Для E_{1g}- и E_{2u}-спариваний с увеличением $v_s k_f/\Delta_0$ становится также весьма существенным вклад в плотность состояний от точек нулей параметра порядка, расположенных на полюсах ферми-поверхности. Этот вклад приводит к увеличению плотности состояний по сравнению со случаем полярной фазы, где точки отсутствуют. При этом плотность состояний при наличии точек нулей второго порядка больше, чем в случае точек нулей первого порядка. Эти причины обусловливают относительное расположение обсуждаемых кривых. Как видно из рисунка и подтверждается прямым расчетом, плотность состояний в борновском приближении в "чистом" сверхпроводнике с параметром порядка $|\Delta(\mathbf{k}_f)| = \Delta_0 \cos\theta \sin\theta$ линейно зависит от v_s $(N_S(v_s)/N(0) = v_s k_f/\Delta_0)$ вплоть до значения $v_s k_f/\Delta_0 = 1$, где производная от N_S скачком изменяется до нуля. При рассеянии в унитарном пределе такая зависимость заметно изменяется с ростом концентрации примесей вследствие не малого значения $N_{su}(0)$ ($\approx 0.21N(0)$ для $\Gamma_u = 0.01\Delta_0$ и $\approx 0.53N(0)$ для $\Gamma_u = 0.1\Delta_0$) и размытия скачка производной.

Пространственное усреднение по вихревой фазе ($\xi_0 \ll r \ll R$) основного члена $N(0)\mathrm{v}_s k_f/\Delta_0$, описывающего локальную плотность состояний ($\mathrm{v}_s(r) = 1/2mr$) в случае достаточно чистых сверхпроводников, приводит, как известно, к выражению $N_S(H) = KN(0)\sqrt{H/H_{c2}}$, где K-коэффициент порядка единицы (этот коэффициент вычислен в [16]). Такое поведение усредненной плотности состояний $N_S(H)$, вообще говоря, имеет место в полях $H^* \ll H \ll H_{c2}$, где H^* – поле кроссовера. При условии $H < H^*$ существенна роль примесей в формировании усредненной плотности состояний. При усреднении плотности состояний по вихревой фазе в "грязном" сверхпроводнике в унитарном пределе (11) находим

$$N_S(H) = N_{su}(0)\left(1 + D\frac{H}{H_{c2}}\ln\left(\frac{H_{c2}}{H}\right)\right) , \tag{14}$$

где $D = \alpha\Delta_0/32\Gamma_u$ (α – коэффициент порядка единицы). Для низкотемпературной теплоемкости имеем $C/T \propto N_S(H) + BN(0)H/H_{c2}$. Последнее слагаемое обусловлено вкладом от коров вихрей (B – коэффициент порядка единицы). Зависимость вида (14) недавно обсуждалась в работе [3].

Зависимости $N_S(H)$ для трех обсуждаемых примеров анизотропного спаривания показаны на рис.2 в унитарном пределе при $\Gamma_u = 0.1\Delta_0$ и $\Gamma_u = 0.01\Delta_0$. Поскольку усреднение проводится при предположении $R \sim \xi_0(H_{c2}/H)^{1/2} \gg \xi_0$, рассматривается только интервал полей $H_{c1} < H \leq 0.04H_{c2}$. Для оценки величины H^* в унитарном пределе получаем $H^*/H_{c2} \simeq (2\Gamma_u N(0)/\Delta_0 N_S)^2$, $H^* \sim 0.01H_{c2}$ для $\Gamma_u = 0.01\Delta_0$ и $H^* \sim 0.1H_{c2}$ для $\Gamma_u = 0.1\Delta_0$.

В заключение сформулируем еще раз основной результат: в смешанном состоянии сверхпроводников с линиями нулей в спектре возбуждений корневая зависимость плотности состояний от магнитного поля при достаточно большой концентрации примесей может изменяться на зависимость вида $H\ln H$.

Авторы благодарны Г.Е.Воловику, объединившему их усилия для выполнения данной работы. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Ю.С.Б. и А.А.С. грант 96-02-16249), а также Министерства науки Российской Федерации (В.П.М. программа "Статфизика"). А.А.С. благодарит научно-исследовательский центр Юлиха за финансовую поддержку (Landau Scholarship).

---

1. K.A.Moler, D.J.Baar, J.S.Urbach et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 2744 (1994).
2. R.A.Fisher, J.E.Gordon, S.F.Reklis et al., Physica C **252**, 237 (1995).
3. E.Janod, R.Calemczuk, J.-Y.Henry, and J.Flouquet, Preprint (1996).
4. G.E.Volovik, J.Phys. C: Solid State Phys. **21**, L221 (1988).
5. Г.Е.Воловик, Письма в ЖЭТФ **58**, 457 (1993).
6. D.Xu, S.Yip, and J.A.Sauls, Phys. Rev. B **51**, 16223 (1995).
7. Yu.S.Barash and A.A.Svidzinsky, Phys. Rev. B **53**, 15254 (1995).
8. N.B.Kopnin and G.E.Volovik, Письма в ЖЭТФ **64**, 641 (1996).
9. Л.П.Горьков, П.А.Калугин, Письма в ЖЭТФ **41**, 208 (1985).
10. K.Ueda and T.M.Rice, in *Theory of Heavy Fermions and Valence Fluctuations*, Eds. T.Kasuya and T.Saso, Springer, Berlin, 1985, p.267.
11. P.Hirschfeld, D.Vollhardt, and P. Wölfle, Solid State Commun. **59**, 111 (1986).
12. P.Hirschfeld, P.Wölfle, and D.Einzel, Phys. Rev. B **37**, 83 (1988).
13. K.Maki, in *Superconductivity*, Ed. R.D. Parks, M.Dekker, New York, 1969.
14. M.Sigrist and K.Ueda, Rev. Mod. Phys. **63**, 239 (1991).
15. J.A.Sauls, Adv. Phys. **43**, 113 (1994).
16. H.Won and K.Maki, Phys. Rev. B **53**, 5927 (1996).