Письма в ЖЭТФ, том 65, вып.10, стр.734 - 737

ИНКЛЮЗИВНЫЕ ПОЛУЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ B-МЕЗОНОВ

С.Я.Котковский[1)]

Институт теоретической и экспериментальной физики
117259 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 апреля 1997 г.

Проведено вычисление вероятности инклюзивного полулептонного распада B-мезонов в модели конституентных кварков. Получена компактная формула, определяющая дифференциальную ширину распада B-мезона через соответствующую ширину распада свободного b-кварка и волновую функцию внутреннего движения кварков в B-мезоне. Численные значения ширин полулептонных распадов получены для ряда моделей волновой функции.

PACS: 13.25.Hw

Инклюзивные процессы распадов B-мезонов в моделях распада свободного b-кварка неоднократно изучались ранее [1,2]. Ниже проведено вычисление вероятности инклюзивного распада B-мезонов в модели конституентных кварков. При этом для различных моделей кварковой волновой функции проверяется принцип кварк-адронной дуальности. Используемый в настоящей работе подход в своей основе совпадает с методикой, разработанной в статьях [3,4] (учитывающей непертурбативную связь тяжелого кварка со спектатором), но несет в себе ряд изменений, которые существенно влияют на форму результатов и позволяют получать их в виде, имеющем прозрачный физический смысл. Отметим ряд особенностей:

a) непертурбативная волновая функция B-мезона использована ниже в предположении, что все кварки лежат на массовой поверхности. Этим достигается согласие, во-первых, с методами получения волновой функции из уравнения Шредингера, а во-вторых, с диаграмным подходом;

b) учтено, что при получении дифференциальной ширины распада B-мезона более целесообразно, в определенном смысле, производить интегрирование сначала по поперечному импульсу тяжелого кварка $\mathrm{p}_\perp$, а затем по переменной x – доле продольного импульса в системе бесконечного импульса. Это позволяет представить ширину распада B-мезона в виде произведения ширины распада b-кварка и некоторой весовой функции (см. формулу (5)), введенной ранее в общем виде Бьеркеном [5];

c) интегрирование по x происходит не в постоянных пределах от 0 до 1, а в пределах, зависящих от величин кинематических переменных y и z' (обозначения см. ниже). Эти пределы "схлопываются" при приближении массы рожденной адронной системы к наинизшему адронному порогу.

Дифференциальная инклюзивная полулептонная ширина распада с образованием очарованных адронных состояний имеет вид [3]

$$d\Gamma^{e\nu} = \frac{G^2 M_B^5}{(4\pi)^3}|V_{cb}|^2 \frac{2|\mathrm{q}|}{M_B}\left\langle \frac{L^{e\nu}_{\alpha\beta}}{M_B^2}\right\rangle W^{\alpha\beta} dy dz', \qquad (1)$$

[1)]e-mail: kotkovsk@heron.itep.ru

где M_B – масса B-мезона; $z' = P'^2/M_B^2$, P' – суммарный импульс конечного адронного состояния; $y = q^2/M_B^2$, q – переданный импульс, $q = P - P'$, P – импульс B-мезона;

$$|\mathbf{q}| = \frac{M_B}{2}\sqrt{(1+y-z')^2 - 4y}; \qquad q_0 = \frac{M_B}{2}(1+y-z')$$

– в системе покоя B-мезона; $\left\langle L^{e\nu}_{\alpha\beta}\right\rangle = \frac{2}{3}(q_\alpha q_\beta - g_{\alpha\beta}q^2)$ – лептонный тензор, массами лептонов мы пренебрегли; $W^{\alpha\beta}$ – адронный тензор:

$$W^{\alpha\beta} = \int L^{\alpha\beta}(p_b, p_c)\delta\left((p_b - q)^2 - m_c^2\right) f(x, \mathbf{p}_\perp^2)\frac{dx}{x}d\mathbf{p}_\perp^2, \tag{2}$$

где $L^{\alpha\beta}(p_b,p_c) = 2(p_b^\alpha p_c^\beta + p_b^\beta p_c^\alpha - g^{\alpha\beta}(p_b p_c) - i\varepsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}p_b^\gamma p_c^\delta)$; x и $\mathbf{p}_\perp$ – переменные светового конуса для b-кварка:

$$x = \frac{p_{b+}}{P_+} = \frac{p_b^0 + p_b^3}{P^0 + P^3}, \qquad \mathbf{p}_\perp = \mathbf{p}_b - \mathbf{n}_z(xP_z),$$

в качестве оси Z выбрано направление вектора $\mathbf{q}$ в системе покоя: $\mathbf{n}_z = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$.

Функция распределения $f(x, \mathbf{p}_\perp^2)$ нормирована из условия равенства единице упругого формфактора $F(0)$:

$$\int f(x, \mathbf{p}_\perp^2)dx d\mathbf{p}_\perp^2 = 1. \tag{3}$$

Для свертки тензоров имеем:

$$\left\langle \frac{L^{e\nu}_{\alpha\beta}}{M_B^2}\right\rangle W^{\alpha\beta} = \frac{2}{3q_+M_B}\left[(m_b^2 - m_c^2)^2 + q^2(m_b^2 + m_c^2) - 2q^4\right] I_0, \tag{4}$$

где введены обозначения:

$$I_0 = I_0(q^2, q_0) = \int f(x, \mathbf{p}_{\perp_0}^2)dx; \quad \mathbf{p}_{\perp_0}^2 = \mathbf{p}_{\perp_0}^2(x) = \mu^2\frac{xM_B}{q_+} - x^2M_B^2\frac{q_-}{q_+} - m_b^2;$$

$$q_\pm = q_0 \pm |\mathbf{q}|; \quad \mu^2 = m_b^2 + q^2 - m_c^2;$$

m_b и m_c – массы b- и c-кварков. Функция $\mathbf{p}_{\perp_0}^2(x)$ возникает как корень выражения, стоящего в аргументе δ-функции в формуле (2).

Окончательно, для дифференциальной ширины распада имеем:

$$\frac{d^2\Gamma^{e\nu}}{dq^2dq_0} = \frac{d\Gamma_0}{dq^2}F(q^2, q_0), \tag{5}$$

где

$$\frac{d\Gamma_0}{dq^2} = \frac{G^2m_b^5}{192\pi^3}|V_{cb}|^2\frac{4|\mathbf{q}_b|}{m_b^2}\left[(1-\rho)^2 + \frac{q^2}{m_b^2}(1+\rho) - 2\left(\frac{q^2}{m_b^2}\right)^2\right]$$

– ширина распада свободного b-кварка,

$$|\mathbf{q}_b| = |\mathbf{q}_b|(q^2) = \frac{1}{2m_b}\sqrt{\mu^4 - 4m_b^2q^2}, \qquad \rho \equiv \frac{m_c^2}{m_b^2}.$$

Весовая функция в нашем случае имеет вид

$$F(q^2, q_0) = \frac{2m_b^2}{q_+}\frac{|\mathbf{q}|}{|\mathbf{q}_b|}\int f(x, \mathbf{p}^2_{\perp_0})dx. \tag{6}$$

В [5] приводится правило сумм для весовых функций в предельном случае тяжелых b- и c-кварков:

$$\int F(q^2, q_0)dq_0 = 1, \tag{7}$$

которое означает, что ширина распада B-мезона совпадает с шириной распада b-кварка. Применяя уравнение (7) к нашему случаю, мы получим (устремляя $m_b \to M_B$, $m_c \to M' = \sqrt{P'^2}$ и одновременно $m_b \to \infty$, $m_c \to \infty$) наше условие нормировки (3). Таким образом, мы убеждаемся, что наш подход согласуется с требованиями общего характера.

Как уже было сказано выше, интегрирование в (4) по x происходит в пределах, зависящих от y и z', которые диктуются требованием $\mathbf{p}^2_{\perp_0}(x) > 0$. Из него следует, что

$$x_1 < x < x_2, \quad x_{1,2} = \frac{1}{2Mq_-}\left[\mu^2 \mp \sqrt{\mu^4 - 4m_b^2 q^2}\right].$$

Условие $x_1 = x_2$, которое означает приведение к нулю фазового объема конечных кварков, дает нам значение $z' = z_1(y)$ нижнего предела по z', то есть адронного порога.

Исходя из (5), легко получить выражение для полулептонного отношения ширин:

$$dBr = \frac{d\Gamma^{e\nu}}{\Gamma_{tot}} = \frac{1}{\beta}\frac{4}{3}\frac{|\mathbf{q}|}{q_+}\left[(\zeta_b^2 - \zeta_c^2)^2 + y(\zeta_b^2 + \zeta_c^2) - 2y^2\right] M_B^2 I_0 dy dz', \tag{8}$$

где полная ширина

$$\Gamma_{tot} = \beta\frac{G^2 M_B^5}{(4\pi)^3}|V_{cb}|^2 = 0.45 \cdot 10^{-3}\text{эВ},$$

β – множитель, близкий к единице [3].

По формуле (8) были проведены численные расчеты полного полулептонного отношения (см. таблицу) распада $B^{\pm}$-мезонов для следующих моделей волновой функции:

I) свободный b-кварк. Этому случаю соответствует $f(x, \mathbf{p}_\perp^2) = \delta(x - m_b/M_B)\delta(\mathbf{p}_\perp^2)$, а $d\Gamma^{e\nu}/dq^2 = d\Gamma_0^{e\nu}/dq^2$. Значения масс кварков были взяты такие же, как и в модели III;

II) распределение из работы [3]:

$$f(x, \mathbf{p}_\perp^2) = A\frac{x}{1-x}\exp\left[-\lambda\left(\frac{1-x}{\zeta_0} + \frac{\zeta_0}{1-x}\right)\right]\exp\left[-\mathbf{p}_\perp^2/p_0^2(1-x)\right],$$

где $p_0 = M_B m_{sp}/\lambda_0$, $\zeta_0 = m_{sp}/M_B$, параметр $\lambda_0 = 1$, массы кварков $m_b = 4.8$ ГэВ, $m_c = 1.4$ ГэВ, $m_{sp} = 0.3$ ГэВ;

III) функция распределения $f(x, \mathbf{p}_\perp^2)$, которая получается путем соответствующего преобразования [6] из решения релятивистского уравнения Шредингера

[7] $\Psi(k)$, где k–величина относительного импульса кварков в их системе центра масс, $m_b = 4.997$ ГэВ, $m_c = 1.628$ ГэВ, $m_{sp} = 0.22$ ГэВ;

IV) решение уравнения Шредингера в нерелятивистском приближении [6]. Значения масс: $m_b = 5.279$ ГэВ, $m_c = 1.835$ ГэВ, $m_{sp} = 0.337$ ГэВ;

V) аппроксимация решения уравнения Шредингера гауссовым распределением [8]: $\Psi(k) = (4\pi/\beta^2)^{3/4}\exp(-k^2/2\beta^2)$, для B-мезона параметр $\beta = 0.41$ ГэВ; массы кварков $m_b = 4.88$ ГэВ, $m_c = 1.55$ ГэВ, $m_{sp} = 0.33$ ГэВ.

	Эксперимент	I	II	III	IV	V
$Br^{e\nu}$	$(10.4 \pm 0.4)\%$	11.4%	10.6%	8.4%	9.5%	9.6%

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что принцип глобальной дуальности хорошо выполняется в случае полулептонных распадов B-мезонов для большинства из рассмотренных моделей, то есть полный интеграл по z' дает значения брэнчинга, близкие к эксперименту.

Интегрирование по z' можно проводить, начиная не с наинизшего порога, а с некоторого начального значения z_1, как это было сделано в работе [3], получая таким образом вероятность перехода в так называемый "непрерывный спектр"–$Br^{e\nu}(X')$, которая в сумме с вероятностями переходов в низколежащие одночастичные адронные состояния (то есть D и D^*) должна дать полную вероятность. При расчетах было взято значение $z_1 = (2.15\,\text{ГэВ}/M_B)^2$. Модель II при этом дает значение $Br^{e\nu}(X')$=2.9%, что в сумме с $Br^{e\nu}(D)$=1.87% и $Br^{e\nu}(D^*)$=5.64% [3] дает хорошее значение $Br^{e\nu}$=10.41%. Для модели III получаем аналогичные цифры: $Br^{e\nu}(X')$=4.4%, $Br^{e\nu}(D)$=2.07%, $Br^{e\nu}(D^*)$=5.98%, что дает несколько более высокое по сравнению с экспериментальным значение $Br^{e\nu}$=12.45%.

Автор выражает благодарность проф. К.А.Тер-Мартиросяну и проф. И.М. Народецкому за обсуждение рассмотренных в статье вопросов.

---

1. G.Altarelli, N.Cabbibo, G.Corbo et al., Nucl.Phys. **B208**, 365 (1982).
2. G.Altarelli and S.Petrarca, Phys. Lett. **B261**, 303 (1992); I.I.Bigi and N.G.Uraltsev, Phys. Lett. **B280**, 271 (1992); I.I.Bigi, N.G.Uraltsev, and A.I.Vainstein, Phys. Lett. **B283**, 430 (1992); I.I.Bigi, M.Shifman, N.G.Uraltsev et al., Preprints TPI-MINN 93/12-T (1993); TPI-MINN-94/14-T (1994); I.I.Bigi and N.G.Uraltsev, Preprint CERN-TH 7020/93 (1993); I.I.Bigi, M.A.Shifman, and N.G.Uraltsev, Preprint CERN-TH 7129/93 (1993).
3. K.A.Ter-Martirosyan, Preprint ITEP 33-93 (1993); V.L.Morgunov and K.A.Ter-Martirosyan, Ядерная Физика, **59**, N 7 (1996).
4. C.H.Jin, M.F.Palmer, and E.A.Paschos, Phys.Lett.**B329**, 364 (1994).
5. J.D.Bjorken, I.Dunietz, and J.Taron, Nucl. Phys. **B371**, 111 (1992).
6. I.M.Narodetskii, R.Ceuleener, and C.Semay, Y.Phys. **G 18**, 1901 (1992).
7. S.Godfrey and N.Isgur, Phys. Rev. **D 32**, 185 (1985).
8. В.О.Галкин, А.Ю.Мишуров, Р.Н.Фаустов, Ядерная Физика **55**, №8 (1992).