

НАБЛЮДЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В МОНОСТАБИЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЕ

А.Н.Григоренко¹⁾, П.И.Никитин, Г.В.Рощенкин

*Институт общей физики РАН
117942 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 26 марта 1997 г.

После переработки 21 апреля 1997 г.

Экспериментально обнаружен стохастический резонанс на смешанных гармониках в моностабильной магнитной системе. Рассчитана кривая стохастического резонанса на высших гармониках в системах с малой нелинейностью.

PACS: 05.40.+j, 05.45.+b, 75.60.Ej

Стохастический резонанс (СР), который можно определить как вызванное шумом увеличение отношения сигнал/шум, в последнее время привлекает большое внимание исследователей [1–10]. Это обусловлено как фундаментальным характером явления (стохастический резонанс представляет собой существенный шаг в развитии теории нелинейных восприимчивостей), так и возможными интересными приложениями [9]. До настоящего времени СР был обнаружен в системах с порогом и бистабильных системах. В то же время была продемонстрирована интересная возможность существования расходящегося отношения сигнал/шум в специальном типе моностабильных систем [10].

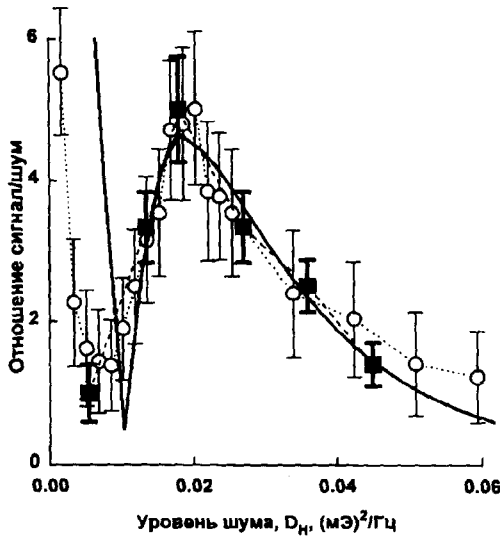
Стохастический резонанс в бистабильной магнитной системе был предложен в [6] и экспериментально зарегистрирован в [8]. В данной работе мы представляем экспериментальное наблюдение стохастического резонанса на высших гармониках в моностабильном магнитном потенциале. Мы также покажем, что СР на смешанных гармониках имеет большую область приложений, чем СР на основной гармонике, и может наблюдаться в различных моностабильных системах.

Действительно, рассмотрим физическую систему, подверженную действию гармонической модуляции и случайной шумовой силы. При малом уровне шума и слабой модуляции система движется вблизи равновесного состояния в линейной области и, как следствие, практически не генерирует высших гармоник. Приложение шума достаточной величины выводит систему из линейной области в нелинейную, где происходит смешивание гармоник. Это приводит к увеличению отношения сигнал/шум на высших гармониках, то есть к СР пику.

Наблюдение СР в моностабильной системе. В качестве модельной системы для наблюдения СР на высших гармониках в моностабильном потенциале нами была выбрана уединенная доменная граница (ДГ) в легкоосной пленке феррит-граната, стабилизированная градиентом внешнего магнитного поля. При не слишком больших частотах ДГ движется скачками локальных участков, взаимодействующих с микродефектами образца [11]. ДГ была фиксирована на моностабильном потенциале микродефекта, и изучался ее отклик на приложенные гармоническое и случайное шумовое магнитные поля в зависимости

¹⁾ e-mail: grig@kapella.gpi.ru

от мощности шумового поля. Отклик, представляющий собой изменение намагниченности локального участка образца $5 \cdot 5 \cdot 30 \text{ мкм}^3$, освещаемого лазером, измерялся стандартным магнитооптическим методом. Поля прикладывались при помощи катушек с индуктивностью $L \sim 10 \text{ мкГн}$ и коэффициентом преобразования $\sim 10 \text{ Э/А}$. Генератор случайного магнитного поля создавал шум в диапазоне частот до 20 кГц . Гармоники детектировались при помощи селективного нановольтметра, который использовался и для определения мощности шума. Более подробно экспериментальная установка и методика измерений описаны в работе [12].



Отношение сигнал/шум для локального участка ДГ в зависимости от мощности шумового магнитного поля: измеренные величины (■), результат компьютерного моделирования (○ и пунктир), кривая СР, рассчитанная при помощи уравнений (6), (7) (сплошная линия)

На рисунке приведена кривая стохастического резонанса на третьей гармонике, измеренная в моностабильном потенциале дефекта. Кривая получена для пленки состава $(\text{LuBi})_3(\text{FeGa})_5\text{O}_{12}$ толщиной 30 мкм , имеющей анизотропию 1800 Э , намагниченность 80 Гс , период страйпа 25 мкм и подвижность ДГ $\mu = 10^3 \text{ см/Э}\cdot\text{с}$. Градиент внешнего магнитного поля равнялся $\beta = 15 \text{ кЭ/см}$, внутренний градиент дефекта равнялся $\beta_0 = 100 \text{ кЭ/см}$. Частота модуляции составляла 1.1 кГц , амплитуда 20 мЭ , частота детектирования 3.3 кГц . Пик стохастического резонанса наблюдался при мощности случайного шумового поля $D_H = 0.018 (\text{мЭ})^2/\text{Гц}$, что соответствует мощности случайной силы $D = \mu^2 D_H = 0.018 \text{ см}^2/\text{с}$ ($f_{\text{сл}} = \mu H_{\text{сл}}$). Эта мощность должна сравниваться с энергией дефекта $U_{\text{эфф}} = \mu H_{\text{ср}} \delta = 0.016 \text{ см}^2/\text{с}$, где $H_{\text{ср}} = 0.4 \text{ Э}$ есть поле отрыва от дефекта, $\delta = 0.4 \text{ мкм}$ – область действия дефекта.

На рисунке также приведен результат численного моделирования движения ДГ, задаваемого уравнением

$$dx/dt = -dU/dx + \mu H \cos(\omega t + \varphi) + \mu H_{\text{сл}}(t), \quad (1)$$

где $H_{\text{сл}}(t)$ – случайное магнитное поле, $\langle H_{\text{сл}}(t_1) H_{\text{сл}}(t_2) \rangle = 2D_H \delta(t_1 - t_2)$, в моностабильном потенциале

$$U(x) = \frac{\mu \beta x^2}{2} + \frac{\mu \beta \delta x^2}{2} \exp\left(-\frac{2x^2}{\delta^2}\right), \quad (2)$$

который создавался градиентом внешнего магнитного поля и полем дефекта. Значения основных параметров ($\mu = 10^3$ см/Э·с, $\beta = 15$ кЭ/см, $\beta_\delta = 100$ кЭ/см, $\delta = 0.4$ мкм, $H = 50$ мЭ) соответствовали экспериментальным. Уравнение (1) было приведено к безразмерному виду подстановкой $x/\delta \rightarrow x$, $\mu\beta t \rightarrow t$ и численно интегрировалось методом Рунге-Кутты второго порядка. Полученный временной ансамбль положений ДГ при заданной реализации случайной силы использовался для получения корреляционной функции и спектральной плотности (при этом не учитывалась начальная динамика системы в течение первых 10 времен релаксации системы). Спектральная плотность усреднялась по фазе φ периодического магнитного поля (начальному времени), а также по ~ 700 различным реализациям шума для уменьшения случайной ошибки, которая в нашем случае составляла $\sim 10\%$ для спектральной плотности сигнала и $\sim 20\%$ для отношения сигнал/шум. Использовался стандартный генератор гауссовского белого шума, а шаг численного интегрирования ($\Delta t = 0.005$) подбирали настолько малым, чтобы его изменение не приводило к существенному изменению результатов.

Как видно из рисунка, отношение сигнал/шум, полученное методом численного интегрирования, находится в хорошем согласии с измеренной кривой.

СР на высших гармониках в системе с малой нелинейностью. Рассмотрим систему, движущуюся в параболическом потенциале $U_0(x) = ax^2/2$, возмущенную малой нелинейностью $u(x)$:

$$\dot{x} = -ax - u'(x) + f_0 \cos(\omega_0 t) + \xi(t), \quad (3)$$

где $f_0 \cos(\omega_0 t)$ представляет собой малую периодическую модуляцию, $\xi(t)$ – белый шум с $\langle \xi(\bar{t})\xi(t) \rangle = 2D\delta(\bar{t} - t)$. Записав решение в виде

$$x(t) = X_0(t) + X_{ш}(t) + \eta(t), \quad (4)$$

где $X_0(t)$ есть малые колебания, вызванные периодической силой в отсутствие шума и нелинейности, $X_{ш}(t)$ – процесс Орнштейна – Уленбека, вызванный шумом, $\eta(t)$ – малые поправки, произведенные нелинейностью $u(x)$, в первом порядке по $u(x)$ после несложных вычислений мы получим

$$\langle \eta(\bar{t})\eta(t) \rangle = \exp(-a(\bar{t} + t)) \int_{-\infty}^{\bar{t}} \int_{-\infty}^t \exp(a(\bar{\tau} + \tau)) K(\bar{\tau}, \tau) d\bar{\tau} d\tau,$$

$$K(\bar{\tau}, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u'(X_0(\bar{\tau}) + \bar{x}) \rho_1(\bar{x} - x, \bar{\tau} - \tau) u'(X_0(\tau) + x) \rho_0(x) d\bar{x} dx, \quad (5)$$

где $\rho_0(x) = \sqrt{a/2\pi D} \exp(-ax^2/2D)$ – стационарное распределение и $\rho_1(\bar{x} - x, \bar{\tau} - \tau)$ – вероятность перехода для процесса Орнштейна – Уленбека.

Для простоты мы предположим, что $\omega_0 \ll a$, так что основной вклад в (5) дает область $\bar{\tau} - \tau \gg 1/a$, где $\rho_1(\bar{x} - x, \bar{\tau} - \tau) \approx \rho_0(\bar{x})$. Тогда, разлагая (5) по $X_0(t)$ и беря шум в нулевом приближении, мы получаем окончательный результат для отношения сигнал/шум на n -гармонике ($n \geq 2$):

$$R_{n\omega} = \frac{\pi g_n^2 f_0^{2n}}{2^{n-1} (n!)^2 a^{2n} D \Delta\nu}, \quad (6)$$

где $\Delta\nu$ – полоса детектируемых частот и

$$q_n = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_0(x) u^{n+1}(x) dx = \sqrt{\frac{a}{2\pi D}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{ax^2}{2D}\right) u^{(n+1)}(x) dx, \quad (7)$$

где $u^{(n)}(x)$ есть n -я пространственная производная.

Легко видеть, что (6), (7) подразумевают существование оптимальной мощности шума, приводящей к максимуму отношения сигнал/шум. В общем случае в интеграле (7) можно выделить экспоненциальный фактор $\exp(-al^2/D)$, где l – эффективная длина, характеризующая потенциал $u(x)$. Это вместе с фактором D в знаменателе (6) приводит к СР пику.

Для исследованной экспериментальной системы условия получения (6), (7) выполнены при значениях уровня шума, больших энергии дефекта. (Частота внешней силы 3кГц была много меньше релаксационной частоты системы ~ 15 МГц, амплитуда внешней силы $H = 50$ мЭ была много меньше характерной силы дефекта $H_{\text{ср}} \sim 0.4$ Э, а потенциал дефекта можно считать возмущением по отношению к параболическому потенциалу градиентного магнитного поля при средней энергии системы, большей энергии дефекта.) На рисунке приведена кривая стохастического резонанса на третьей гармонике, рассчитанная при помощи (6), (7) для потенциала (2), параметры которого соответствовали экспериментальным потенциалам магнитного дефекта и внешнего градиентного магнитного поля. При больших значениях мощности шума кривая находится в согласии с экспериментальными данными и результатами численного моделирования.

В качестве другого примера рассмотрим случай, когда нелинейность сосредоточена вблизи некоторой точки x_0 :

$$u(x) = \epsilon \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\lambda^2}\right). \quad (8)$$

Вычисляя интеграл (7), получаем отношение сигнал/шум на второй гармонике:

$$D \ll a\lambda^2, \quad R_{2\omega} = \frac{\pi x_0^6 \epsilon^2 f_0^4}{8a^4 \lambda^{12} D \Delta\nu} \exp\left(-\frac{x_0^2}{\lambda^2}\right),$$

$$D \gg a\lambda^2, \quad R_{2\omega} = \frac{\pi a x_0^2 \lambda^2 \epsilon^2 f_0^4}{8D^6 \Delta\nu} \left(3 - \frac{ax_0^2}{D}\right)^2 \exp\left(-\frac{ax_0^2}{D}\right). \quad (9)$$

В этом элементарном примере пик стохастического резонанса существует только при $\lambda < x_0/4$, то есть при достаточной локализации нелинейности. Кроме того, СР пик при больших мощностях шума действительно можно описать выражением

$$R_{2\omega} \approx \frac{C}{D^8} \exp\left(-\frac{ax_0^2}{D}\right),$$

аналогичным формуле стохастического резонанса на основной гармонике.

Приведенный вывод делает ясной физическую причину аналогии. Действительно, СР сигналы генерируются при некоторой ненулевой энергии. Для потенциала (8) такой энергией является $U_0 = ax_0^2/2$, где сконцентрирована нелинейность. Вероятность найти систему вблизи этой энергии пропорциональна

$\exp(-U_0/D)$. Это дает фактор $\exp(-2U_0/D)$ для корреляционной функции, являющейся произведением двух координат системы, взятых в разное время. Множитель $1/D^n$ возникает из спектральной плотности шума и способности системы генерировать сигналы.

Таким образом, мы показали, что стохастический резонанс на высших гармониках не требует бистабильности и может наблюдаться в различных типах моностабильных систем.

Работа была поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 96-02-18956 и 96-02-19608, а также INTAS, грант 94-1720.

-
1. R.Benzi, A.Sutera, and A.Vulpiani, *J. Phys.* A14, L453 (1981).
 2. R.Benzi, G.Parisi, A.Sutera et al., *Tellus* 34, 10 (1982).
 3. B.McNamara and K.Wiesenfeld, *Phys. Rev.* A39, 4854 (1989).
 4. L.Gammaitoni, F.Marchesoni, E.Menichella-Saetta et al., *Phys. Rev. Lett.* 62, 349 (1989).
 5. М.И.Дыкман, П.В.Мак-Клинтон, Р.Манелла и др., *Письма в ЖЭТФ* 52, 780 (1990).
 6. А.Н.Григоренко, В.И.Конов, П.И.Никитин, *Письма в ЖЭТФ* 52, 1182 (1990).
 7. R.Bartussek, P.Jung, and P.Hanggi, *Phys. Rev.* E49, 3930 (1994).
 8. A.N.Grigorenko, P.I.Nikitin, A.N.Slavin et al., *J. Appl. Phys.* 76, 6335 (1994).
 9. K.Wiesenfeld and F.Moss, *Nature* 373, 33 (1995).
 10. J.M.G.Vilar and J.M.Rubi, *Phys. Rev. Lett.* 77, 2863 (1996).
 11. А.Н.Григоренко, С.А.Мишин, А.М.Прохоров и др., *ФТТ* 30, 2948 (1988).
 12. А.Н.Григоренко, П.И.Никитин, Г.В.Рошелкин, *ЖЭТФ* 111, (1997).