

## НЕУСТОЙЧИВОСТИ В КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕДАХ, ОБУСЛОВЛЕННЫЕ ДЕФЕКТАМИ

О.Б.Наймарк<sup>1)</sup>

*Институт механики сплошных сред Уральского отделения РАН  
614013 Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 21 января 1998 г.

После переработки 6 апреля 1998 г.

Рассматриваются некоторые универсальные реакции конденсированных сред, проявляющиеся при интенсивных нагрузках. Это поведение связывается с эволюцией ансамблей мезоскопических дефектов (микротрещин, микросдвигов). Установлено существование специальных типов аттракторов, контролирующих эволюцию ансамблей дефектов в условиях неравновесных переходов. Обсуждается роль указанных переходов в развитии аномалий деформационного поведения твердых тел и неустойчивостей при течении жидкостей.

PACS: 68.35.Gy, 83.50.Tq

Конденсированные среды обнаруживают неожиданные признаки универсального поведения при интенсивных нагрузках в диапазоне амплитуд напряжений и длительностей нагрузок, когда влияние прочности и релаксационных эффектов, обусловленных структурными изменениями, является существенным. В экспериментах по ударному нагружению жидкостей и твердых тел при амплитудах давлений менее 100 ГПа установлены общие деформационные реакции конденсированных сред в условиях, когда влияние структурночувствительных свойств (прочности, пластичности), обусловленных эволюцией мезоскопических дефектов, является определяющим. Концентрация этих дефектов достигает значений  $10^{12} - 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , но каждый мезоскопический дефект представляет собой дислокационный ансамбль и обладает свойствами этого ансамбля. Сценарии эволюции ансамблей мезоскопических дефектов имеют черты неравновесных кинетических переходов, и экспериментальные данные в широком диапазоне интенсивностей напряжений и скоростей деформаций подтверждают универсальные признаки эволюции структуры и её влияние на релаксационные свойства и разрушение. Эта универсальность может рассматриваться как форма автомодельности и ярко проявляется при пластической неустойчивости и локализации разрушения при динамическом нагружении. Автомодельность в поведении твердых тел при импульсном нагружении обусловлена возбуждением пространственно-временных структур в ансамблях дефектов. В твердых телах, подвергнутых ударно-волновому нагружению, эти структуры имеют выраженные фракто-графические признаки и их формирование сопровождается качественными изменениями реакции твердых тел на нагружение ("динамическая ветвь" при отколе [1], аномальная зависимость вязкости от скорости деформации [2], эффект сверхглубокого проникания [3]). Параметры, описывающие типичные мезоскопические дефекты (микротрещины, микросдвиги), были введены в [4, 5] как локализация соответствующей группы симметрий тензора дисторсии и могут рассматриваться как флуктуации поля смещений. Эти дефекты описываются симметричными тензорами

<sup>1)</sup> e-mail: lab13@icmm.perm.su

вида  $s_{ik} = s\nu_i\nu_k$  в случае микротрещин и  $s_{ik} = 1/2s(\nu_i l_k + l_i \nu_k)$  для микросдвигов. Здесь  $\nu$  – единичный вектор к основанию микротрещины (нормального отрыва) или плоскости скольжения микроскопического сдвига;  $l$  – единичный вектор в направлении сдвига,  $s$  – объем микротрещины или интенсивность сдвига для микроскопического сдвига. Микроскопическая кинетика для параметра  $s_{ik}$  определяется уравнением Ланжевена

$$\dot{s}_{ik} = K_{ik}(s_{lm}) - F_{ik}, \quad (1)$$

где  $K_{ik}(s_{lm})$  и  $F_{ik}$  – соответственно детерминированная и случайная части силового поля, удовлетворяющие условиям  $\langle F_{ik}(t) \rangle = 0$ ,  $\langle F_{ik}(t')F_{ik}(t) \rangle = Q\delta(t-t')$ . Здесь  $Q$  коррелятор флуктуирующих сил (неравновесный потенциал, определяющий энергетический рельеф начальной структуры). Функция распределения дефектов по размерам и ориентациям  $W(s, \nu, l)$  в фазовом пространстве состояний дается уравнением Фоккера – Планка

$$\frac{\partial}{\partial t}W = -\frac{\partial}{\partial s_{ik}}K_{ik}W + \frac{1}{2}Q\frac{\partial^2}{\partial s_{ik}\partial s_{ik}}W. \quad (2)$$

Как показано в [4], лагранжиан рассматриваемых дефектов, представляющих дислокационные скопления, может быть записан в форме

$$E = E_0 - H_{ik}s_{ik} + \alpha s_{ik}^2 \quad (3)$$

и включает слагаемое  $H_{ik}s_{ik}$ , отражающее взаимодействие дефектов с внешним полем и между дефектами. "Эффективное поле"  $H_{ik}$  представлено в виде суммы внешнего поля напряжений и "среднего" поля, создаваемого дефектами:  $H_{ik} = \gamma\sigma_{ik} + \lambda p_{ik}$ , где  $\sigma_{ik}$  – макроскопический тензор напряжений,  $p_{ik} = n\langle s_{ik} \rangle$  – макроскопический тензор плотности микродефектов,  $n$  – концентрация микродефектов,  $\lambda$  и  $\gamma$  – параметры материала. Квадратичный член в (3)  $\alpha s_{ik}^2$  отражает флуктуацию энергии в ближайшей окрестности дефекта, обусловленную развитием последнего. Решение уравнения Фоккера – Планка, основанное на предположении о статистической автомодельности в распределении дефектов [6], позволяет представить функцию распределения в виде  $W = Z^{-1} \exp(-E/Q)$ , где значение  $Z$  рассматривается как обобщение статистического интеграла. Макроскопическая величина "стационарных" неравновесных флуктуаций  $p_{ik}$  определяется усреднением [4]

$$p_{ik} = n \int s_{ik}W(s, \nu, l) ds d^3\nu d^3l. \quad (4)$$

На рис.1 показана зависимость  $p_{xx}$  от  $\sigma_{xx}$  для случая простого сдвига для различных значений параметра  $\delta = 2\alpha/\lambda n$ . Параметр  $\delta$  определяется двумя характерными масштабами: характерным размером зародыша мезоскопического дефекта  $l_n$  и средним расстоянием между дефектами  $l_c$ . Дислокационная модель мезоскопических дефектов [5] дает следующее представление для  $\alpha \approx G/V_0$ , где  $G$  – модуль сдвига,  $V_0$  – начальный "свободный" объем (объем зародыша). С учетом оценки для константы "среднего" поля  $\lambda \approx G$  получаем  $\delta \approx l_c/l_n$ . Решение уравнения (4) показывает, что переходы к эквивалентным классам кривых на рис.1 реализуются при достижении параметром  $\delta$  критических значений  $\delta_*$  и  $\delta_c$ , являющихся точками бифуркаций. Зависимости на рис.1 соответствуют характерным реакциям материала на изменение основных мод, описывающих ансамбль дефектов, и феноменологически это поведение может быть отражено в форме разложения Гинзбурга – Ландау для свободной

энергии  $F$  [5]:

$$F = \frac{1}{2}A\left(1 - \frac{\delta}{\delta_*}\right)p_{ik}^2 + \frac{1}{4}Bp_{ik}^4 - \frac{1}{6}C\left(1 - \frac{\delta}{\delta_c}\right)p_{ik}^6 - D\sigma_{ik}p_{ik} + \frac{1}{2}\mu(\nabla p_{ik})^2, \quad (5)$$

где  $A, B, C$  и  $D$  – параметры разложения. С учетом "полярного" характера взаимодействия дефектов и, как следствие, появления нелокальности, в разложение свободной энергии введен квадратичный по градиенту  $p_{ik}$  член;  $\mu$  – параметр нелокальности. Сплошными линиями на рис.1 отмечены "термодинамические ветви" [7], соответствующие минимумам свободной энергии. Точки  $P(\sigma_{xz}^c, p_{xz}^c)$  и  $S(\sigma_{xz}^t, p_{xz}^t)$  являются точками перехода к "динамическим ветвям".

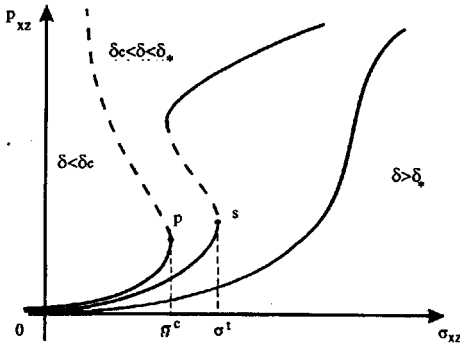


Рис.1. Характерные реакции материалов на рост дефектов

Диссипативная функция для среды, релаксирующей течением и вследствие развития дефектов, имеет вид [4]

$$TP_s = -\frac{1}{T}q_k \nabla_k T + \sigma_{ik}e_{ik}^v - \frac{\delta F}{\delta p_{ik}}\dot{p}_{ik} \geq 0, \quad (6)$$

где  $T$  – температура;  $q_k$  – поток тепла;  $\delta F/\delta p_{ik}$  – термодинамическая сила, действующая на систему, когда значение  $p_{ik}$  отличается от равновесного;  $e_{ik}^v = e_{ik} - \dot{p}_{ik}$  – "вязкая" компонента тензора скоростей деформации. Условие положительной определенности диссипативной функции приводит к системе определяющих уравнений для тензорных переменных:

$$\sigma_{ik} = \eta e_{ik}^v + \chi \dot{p}_{ik}, \quad (7)$$

$$-\frac{\delta F}{\delta p_{ik}} = -\chi e_{ik}^v + \zeta \dot{p}_{ik}, \quad (8)$$

где  $\eta$ ,  $\chi$  и  $\zeta$  – кинетические коэффициенты. Для случая простого сдвига из уравнения (7) следует выражение для эффективной вязкости

$$\eta_{im} = \frac{\sigma_{xz}}{e_{xz}} = \eta - (\eta - \chi)\frac{\dot{p}_{xz}}{e_{xz}}. \quad (9)$$

Уравнение (8) является кинетическим уравнением для неравновесных флуктуаций скорости деформации, обусловленных дефектами [4]. Переходы через точки бифуркаций  $\delta_c$  и  $\delta_*$  приводят к резкому изменению симметрии функции распределения вследствие появления некоторых ориентационно выраженных макроскопических мод тензора  $p_{ik}$ . Влияние переходов на эволюцию неравновесных флуктуаций скорости

деформаций, обусловленных дефектами, определяется типом бифуркации – групповыми свойствами кинетического уравнения для тензора  $p_{ik}$  для различных областей определения  $\delta$  ( $\delta > \delta_*$ ,  $\delta_c < \delta < \delta_*$ ,  $\delta < \delta_c$ ). Качественные закономерности изменений в поведении системы отражены на рис.2 в виде семейств гетероклиник, являющихся решениями уравнения

$$A\left(1 - \frac{\delta}{\delta_*}\right)p_{zz} + Bp_{zz}^3 - C\left(1 - \frac{\delta}{\delta_c}\right)p_{zz}^5 + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial p_{zz}}{\partial x}\right) = 0. \quad (10)$$

В диапазоне  $\delta > \delta_*$  это уравнение имеет эллиптический тип, которому соответствуют периодические решения с пространственным масштабом  $\Lambda$ , и  $p_{ik}$ -анизотропией, определяемой, в основном, приложенным напряжением. Это распределение  $p_{ik}$  вызывает слабые пульсации скорости без качественной смены характера ламинарного течения. При  $\delta \rightarrow \delta_*$  уравнение (8) изменяет локально тип от эллиптического к гиперболическому (сепаратрисса  $S_2$ ) и периодическое решение трансформируется в решения типа уединенных волн, что сопровождается расходимостью внутреннего масштаба  $\Lambda$ :  $\Lambda \approx -\ln(\delta - \delta_*)$ . Решение в этом случае имеет вид  $p_{zz}(\xi) = p_{zz}(x - Vt)$ . Амплитуда, скорость волны и длина волнового фронта определяются параметрами неравновесного (ориентационного) перехода:

$$p_{zz} = \frac{1}{2}p_a[1 - \tanh(\xi l^{-1})], \quad l = \frac{4}{p_a}\left(2\frac{\mu}{A}\right)^{1/2}. \quad (11)$$

Уединенная волна имеет скорость  $V = \mu A(p_a - p_m)/(2\zeta^2)$ , где  $(p_a - p_m)$  – скачок  $p_{zz}$  в процессе ориентационного перехода. Переход через точку бифуркации  $\delta_c$  (сепаратрисса  $S_3$ ) сопровождается появлением пространственно-временных структур качественно нового типа, которые характеризуются взрывной кинетикой накопления дефектов при  $t \rightarrow t_c$  на спектре пространственных масштабов (режимы с обострением [8]). В этом случае кинетика  $p_{zz}$  определяется разностью показателей степеней высших членов разложения в (5). Предполагая степенной закон зависимости параметра нелокальности от  $p_{zz}$ , кинетическое уравнение (8) можно записать в форме

$$\frac{\partial p}{\partial t} \approx S(p_c)p^\omega + \frac{\partial}{\partial x}(\mu_0(p_c)p^\beta) \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (12)$$

где  $p = p_{zz}/p_c$ ,  $\omega = 5/3$ . В [8] показано, что для уравнений вида (12) развитая стадия кинетики  $p$  при  $t \rightarrow t_c$  описывается автомодельным решением вида

$$p_A(x, t) = g(t)f(x). \quad (13)$$

Функция  $f(x)$  определяется решением соответствующей задачи на собственные значения. Например, для случая  $\omega = \beta + 1$  автомодельное решение уравнения (12) имеет вид

$$p(x, t) = [S_0(t - t_0)]^{-1/\beta} \left( \frac{2(\beta + 1)}{\beta(\beta + 2)} \sin^2\left(\frac{\pi x}{L_T} + \pi\theta\right) \right)^{1/\beta}, \quad (14)$$

где  $\theta$  является случайным параметром в интервале  $(0, 1)$ . Масштаб  $L_T$ , так называемая фундаментальная длина [8], имеет смысл пространственного периода решения (14):

$$L_T = \frac{2\pi}{\beta} ((\beta + 1)\mu_0 S_0^{-1})^{1/2}. \quad (15)$$

Как следует из (14), в точках  $x_k = C + kL_T$  (здесь  $C = -L_T$  и  $k$  принимает значения  $k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ ) параметр  $p$  и поток  $-\mu_0 p^\beta (\partial p / \partial x)$  обращаются в нуль. Более того, уравнение (14) описывает независимую "взрывную" кинетику роста  $p$  (режим с обострением [8]) на фундаментальной длине  $L_T$ . В интервале  $\delta_c < \delta < \delta_*$  флуктуации скорости деформации "подчиняются" спектру уединенных волн, что означает  $e_{ik} \approx \dot{p}_{ik}$ , и уравнение (9) дает следующую асимптотику вязкости:  $\eta = \chi$ . Независимость вязкости конденсированных сред при скоростях деформации  $e \sim 10^4 - 10^6 \text{ с}^{-1}$  была установлена в [9] при измерении затухания возмущений на фронте ударных волн. Удивительный результат этих экспериментов заключается в значениях вязкости, имеющей практически постоянное значение  $\eta \approx 10^4 \text{ Pz}$ , для всех изученных конденсированных сред (алюминий, свинец, вода, ртуть). Естественно предположить, что при скоростях деформации  $e \sim 10^5 \text{ с}^{-1}$  достигается предельная глубина проникновения в область метастабильности (ориентационного перехода), точка  $S$ , рис.1. Это обеспечивает резонансное возбуждение коллективных мод в форме спектра уединенных волн и, как следствие,  $e_{ik} \approx \dot{p}_{ik}$ . Аналогичный результат наблюдается также в близком интервале скоростей деформирования при ударном инициировании пластической неустойчивости в металлах, когда резкий переход к ориентационно-упорядоченному состоянию в ансамбле дефектов ведет к появлению областей сдвиговой неустойчивости (полосы адиабатического сдвига [3]). Подчинение поведения ансамбля дефектов кинетике в режиме с обострением происходит при переходе порога неустойчивости  $p = p_c$  для  $\delta < \delta_c$  и экспериментально наблюдалось в [10] при ударно-волновом нагружении материалов в микросекундном диапазоне длительностей нагрузки при так называемом "откольном" разрушении. Волна напряжений была инициирована в круглом стержне с использованием газовой пушки, и параметры нагружения (амплитуда напряжений, время разрушения, рис.3) измерялись с использованием лазерного дифференциального интерферометра [1]. Увеличение амплитуды ударного импульса ведет к резкому ослаблению зависимости времени разрушения  $\tau_c$  от амплитуды импульса  $\sigma_a$  ("динамическая ветвь" при отколе [2]). Появление этой ветви сопровождается качественным изменением фрактографической картины поверхности разрушения, когда на последней наблюдается множественное зарождение зеркальных зон. Диаметр зон, являющихся зародышами макроскопических трещин, соответствует масштабу локализации дисперсного разрушения для момента наступления режима с обострением. Масштабы локализации (фундаментальные длины) уменьшаются с увеличением амплитуды надкритических напряжений. Очевидной становится причина слабой зависимости  $\tau_c(\sigma_a)$ , являющейся признаком автотомодельности: резонансное возбуждение спектра собственных форм в режиме с обострением.

Некоторые экспериментальные данные о физических механизмах развития неустойчивостей в конденсированных средах указывают на возможность описания неустойчивостей в жидкостях на основе анализа кинетики неравновесных флуктуаций, если рассматривать последние как реальные дефекты в структуре жидкостей [11]. Мезоскопические дефекты, будучи по своей природе неравновесными флуктуациями полей смещений (или скоростей деформаций) в твердых телах, рассматриваются и в случае жидкостей, как реальные дефекты структуры, которые создаются при коллективном движении групп молекул. Этот механизм движения не соответствует обычному диффузионному механизму переноса импульса в простых жидкостях. По-видимому, Френкель [12] первым обратил внимание на аналогии в механизмах

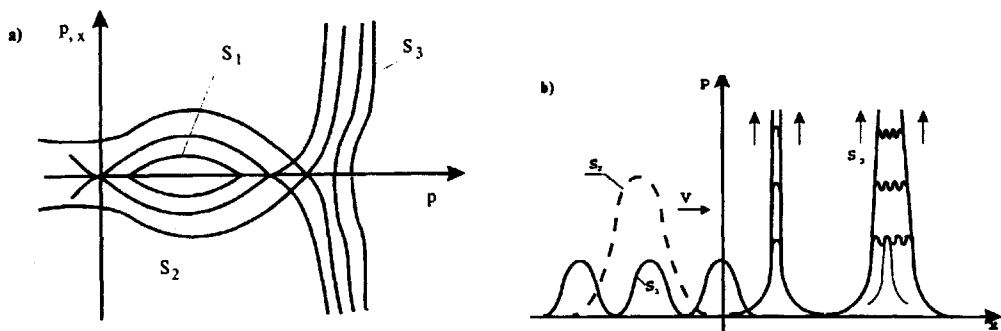


Рис.2. Типы гетероклиник и соответствующие им собственные формы

течения твердых тел и жидкостей, отмечая, что "... рентгенограммы жидкостей сходны с рентгенограммами микрокристаллических тел, и их можно было бы интерпретировать в общих чертах, исходя из представления, что жидкость состоит из большого числа беспорядочно ориентированных кристалликов субмикроскопических размеров" и "...широко распространенное представление о том, что текучесть жидкостей обусловлена отсутствием упругости на сдвиг, то есть равенством нулю модуля сдвига...ошибочно (за исключением, может быть, случая жидкого гелия II)". Эти положения подтверждаются измерениями сдвиговых модулей и релаксационных спектров простых жидкостей [13], где были установлены времена релаксации  $\tau \approx 10^{-5}$  с, отличающиеся на 5-6 порядков от молекулярных (диффузионных) времен релаксации. Время релаксации  $\tau$  оценивается по формуле Эйнштейна, как характерное время самодиффузии  $\tau_m = \Delta^2 / 6D_{sd}$ , где  $\Delta$  – расстояние между частицами жидкости,  $D_{sd}$  – коэффициент самодиффузии. В случае слабвязких жидкостей оценка времени релаксации дает величину  $\tau_m \approx 10^{-10} - 10^{-12}$  с. Однако во многих случаях коллективные эффекты в жидкостях, обусловленные взаимодействием групп молекул, могут играть существенную роль. Релаксация неравновесного состояния групп молекул требует согласованного смещения и изменения ориентации многих молекул и, как следствие этого, связана с большими временами релаксации. Существование сдвиговой упругости при наложении сдвиговых колебаний в жидкости при частотах  $10^5$  Гц объясняется в [13] этими коллективными эффектами. Согласованное смещение групп молекул (подобное относительноному скольжению блоков или зерен в твердых телах) может быть реализовано при зарождении мезоскопических дефектов, которые возникают между этими группами молекул.

В соответствии с рассмотренными выше особенностями нелинейного поведения ансамблей дефектов возможен следующий сценарий развития неустойчивостей в жидкости. Переход к турбулентности при интенсификации течения происходит при уменьшении параметра  $\delta$  вследствие увеличения плотности дефектов. Область  $\delta > \delta_*$  соответствует флуктуациям поля смещений (и скоростей деформаций), обусловленных дефектами, которые имеют вид слабых периодических пульсаций скорости. Переход через точку бифуркации  $\delta_*$  (область  $\delta_c < \delta < \delta_*$ ) приводит к зарождению в потоке уединенных волн, порождаемых в результате ориентационной неустойчивости в ансамбле микроскопических сдвигов. Условия для развитой турбулентности

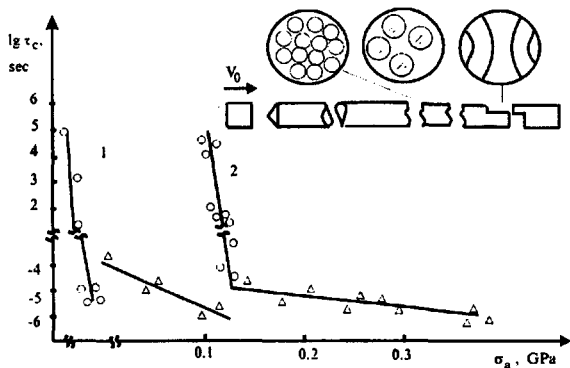


Рис.3. Зависимость времени разрушения образца  $\tau_c$  для полиметилметакрилата (1) и ультрафарфора (2) от амплитуды импульса напряжений  $\sigma_a$ . Вставка иллюстрирует схематический вид поверхности разрушения в различных сечениях откола

формируются в области  $\delta < \delta_c$ , когда течение подчиняется неравновесным макроскопическим флуктуациям скорости деформаций, обусловленных развитием спектра собственных форм  $p_{ik}$  в режиме с обострением. Минимальный масштаб, соответствующий простой структуре (рис.2), очевидно, определяет нижнюю границу инерционного интервала (верхнюю для вязкого), введенного Колмогоровым [14].

Интересно сопоставить реальную картину турбулентного течения со сценарием, который дается динамикой  $p_{ik}$ . Динамика развития турбулентности исследована в [15] при анализе эволюции турбулентного пятна при течении Пуазейля в диапазоне чисел Рейнольдса  $R \sim 840 - 1500$ . Как отмечается, турбулентное пятно имеет форму треугольного крыла и турбулентное движение возникает внутри области, на границе которой возникают возмущения в виде уединенных волн. Эти волны, генерируемые на границе пятна, распространяются в ламинарную зону, превращаясь в квазипериодические затухающие пульсации скорости. Движение уединенных волн в направлении пятна приводит к вторичной неустойчивости и росту пятна. Этот экспериментально наблюдаемый сценарий согласуется с нелинейной динамикой макроскопических флуктуаций скорости деформаций, обусловленных дефектами. Установленные закономерности развития неустойчивостей в конденсированных средах позволяют предположить возможность существования бифуркационного дерева, ведущего к турбулентности [16], которое может быть описано в рамках кинетического подхода [17].

Настоящая работа была частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант 96-01-00471).

1. В.В.Беляев, О.В.Наймарк, ДАН СССР **312**, 289 (1990).
2. О.В.Наймарк, В.В.Беляев, ФГВ **25**, 115 (1989).
3. О.В.Naimark, in: *Advances in Fracture Research*, Ed. V.Karihaloo, **6**, Australia, Sydney, 1997, p.2795.
4. О.В.Наймарк, *О термодинамике деформирования и разрушения твердых тел с микротрещинами*, препринт Института механики сплошных сред АН СССР, 1982.
5. О.В.Naimark, in: *Proc. of IUTAM Symposium on Nonlinear Analysis of Fracture*, Ed. J.R.Willis, UK, Cambridge, 1997, p.285.
6. Л.Р.Вотвина, Г.И.Баренблатт, *Проблемы прочности* **12**, 17 (1985).
7. Г.Николис, И.Пригожин, *Самоорганизация в неравновесных системах*, М.: Мир, 1979.
8. С.П.Курдюмов, *Собственные функции горения нелинейной среды и конструктивные законы её организации*, препринт Института прикладной математики имени Келдыша АН СССР, 1979.

9. А.Д.Сахаров, Р.М.Зайдель, В.Н.Минеев, А.Г.Олейник, ДАН СССР **9**, 12 (1965); В.Н.Минеев, Е.Н.Савинов, ЖЭТФ **9**, 12 (1965); В.Н.Минеев, Р.М.Зайдель, ЖЭТФ **27**, 3 (1968).
10. Е.Н.Беллендир, В.В.Беллев, О.Б.Наймарк, Письма в ЖТФ **13**, 90 (1989).
11. О.В.Наймарк, Письма в ЖТФ **23**, 13, 81 (1997).
12. Я.И.Френкель, *Кинетическая теория жидкостей*, Л.: Наука, 1975.
13. В.В.Derjagin et al., Polymer **30**, 1 (1989).
14. А.Н.Колмогоров, ДАН СССР **30**, 299 (1941).
15. D.R.Carison, S.E.Widnall, and M.F.Peeters, J. Fluid Mech. **121**, 487 (1982).
16. Г.М. Заславский, Р.З.Сагдеев, *Введение в нелинейную физику*, М.: Наука, 1988.
17. Yu.L. Klimontovich. Physica B**229**, 51 (1996).