Письма в ЖЭТФ, том 67, вып.10, стр.777 - 782

СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В КЛАССИЧЕСКИХ ГАЗАХ

Т.Л.Андреева, П.Л.Рубин

Физический институт им. П.Н.Лебедева РАН

117924 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 апреля 1998 г.

На основе детального анализа квантового интеграла столкновений частиц в парамагнитном поляризованном больцмановском газе получен критерий распространения слабозатухающих спиновых волн. Показано, что согласно этому критерию спиновые волны могут распространяться в классических (неквантовых) газах при температурах, близких к комнатным.

PACS: 75.30.Ds

В газах, подчиняющихся больцмановской статистике, в отсутствие внешних электрических и магнитных полей единственной распространяющейся коллективной модой является звуковая волна. На возможность коллективных спиновых осцилляций в парамагнитном газе указал В.П.Силин [1], А.Г.Аронов рассмотрел спин-волновые колебания электронного газа в полупроводниках [2], в работе Е.П.Башкина [3] было предсказано существование слабозатухающих спиновых волн в спин-поляризованных больцмановских газах. Критерий существования новой коллективной моды в спин-поляризованном газе сводится в [3] к требованию, чтобы газ был «квантовым»: средняя де-бройлевская длина волны должна быть значительно больше размера атома (амплитуды рассеяния). Несмотря на значительное количество работ, посвященных динамике и кинетике спин-поляризованных газов (см., например, [4] и содержащиеся там ссылки), упомянутый критерий не подвергался сомнению, хотя он был основан на чисто качественных соображениях [5]. Этот критерий налагает довольно жесткое ограничение на температуру газа, поскольку большинство газов конденсируется значительно раньше, чем начинает выполняться указанный критерий. По этой причине подходящими объектами считались лишь спин-поляризованный водород $H\uparrow$ и $^3He\uparrow$. В этих двух газах существование спиновых волн было подтверждено экспериментально [6,7]. Подчеркнем, что в данном случае речь идет о ядерном спине.

В настоящей работе получен критерий распространения спиновых волн в поляризованном больцмановском газе на основе детального исследования интеграла столкновений. Показано, что основной величиной, определяющей распространение спиновых волн в больцмановских парамагнитных газах, является вещественная часть амплитуды обменного рассеяния на нулевой угол. Причем в обычных газах, где рассеяние атомов носит квазиклассический характер и резко анизотропно, ситуация оказывается более благоприятной, чем в «квантовых», где рассеяние практически изотропно (s-рассеяние) [8]. Полученный критерий не совпадает с принятым в литературе [3 – 6]. Из него следует значительное расширение круга парамагнитных газов, в которых могут распространяться слабозатухающие спиновые волны при температурах, близких к комнатной. Примером могут служить пары щелочных металлов (Na, Cs, Rb), в которых можно получить высокую степень поляризации электронного спина [9].

Рассмотрим парамагнитный газ с наведенной извне спиновой поляризацией (вектор которой $\mathbf{M}$ направлен вдоль оси z). В этом случае матрица Вигнера имеет вид

$$f_{\alpha\alpha'}(p) = f^{(0)}(p)[(\delta_{\alpha\alpha'} + M\sigma_{\alpha\alpha'}) + \phi_{\alpha\alpha'}(p)].$$

Здесь $f^{(0)}(p)$ – равновесная максвелловская функция распределения по импульсам (как это принято в кинетической теории газов, нормированная на концентрацию частиц $n = \int dpf^{(0)}(p)$), $\sigma_{\alpha\alpha'}$ – вектор матриц Паули, $\phi_{\alpha\alpha'}(p)$ – малое возмущение функции Вигнера. Функцию $\phi_{\alpha\alpha'}(p)$ в свою очередь удобно разложить на скалярную, φ, и векторную, μ, составляющие:

$$\phi_{\alpha\alpha'}(p) = \varphi(p)\delta_{\alpha\alpha'} + \mu(p)\sigma_{\alpha\alpha'}. \tag{1}$$

В настоящей работе речь пойдет о динамике поперечной (по отношению к оси z) составляющей магнитной поляризации газа. Удобно использовать следующие комбинации величин μ_x и μ_y: $\mu_\pm = \mu_x \pm i\mu_y$. Кинетическое уравнение для пространственно-временных фурье-компонент $\mu_\pm$ имеет вид

$$[-i\omega\mu_\pm(\omega, k, p) + ikv\mu_\pm(\omega, k, p)] = J_\pm(\mu_\pm). \tag{2}$$

Здесь ω – частота, k – волновой вектор, $J_\pm$ – интеграл столкновений.

Явный вид интеграла столкновений может быть получен с помощью [10, 11]. Ввиду его громоздкости мы приведем его в сокращенном виде, подробно описав лишь то слагаемое (L_I), которое играет основную роль в дальнейшем:

$$J_\pm = Q_R \pm i|M|Q_I \mp i|M|L_I. \tag{3}$$

Здесь Q_R и Q_I – квадратичные по T-матрице (амплитуде рассеяния) интегральные операторы, структура которых имеет тот же характер, что и в обычном уравнении Больцмана. Собственные значения операторов Q_R и Q_I — одного порядка величины $\nu_s \simeq n\bar{v}\sigma$, где σ — газокинетическое сечение столкновений, $\bar{v}$ — средняя тепловая скорость атомов.

Структура оператора L_I существенно иная:

$$L_I(\mu_\pm) = 16\pi^3\hbar^2 \int dp_1 f^{(0)}(p_1)\times$$
$$\times \operatorname{Re}\left\{T_{ex}\left(\frac{p-p_1}{2}, \frac{p-p_1}{2}\right)[\mu_\pm(p) - [\mu_\pm(p_1)]\right\}. \tag{4}$$

Здесь T_{ex} – T-матрица спин-обменного рассеяния ($\uparrow\downarrow \to \downarrow\uparrow$):

$$T_{ex}(P, P') = 2\theta(P, P') + \theta(-P, P') - t(-P, P'),$$

P и P' — относительные импульсы сталкивающихся частиц, отнесенные к приведенной массе атомов ($m/2$), а t и θ следующим образом связаны с полной матрицей рассеяния (тождественных фермионов):

$$T_{\alpha\beta\mu\nu}(P, P') = \hat{A}[t(P, P')\delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\nu} + \theta(P, P')\sigma_{\alpha\mu}\sigma_{\beta\nu}] =$$
$$= t(P, P')\delta_{\alpha\mu}\delta_{\beta\nu} - t(-P, P')\delta_{\alpha\nu}\delta_{\beta\mu} + \theta(P, P')\sigma_{\alpha\mu}\sigma_{\beta\nu} - \theta(-P, P')\sigma_{\alpha\nu}\sigma_{\beta\mu}. \tag{5}$$

Здесь $\hat{A}$ означает антисимметризацию по перестановкам частиц (падающих и рассеянных), произведение матриц Паули — это скалярное произведение: $\sum_j \sigma^{(j)}_{\alpha\mu}\sigma^{(j)}_{\beta\nu}$. Нетрудно убедиться, что формула (5) описывает столкновения, сохраняющие полный спин, что является хорошим приближением не только в случае ядерного спина (H, ^{3}He), но и для атомов с электронным спином (пары щелочных металлов) [9].

Все три оператора – Q_R, Q_I и L_I – эрмитовы в пространстве L функций $\mu(p)$ с общепринятым в кинетической теории газов скалярным произведением [12], так что операторы J_+ и J_- взаимно эрмитово сопряжены. Функция $|1\rangle = \mu_\pm \equiv 1$ – собственная функция операторов $J_\pm$ с нулевым собственным значением, что является следствием сохранения полного спина при столкновениях (см. (5)). Более того, нулевое собственное значение $J_\pm$ невырождено ввиду отсутствия других законов сохранения в «$\mu_\pm$-подпространстве». Законы сохранения импульса, энергии и числа частиц относятся к диагональным элементам матрицы Вигнера.

Уравнение (2) математически представляет собой задачу о собственных значениях операторов $J_\pm - ik\hat{v}$ ($\hat{v}$ — умножение на величину скорости, рассматриваемое как оператор). При малых k ($|kv| \ll \nu$, где ν — абсолютная величина характерного собственного значения оператора $J_\pm$) эта задача может быть решена с помощью теории возмущений по отношению к оператору $ik\hat{v}$, то есть в гидродинамическом приближении [12]. Поправка первого порядка теории возмущений равна нулю ввиду изотропии равновесной функции распределения по скоростям.

Поправка второго порядка в данном случае может быть записана так [12]:

$$-i\omega_\pm = k^2\langle 1|\hat{v}J_\pm^{-1}\hat{v}|1\rangle. \tag{6}$$

Здесь под $J_\pm^{-1}$ подразумевается оператор, обратный $J_\pm$ на подпространстве $(1-\hat{P})L$ ($\hat{P} = |1\rangle\langle 1|$): в исходном пространстве L оператор $J_\pm$ необратим, поскольку обладает нулевым собственным значением.

Рассмотрим сначала неполяризованный газ ($M = 0$). В этом случае $J_+ = J_- = Q_R$. Собственные значения Q_R (и Q_R^{-1}) вещественны, и поэтому ω оказывается чисто мнимой. Таким образом, в этом случае мы имеем дело просто со спиновой диффузией. Как обычно [12], в этой ситуации оказывается возможным дать лишь оценку соответствующего коэффициента диффузии:

$$D_s = \langle 1|\hat{v}J_R^{-1}\hat{v}|1\rangle. \tag{7}$$

По порядку величины $D_s \sim \bar{v}^2/3\nu_s$, где $1/\nu_s$ — характерное собственное значение оператора Q_R^{-1}. При этом коэффициент спиновой диффузии D_s в общем случае не совпадает с другими кинетическими коэффициентами, поскольку соответствующие эффективные частоты столкновений различны.

В поляризованном газе ситуация существенным образом иная. Пусть $|M| \sim 1$ (требование положительной определенности матрицы плотности приводит к условию: $0 \le |M| \le 1$, а при оптической поляризации парамагнитного газа естественным образом достигается значение $|M|$, близкое к единице). Теперь операторы $J_\pm$ практически сводятся к третьему слагаемому в правой части формулы (5), а первые два оператора можно рассматривать как малую поправку.

Чтобы убедиться в этом, произведем оценку вещественной части амплитуды обменного рассеяния на нулевой угол $\mathrm{Re}[T_{ex}(0)]$. Из общей формулы для T-матрицы [13] следует, что основной вклад в матрицу рассеяния быстрых атомов на нулевой угол вносит борновский член, поскольку в нем полностью компенсируются осцилляции множителя $\exp(ikx)$, описывающего падающую волну ($k = p/\hbar$ — волновой вектор атома). При комнатной температуре (а на самом деле и при более низких температурах) для обмена электронным спином с большим запасом выполняется соотношение $|k|a_0 \gg 1$, где a_0 — эффективный радиус взаимодействия. Последнее неравенство как раз и означает, что атомы являются быстрыми. Таким образом, оператор L_I или точнее, его характерное собственное значение ν_{ex} пропорционально борновской амплитуде рассеяния на нулевой угол:

$$A(0) = -\frac{m}{4\pi\hbar^2}\int U\, d^3x \simeq -\frac{m}{4\pi\hbar^2}|U|a_0^3$$

(U – потенциал обменного взаимодействия).

Теперь нетрудно оценить отношение ν_{ex}/ν_s. По порядку величины оно составляет

$$\frac{\nu_{ex}}{\nu_s} \sim |M|\frac{|U|a_0}{\hbar\bar{v}}. \tag{8}$$

Отметим, что правая часть этого равенства с точностью до множителя $|M|$ представляет собой так называемый «борновский параметр» [8], который в классических (неквантовых) газах обычно велик. Ниже в качестве примера будет приведена численная оценка борновского параметра для атомов цезия.

Итак, в первом приближении по (обратному) борновскому параметру уравнение (2) можно представить в виде

$$(kv - \omega)\mu_\pm(p) = \mp 16|M|\pi^3\hbar^2\int dp_1 f^{(0)}(p_1)\,\mathrm{Re}\,T_{ex}(0)[\mu_\pm(p) - \mu_\pm(p_1)]. \tag{9}$$

Это уравнение снова можно рассматривать по схеме теории возмущений, как мы поступили ранее. Однако здесь для оценки будет использован другой способ. Предположим ради упрощения задачи, что $T_{ex} = \mathrm{const}$, то есть не зависит от энергии. Тогда

$$(kv - \omega)\mu_\pm(p) = \mp\nu_{ex}[\mu_\pm(p) - \frac{1}{n}\int dp_1 f^{(0)}(p_1)\mu_\pm(p_1)]$$

(на этот раз $\nu_{ex} = 16|M|\pi^3\hbar^2 n\,\mathrm{Re}\,T_{ex}$).

В гидродинамическом приближении ($|k\bar{v}/\nu_{ex}| \ll 1$, $|\omega/\nu_{ex}| \ll 1$) получается следующее дисперсионное уравнение:

$$\omega = \pm\frac{k^2\bar{v}^2}{3\nu_{ex}}. \tag{10}$$

Это уравнение описывает незатухающую волну спиновой поляризации. Диффузионное затухание волны Γ — эффект следующего порядка по обратному борновскому параметру ν_s/ν_{ex}. Оценка величины Γ имеет вид

$$\Gamma \sim \frac{k^2\bar{v}^2}{\nu_{ex}}\frac{\nu_s}{\nu_{ex}} \ll \omega. \tag{11}$$

Таким образом, в парамагнитном поляризованном больцмановском газе могут распространяться слабозатухающие спиновые волны, частота и затухание которых оцениваются по формулам (10), (11). Отметим, что диффузионное затухание спиновой волны Г в поляризованном газе (11) меньше соответствующей величины в неполяризованном газе (7) в $(\nu_s/\nu_{ex})^2$ раз.

В качестве примера рассмотрим параметры спиновых волн в парах поляризованного цезия, для которого имеются необходимые экспериментальные данные. Согласно работе [14], электронная спиновая поляризация в парах цезия с хорошей точностью сохраняется: отношение сечений столкновений с несохранением спина и спинового обмена — порядка 1%. Величина $a_0 \sim 10^{-7}$ см [14, 15]. В качестве оценки величины $|U|$ примем удвоенную энергию связи молекулы Cs_2: $|U| \sim 1$ эВ [16]. Тогда борновский параметр при средней тепловой скорости атомов цезия $\bar{v} = 2 \cdot 10^4$ см/с оказывается порядка 10^3. Такая большая величина борновского параметра тесно связана с выраженной анизотропией индикатриссы рассеяния быстрых частиц [8]. Отметим, что зависимость этого параметра от температуры сводится главным образом к соответствующей зависимости $\bar{v} \sim \sqrt{T}$. Поэтому борновский параметр приближается к 1 лишь при температурах менее 10^{-4}–10^{-3} K.

Отношение частоты спиновой волны к ее затуханию, согласно (10), (11) составляет:

$$\frac{\omega}{\Gamma} \sim 10^3\,|M|.$$

В частности, отсюда следует, что с ростом $|M|$ сужение возрастает. Следует иметь в виду, что эта оценка, вообще говоря, может потребовать уточнения с учетом фактического слабого несохранения спина.

Таким образом, условие распространения спиновых волн в поляризованном больцмановском газе определяется двумя факторами: сохранением спина, то есть медленностью его разрушения в столкновениях, и резкой анизотропией индикатриссы рассеяния атомов при комнатной температуре. Как известно, в этом случае рассеяние в основном происходит на малые углы в диапазоне $(|k|a_0)^{-1}$ $(|k| = m\bar{v}/\hbar)$. Для цезия при комнатной температуре соответствующий диапазон углов составляет $\simeq 10^{-3}$.

Для наблюдения спиновых волн в парах щелочных металлов, помимо традиционного метода магнитного резонанса [17], представляется интересным использовать метод рассеяния света вблизи резонансных D-линий атомов. Как было показано в [18], вблизи резонансных линий поляризуемость атома имеет большую антисимметричную составляющую, что дает возможность наблюдать кинетику спиновых флуктуаций. При наличии спиновых волн спектр флуктуаций электронной спиновой поляризации должен представлять собой хорошо разрешенный дублет с узкими компонентами.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований 96-02-17312-а.

---

1. В.П.Силин, ЖЭТФ **6**, 945 (1957).
2. А.Г.Аронов, ЖЭТФ **73**, 577 (1977).
3. Е.П.Башкин, Письма в ЖЭТФ **33**, 11 (1981).
4. A.E.Meyerovich, S.Stepaniants, and F.Laloë, Phys. Rev. **B52**, 6808 (1995).
5. Е.П.Башкин, УФН **148**, 433 (1986).
6. B.R.Johnson, J.S.Den'ker, N.Bigelow et al., Phys. Rev. Lett. **52**, 1508 **53**, 302 (1984).
7. N.Bigelow, P.J.Nacher, and M.Leduc, J. Phys. II France **2**, 2159 (1992).
8. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, М.: Наука, 1989.

9. R.J.Knize, Phys. Rev. **A40**, 6219 (1989).
10. R.F.Snider, J. Chem. Phys. **32**, 1051 (1960).
11. Т.Л.Андреева, П.Л.Рубин, ЖЭТФ **111**, 831 (1997).
12. Р.Балеску, *Равновесная и неравновесная статистическая механика*, М.: Мир, 1978. П.Резибуа, М.ДеЛенер, *Классическая кинетическая теория жидкостей и газов*, М.: Мир, 1980.
13. М.Гольдбергер, К.Ватсон, *Теория столкновений*, М.: Мир, 1967.
14. N.D.Bhaskar, J.Pietras, J.Camparo et al., Phys. Rev. Lett. **44**, 930 (1980).
15. А.А.Радциг, Б.М.Смирнов, *Справочник по атомной и молекулярной физике*, М.: Атомиздат, 1980.
16. W.Happer, Rev. Mod. Phys. **44**, 169 (1972).
17. L.-J.Wey, N.Kalenchofsky, and D.Candela, Phys. Rev. Lett. **71**, 879 (1993).
18. Т.Л.Андреева, П.Л.Рубин, Е.А.Юков, ЖЭТФ **107**, 1160 (1995).