

ПРОЗРАЧНОСТЬ ВИНТОВОГО ТИПА В ТРЕХУРОВНЕВОЙ СРЕДЕ

И.В.Казинец, И.Е.Мазед, Б.Г.Матисов*

*Санкт-Петербургский государственный технический университет¹⁾
195251 Санкт-Петербург, Россия*

** Физико-технический институт им.А.Ф.Иоффе РАН
194021 Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 20 апреля 1998 г.

Представлено решение системы уравнений Максвелла – Шредингера, которое описывает распространение импульсного лазерного излучения через трехуровневую Λ -среду, в которой начальные атомные населенности находятся в специально приготовленной когерентной суперпозиции низкоэнергетических состояний. Данное решение описывает новый тип прозрачности, который характеризуется наличием преобразования частоты падающего импульса и, в частности, может быть использован при создании "оптических ключей" и конверторов частоты лазерного излучения.

PACS: 42.50.-p

В настоящее время известно несколько типов прозрачности в многоуровневых резонансных средах. Один из них получил название самоиндуцированной прозрачности (СИП) и был открыт в середине шестидесятых годов Мак-Коллом и Ханом [1]. Суть явления СИП заключается в том, что передний фронт падающего импульса переводит частицы среды в возбужденное состояние, а под действием "хвостовой" его части частицы когерентно излучают, отдавая энергию полю. Если площадь под импульсом (интеграл от частоты Раби по времени) равна 2π , то такой процесс забирая энергию из передней части и передача ее в хвостовую часть не изменяет площади импульса. Таким образом импульс в среде распространяется без потерь. Самоиндуцированная прозрачность в многоуровневых средах изучалась, главным образом, численными методами. Однако для стационарного распространения двухчастотных импульсов, например в трехуровневых средах, были получены также и аналитические решения [2].

Другой, хорошо известный механизм для создания прозрачности в среде, состоящей из многоуровневых атомов, – электромагнитно-индуцированная прозрачность (ЭИП) [3]. ЭИП основывается на том, что под действием переднего фронта падающих импульсов атомы среды при определенных условиях попадают в когерентное суперпозиционное состояние, которое не связано с возбужденным состоянием, и перестают взаимодействовать с полем. При этом резонансное излучение в среде распространяется без потерь и дисперсионных искажений.

В настоящей статье мы описываем новый тип прозрачности в когерентной трехуровневой среде, который комбинирует эффекты, присущие как СИП, так и ЭИП. Кроме прозрачности, рассматриваемое здесь явление включает в себе преобразование частоты падающего излучения в процессе его распространения. Данное

¹⁾ e-mail: quark@citadel.stu.neva.ru

преобразование при определенных условиях может свестись к полной конвертации частоты.

Термин "винтовая" в названии статьи имеет следующий смысл: данной частоте, максимальной амплитуде и пространственной ширине падающего импульса заданной формы (резьба на винте) должна соответствовать определенная пространственная периодичность начальной неоднородной низкочастотной когерентности и начальных населенностей низкоэнергетических уровней среды (резьба на гайке) для наблюдения прозрачности данного типа. Это свойство рассматриваемого явления интересно, на наш взгляд, в связи с возможностью создания оптического ключа.

Основные уравнения. Рассмотрим среду, состоящую из атомов с Λ -схемой уровней (рис.1). Пусть в данной среде наведена начальная когерентность между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ (наведение такой когерентности на сегодняшний день не представляет экспериментальных трудностей [4]), а вся населенность находится на нижних уровнях.

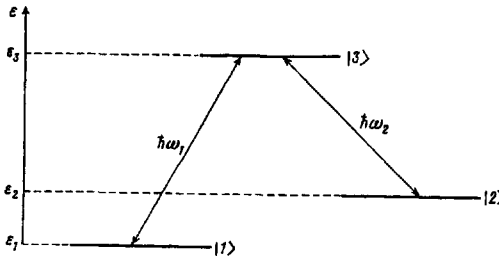


Рис.1. Диаграмма энергетических уровней Λ -атомов среды

Пусть на таким образом приготовленную среду падает импульс, резонансный переходу $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ и распространяющийся вдоль оси z . Под действием этого импульса возбуждается когерентность на переходе $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, при этом из-за наличия начальной когерентности на переходе $|1\rangle \rightarrow |2\rangle$ в среде индуцируется излучение на частоте перехода $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$, которое также направлено вдоль оси z . Систему атомных уровней будем считать такой, что можно положить $k_1 \cong k_2 = k$, где k_m – волновое число поля на переходе $|m\rangle \rightarrow |3\rangle$ ($m = 1, 2$). Тогда совокупное поле можно представить в виде

$$E = E_1(z, t)e_1 \exp(-i(\omega_1 t - kz)) + E_2(z, t)e_2 \exp(-i(\omega_2 t - kz)) + \text{к.с.}, \quad (1)$$

где $\omega_1 = (\epsilon_3 - \epsilon_1)/\hbar$, $\omega_2 = (\epsilon_3 - \epsilon_2)/\hbar$; e_1, e_2 – единичные векторы поляризации.

Волновую функцию атома среды запишем в виде

$$|\Psi\rangle = a_1(z, t) \exp(-i\frac{\epsilon_1}{\hbar}t)|1\rangle + a_2(z, t) \exp(-i\frac{\epsilon_2}{\hbar}t)|2\rangle + a_3(z, t) \exp(-i\frac{\epsilon_3}{\hbar}t)|3\rangle, \quad (2)$$

где $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$ – собственные состояния невозмущенного гамильтониана \hat{H}_0 ($\hat{H}_0|\mu\rangle = \epsilon_\mu|\mu\rangle$, $\mu = 1, 2, 3$), a_μ – амплитуда вероятности ($\mu = 1, 2, 3$). Рассмотрим динамику такого трехуровневого атома в поле (1) при когерентном режиме взаимодействия (без учета влияния спонтанной релаксации).

Из уравнения Шредингера в условии точного резонанса и в приближении вращающейся волны для нестационарных амплитуд вероятностей имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} a_1(z, t) = i\Omega_1^*(z, t)a_3(z, t) \exp(-ikz),$$

$$\frac{\partial}{\partial t} a_2(z, t) = i\Omega_2^*(z, t)a_3(z, t) \exp(-ikz), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} a_3(z, t) = i\Omega_1(z, t)a_1(z, t) \exp(ikz) + i\Omega_2(z, t)a_2(z, t) \exp(ikz),$$

где $\Omega_m(z, t) = \langle 3|\hat{\mathbf{d}}_m \mathbf{e}_m|m\rangle E(z, t)/\hbar$ – частота Раби ($m = 1, 2$); $\hat{\mathbf{d}}_1$ и $\hat{\mathbf{d}}_2$ – операторы дипольных моментов переходов $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$, соответственно.

Выберем вещественные частоты Раби и введем следующие обозначения:

$$\Omega(z, t) = \sqrt{\Omega_1^2(z, t) + \Omega_2^2(z, t)}, \quad \frac{\Omega_1(z, t)}{\Omega(z, t)} = \sin \varphi(z, t), \quad \frac{\Omega_2(z, t)}{\Omega(z, t)} = \cos \varphi(z, t). \quad (4)$$

Вместо амплитуд a_1 , a_2 и a_3 введем s , r , \bar{a}_3 :

$$\begin{aligned} s(z, t) &= \frac{\Omega_1(z, t)a_1(z, t) + \Omega_2(z, t)a_2(z, t)}{\Omega(z, t)} \exp(ikz/2), \\ r(z, t) &= \frac{\Omega_2(z, t)a_1(z, t) - \Omega_1(z, t)a_2(z, t)}{\Omega(z, t)} \exp(ikz/2), \\ \bar{a}_3(z, t) &= -ia_3(z, t) \exp(-ikz/2). \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда система (3) приобретает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} r(z, t) = -\frac{\partial \varphi(z, t)}{\partial t} s(z, t), \quad \frac{\partial}{\partial t} s(z, t) = -\Omega(z, t)\bar{a}_3(z, t) + \frac{\partial \varphi(z, t)}{\partial t} r(z, t), \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{a}_3(z, t) = \Omega(z, t)s(z, t).$$

Далее, предполагая условие адиабатичности взаимодействия [5]

$$|\partial \varphi / \partial t| \ll \Omega, \quad (7)$$

имеем, что система уравнений (6) разбивается на две независимые подсистемы:

$$\frac{\partial}{\partial t} r(z, t) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} s(z, t) = -\Omega(z, t)\bar{a}_3(z, t), \quad \frac{\partial}{\partial t} \bar{a}_3(z, t) = \Omega(z, t)s(z, t). \quad (8)$$

Решение системы (8) имеет вид

$$r(z, t) = \text{const} = r_0, \quad s(z, t) = s_0 \cos(\theta(z, t)/2), \quad \bar{a}_3(z, t) = s_0 \sin(\theta(z, t)/2), \quad (9)$$

где $\theta(z, t) = 2 \int_{-\infty}^t \Omega(z, t') dt'$ – площадь совокупного импульса и учитывается, что $\bar{a}_3|_{t=-\infty} = 0$. Также мы считаем, что начальные значения амплитуд s и r не зависят от z и обозначены как s_0 и r_0 , соответственно.

Для учета изменения поля излучения из-за влияния среды, в которой данное излучение распространяется, запишем укороченные волновые уравнения Максвелла для медленно меняющихся амплитуд волн, распространяющихся вдоль оси z :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) E_m(z, t) = 2\pi i N k d_m a_3(z, t) a_m^*(z, t) \exp(-ikz) \quad (m = 1, 2), \quad (10)$$

где $d_m = \langle 3|\hat{d}_m \mathbf{e}_m|m\rangle$, N – концентрация атомов среды. Для простоты будем рассматривать среду, в которой $d_1 \cong d_2 = d$. Делая замену переменных $\zeta = z$, $\tau = t - z/c$, из уравнений (10) получаем

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \Omega(\zeta, \tau) = -\frac{2\pi}{\hbar} N k d^2 \bar{a}_3(\zeta, \tau) s^*(\zeta, \tau). \quad (11)$$

Переходя далее к площади совокупного импульса, имеем

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{\partial}{\partial \tau} \theta(\zeta, \tau) = -\alpha \sin \theta(\zeta, \tau), \quad (12)$$

где $\alpha = 2\pi N k d^2 |s_0|^2 / \hbar$.

Уравнение (12) является уравнением sin-Gordon. Рассмотрим частное решение в виде одиночного солитона – $\theta(z, t) = \theta(z - ut)$. Тогда решение (12) имеет вид

$$\theta(z, t) = 4at \operatorname{ctg}(\exp(-\nu(z - ut))), \quad (1)$$

где

$$\nu^2 = \frac{\alpha}{u(1 - u/c)} = \frac{2\pi k N d^2 |s_0|^2}{\hbar u(1 - u/c)}. \quad (14)$$

Отсюда для Ω имеем

$$\Omega(z, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \theta(z, t) = \nu u \cdot \operatorname{sch}(\nu(z - ut)). \quad (15)$$

Выражение (15) является одним из частных решений уравнения распространения импульса, резонансного переходу $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ в среде, которая приготовлена так, чтобы s_0 и r_0 не зависели от z . Это достигается определенным заданием пространственно-неоднородного распределения начальных населенностей $|a_1|^2$, $|a_2|^2$ и когерентности $\rho_{12} = a_1 a_2^*$. Из (15) следует, что если падающий на среду импульс, резонансный переходу $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, имеет форму гиперболического секанса (параметры которого соответствуют начальному состоянию среды), то по мере его распространения в среде электромагнитное поле будет изменяться таким образом, что совокупный импульс сохранит начальную форму (15) и будет состоять из двух импульсов с двумя различными несущими частотами. Скорость распространения такого совокупного импульса легко определить из выражения $\Omega_{max}^2 = \nu^2 u^2$. Подставляя сюда формулу (14), получаем

$$u = \frac{c}{1 + 2\pi \hbar \omega N |s_0|^2 / E_{max}^2}, \quad (16)$$

где $\omega = kc$, E_{max}^2 – квадрат максимального значения амплитуды падающего импульса.

Вклад каждой спектральной составляющей в совокупный импульс характеризуется величиной $\varphi(z, t)$, которую можно найти простым дифференцированием:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \varphi(\zeta, \tau) = -\alpha \frac{r_0^*}{s_0^* \nu u} \operatorname{ch}[\nu(z - ut)] \sin[2\arctg(\exp(-\nu(z - ut)))] \cong -\alpha \frac{r_0^*}{s_0^* \nu u}. \quad (17)$$

Принимая во внимание, что $\varphi(z = 0) = \pi/2$ (падающий импульс имеет одну несущую частоту ω_1), получаем решение уравнения (17):

$$\varphi(z, t) = \frac{\pi}{2} - \alpha \frac{r_0^*}{s_0^* \nu u} z, \quad (18)$$

из которого видно, что $\partial\varphi/\partial t = 0$, то есть условие адиабатичности (7) автоматически выполняется.

Используя (4), (5), получаем выражения для амплитуд a_1 , a_2 и a_3 :

$$\begin{aligned} a_1 &= \sin \varphi(z) \cdot s_0 \cos \frac{\theta(z, t)}{2} \exp(-ikz) + \cos \varphi(z) \cdot r_0 \exp(-ikz), \\ a_2 &= \cos \varphi(z) \cdot s_0 \cos \frac{\theta(z, t)}{2} \exp(-ikz) - \sin \varphi(z) \cdot r_0 \exp(-ikz), \\ a_3 &= is_0 \sin \frac{\theta(z, t)}{2} \exp(ikz). \end{aligned} \quad (19)$$

Из (19) находим начальные населенности и низкочастотную когерентность, необходимые для прозрачности среды:

$$\begin{aligned} |a_1|^2 &= \sin^2 \varphi(z) \cdot |s_0|^2 + \cos^2 \varphi(z) \cdot |r_0|^2 + \sin \varphi(z) \cdot \cos \varphi(z) \cdot (s_0 r_0^* + s_0^* r_0), \\ |a_2|^2 &= \cos^2 \varphi(z) \cdot |s_0|^2 + \sin^2 \varphi(z) \cdot |r_0|^2 - \sin \varphi(z) \cdot \cos \varphi(z) \cdot (s_0 r_0^* + s_0^* r_0), \\ |a_3|^2 &= 0, \\ \rho_{12} &= a_1 a_2^* = \sin \varphi(z) \cdot \cos \varphi(z) \cdot (|s_0|^2 - |r_0|^2) - \sin^2 \varphi(z) \cdot s_0 r_0^* + \cos^2 \varphi(z) \cdot s_0^* r_0. \end{aligned} \quad (20)$$

Константы s_0 и r_0 удовлетворяют условию $|s_0|^2 + |r_0|^2 = 1$ (см. (5)) и их можно рассматривать как амплитуды вероятности начального заселения суперпозиционных состояний $|s\rangle$ и $|r\rangle$, соответственно.

Обсуждение результатов. Предположим, мы имеем среду с заданной концентрацией N и состоящую из Λ -атомов с дипольным моментом перехода $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ (рис.1), равным d . Тогда определенным параметрам (максимальной амплитуде E_{max} и пространственной ширине ν^{-1}) падающего на среду импульса в форме гиперболического секанса (15), резонансного перехода $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, соответствует определенное значение амплитуды s_0 (а следовательно, и r_0), которое определяется из выражений (14) и (16):

$$|s_0|^2 = \frac{E_{max}^2}{2\pi\hbar\omega N} \left(\frac{\nu\hbar}{dE_{max}} - 1 \right). \quad (21)$$

Значениям s_0 и r_0 соответствует пространственно-неоднородное распределение начальных населенностей $|a_1|^2$, $|a_2|^2$ и когерентности ρ_{12} , определяемое выражениями (20). Только при таком соответствии наблюдается прозрачность винтового типа.

Рассматриваемое здесь явление, в некотором смысле, имеет аналогию с винтом и гайкой или ключом и замком. Конкретный импульс (ключ) прозрачен только для среды, приготовленной соответствующим образом (замок). Таким образом, данное явление может найти практическое применение при создании "оптических ключей".

Для более глубокого анализа механизма винтовой прозрачности рассмотрим два предельных случая.

1. Предположим, что параметры падающего импульса таковы, что в процессе его прохождения через соответствующим образом приготовленную среду значительная часть населенности попадает на верхний уровень $|3\rangle$. Эта ситуация реализуется при $s_0 \gg r_0$ (см. (19)). При этом механизм формирования прозрачности аналогичен СИП. Форма огибающей импульсов с несущими частотами ω_1 и ω_2 близка форме огибающей падающего импульса (рис.2а) (это справедливо при $2\pi\hbar\omega N/E_{max}^2 \gg 1$,

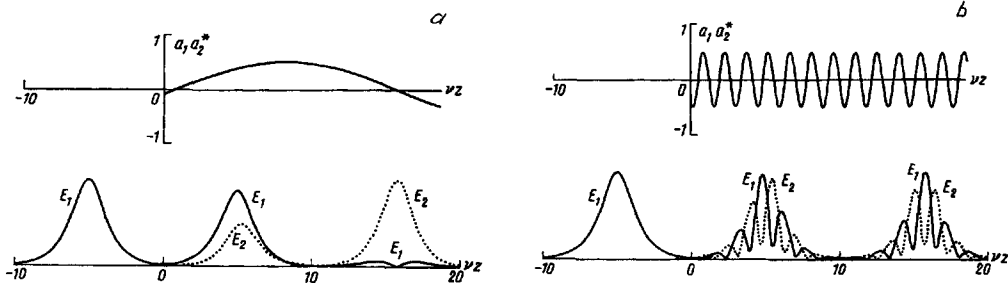


Рис.2. Начальная низкочастотная когерентность среды (сверху) и амплитуды импульсов с частотами ω_1 и ω_2 — E_1 и E_2 , соответственно, в три последовательных момента времени (снизу) — самый левый — падающий импульс до входа в среду; а) $r_0/s_0 = 0.1$; б) $r_0/s_0 = 2$ (данная картина наблюдается, если отношение $2\pi\hbar\omega N/E_{max}^2 \gg 1$)

которое выполняется во всех практически интересных случаях). Если параметры падающего импульса таковы, что $s_0 = 1$ ($r_0 = 0$), то, как следует из (20), среда должна находиться в следующем начальном состоянии: $|a_1|^2 = 1$, $|a_2|^2 = 0$, $\rho_{12} = 0$. При этом населенность на уровень $|2\rangle$ не переходит и винтовая прозрачность полностью вырождается в двухуровневую СИП.

2. Предположим, что $s_0 \ll 1$, при этом, как видно из (19), верхнее состояние $|3\rangle$ практически не заселяется. Используя устоявшуюся терминологию, можно сказать, что атомы среды пленяются в невзаимодействующее с полем суперпозиционное состояние $|\tau\rangle$. Данная ситуация аналогична ЭИП. Огибающая импульсов с несущими частотами ω_1 и ω_2 имеет сильно искаженную форму (рис.2б) (при $2\pi\hbar\omega N/E_{max}^2 \gg 1$). При $|s_0|^2 = 0$ наступает вырождение, которое сводится к следующей тривиальной ситуации: $|a_1|^2 = 0$, $|a_2|^2 = 1$, $\rho_{12} = 0$. При этом импульс, резонансный переходу $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$, не затрагивает населенность, находящуюся на уровне $|2\rangle$.

Во всех промежуточных случаях винтовая прозрачность формируется двумя механизмами. Часть населенности пленяется в невзаимодействующее с полем суперпозиционное состояние $|\tau\rangle$, а другая часть, находящаяся в состоянии $|s\rangle$, взаимодействует с полем по механизму, аналогичному СИП.

Наиболее полная конвертация частоты падающего импульса наблюдается в среде, толщина которой кратна величине Z , определяемой условием $\varphi(Z) = 0$ (см. (4), (18)). Из (20) видно, что период неоднородности начальной когерентной суперпозиции низкоэнергетических состояний среды (шаг решетки когерентности) равен $2Z$. Независимость φ от t приводит к одинаковой временной зависимости огибающей импульсов с несущими частотами ω_1 и ω_2 в любой точке z среды.

Для существования винтовой прозрачности необходимо, чтобы параметры падающего импульса удовлетворяли следующим условиям: $0 < |s_0|^2 < 1$, $\nu \ll k$, которые с учетом (21) сводятся к неравенствам

$$\frac{dE_{max}}{c\hbar} < \nu \ll k, \quad \frac{E_{max}^2}{2\pi\hbar\omega N} \left(\frac{\nu c\hbar}{dE_{max}} - 1 \right) < 1. \quad (22)$$

Приведем для примера численные оценки. Предположим, мы имеем среду с концентрацией Λ -атомов $N = 10^{15} \text{ см}^{-3}$, дипольным моментом резонансного перехода $d = 10^{-18} \text{ СГСЕ-см}$; частота резонансного перехода $\omega = 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Пусть на такую

среду падает резонансный импульс в форме гиперболического секанса с максимальной интенсивностью $I_m \sim 10 \text{ Вт/см}^2$ и пространственной шириной $\nu^{-1} = 10^{-2} \text{ см}$. Тогда, исходя из формулы (21), имеем $|s_0|^2 \sim 0.1$. Скорость распространения такого импульса в среде определяется выражением (16) и равна $u \sim 2 \cdot 10^6 \text{ см/с}$. Величина $Z \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Подставив полученные значения в (20), находим то начальное состояние среды, которое необходимо для прозрачности данного импульса.

Также необходимо принять во внимание, что подход, описанный в данной статье, справедлив лишь на временах, много меньших времени жизни возбужденного состояния $|3\rangle$. Предполагая, что время распространения импульса в среде не превышает 10^{-6} с , находим, что за это время импульс может пройти среду толщиной $z \sim 2 \text{ см}$.

Рассмотренный выше тип прозрачности комбинирует несколько известных на сегодняшний день механизмов подобного рода. Теперь задействования того или иного механизма зависит от параметров падающего импульса и соответствующей этим параметрам степени неоднородности начальной когерентной суперпозиции низкоэнергетических состояний среды (шага решетки когерентности). Данный тип прозрачности имеет две отличительные особенности: 1) для конкретного импульса в форме гиперболического секанса винтовая прозрачность возникает только в специально приготовленной для этого импульса среде; 2) кроме прозрачности среды, происходит еще и преобразование частоты падающего импульса. На выходе из среды возможна либо полная конвертация частоты, либо более сложное преобразование падающего импульса в два импульса с несущими частотами, равными частотам смежных атомарных переходов в Λ -среде.

-
1. S.L.McCall and E.L.Hahn, Bull. Am. Phys. Soc. **10**, 1189 (1965); S.L.McCall and E.L.Hahn, Phys. Rev. Lett. **18**, 908 (1967); S.L.McCall and E.L.Hahn, Phys. Rev. **183**, 457 (1969).
 2. M.J.Konopnincki and J.H.Eberly, Phys. Rev. **A24**, 2567 (1981); M.J.Konopnincki, P.D.Drummond, and J.H.Eberly, Optics Comms. **36**, 313 (1981); F.T.Hioe, Phys. Rev. **A26**, 1466 (1982); C.R.Stroud Jr. and D.A.Cardimona, Optics Comms. **37**, 221 (1981); Л.А.Большов, В.В.Лиханский, Квантовая электроника **12**(7), 1339 (1985).
 3. S.E.Harris, Phys. Rev. Lett. **70**, 552 (1993); S.E.Harris, Phys. Rev. Lett. **72**, 52 (1994); J.H.Eberly, M.L.Pons, and H.R.Haq, Phys. Rev. Lett. **72**, 56 (1994); E.Gerboneschi and E.Arimondo, Phys. Rev. **A52**, R1823 (1995).
 4. S.E.Harris, Physics Today **50**, 36 (1997).
 5. J.H.Eberly, Quantum Semiclass. Opt. **7**, 373 (1995).