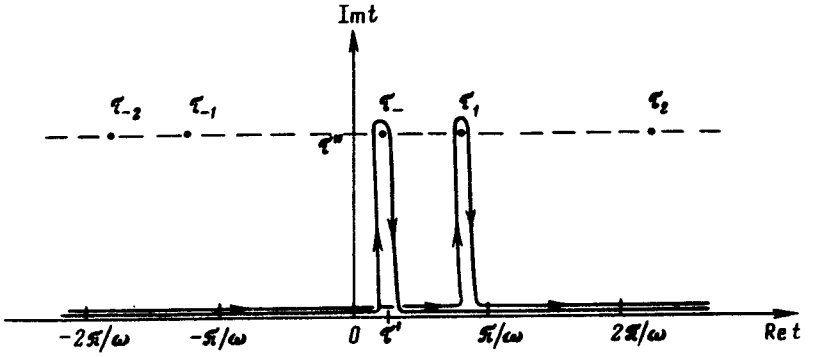
Письма в ЖЭТФ, том 18, вып.7, стр. 435 – 439 *5 октября 1973 г.*

РЕЗОНАНСНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ ПАР В СИЛЬНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В.С.Попов

Образование пар из вакуума внешним электромагнитным полем вызывает в последние годы значительный интерес (см. работы [1 – 4] и указанные там дальнейшие ссылки). Экспериментальное наблюдение этого процесса означало бы проверку одного из важных предсказаний квантовой электродинамики [5]. Такой опыт, по-видимому, станет возможным

с развитием лазерной техники. При этом пары e^+e^- будут рождаться полем $F(t)$, периодически зависящим от времени. В настоящей статье мы хотели бы обратить внимание на то, что образование пар в этом случае обладает некоторыми особенностями, связанными с периодичностью поля.



Пусть $F(t) = F\phi(\tau)$ – переменное электрическое поле, F – его амплитуда, $\tau = \omega t$, период $T = 2\pi/\omega$,

$$\phi(\tau + 2\pi) = -\phi(\tau + \pi) = \phi(\tau) \tag{1}$$

и $|\phi(\tau)| \leqslant \phi(0) = 1$ (т. е. поле максимально в моменты $t = k\pi/\omega$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$). При выполнении условий

$$\omega << m, \; F << F_0 = m^2 c^3 / eh \tag{2}$$

(далее $\hbar = c = m = 1$) задачу удобно решать методом мнимого времени [3]. Амплитуда рождения пар из вакуума определяется комплексными точками ветвления $t = t_k$, лежащими в верхней полуплоскости "времени" t. Они находятся из условия: $p^2(t_k) + m^2 = 0$, где $p(t)$ – импульс классической частицы. Для периодического поля все эти точки лежат на одинаковом расстоянии от вещественной оси (см. рисунок):

$$\tau_k = \omega t_k = k\pi + (-1)^k \tau' + i\tau'' . \tag{3}$$

Обозначим через $p = (p_{\parallel}, p_{\perp})$ импульс электрона в момент $t = 0$, когда e^- и e^+ пересекают границы континуумов и выходят из-под барьера. Разлагая по $p << 1$, имеем:

$$\begin{gathered} \tau' = \gamma\,\psi(\gamma)\,p_{\parallel} + O(p^3) \\ \tau'' = \int_0^{\gamma} \psi(x)\,dx + \frac{1}{2}\left[\gamma\,\psi(\gamma)\,p_{\perp}^2 - \gamma^2\,\psi'(\gamma)\,p_{\parallel}^2\right] + \ldots \end{gathered} \tag{4}$$

Здесь $\gamma = m\omega/eF$ – параметр адиабатичности для подбарьерного движения, $\psi(x)$ – функция, определяемая видом приложенного поля $\phi(\tau)$. Рецепт перехода от ϕ к ψ описан в [4]. Например, для монохроматического поля: $\phi = \cos\tau$, $\psi(x) = (1 + x^2)^{-1/2}$; другие примеры см. в [4].

С точки зрения теории Дирака, образование пар e^+e^- электрическим полем $F(t)$ можно описать как подбарьерный переход электрона с отрицательной энергией через щель между нижним и верхним континуумом. На плоскости "мнимого времени" это соответствует контуру, огибающему одну из точек ветвления функции действия $S = \int L dt$, см. [3]. Пусть A_k – амплитуда перехода, возникающая при обходе k-й точки ветвления (см. рисунок). В периодическом поле амплитуды A_k складываются когерентно, что приводит к резонансному эффекту. Из (3) вытекает, что

$$A_{2k+1} / A_{2k} = \sigma \exp\{ i (\phi - \beta) \}, \tag{5}$$

где

$$\phi = \int_0^T \epsilon(t)\, dt = \frac{\pi m}{\omega} (\Delta + \Delta_1 p_\perp^2 + \Delta_2 p_\parallel^2), \tag{6}$$

$$\Delta = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi d\tau \left[1 + \frac{1}{\gamma^2} \left(\int_0^\tau \phi(x)\, dx \right)^2 \right]^{1/2}, \quad \beta = \frac{2}{\omega} \int_0^{\tau'} \epsilon(t)\, dt = 2\gamma\, \psi(\gamma) p_\parallel / \omega \tag{6'}$$

Δ_1 и Δ_2 выражаются через Δ, а $\sigma = (-1)^{2s}$ – игнатурный множитель, имеющий разный знак для бозонов и фермионов ($s = 0, 1/2$). Появление σ связано с тем, что амплитуды A_k и A_{k+1} соответствуют противоположному направлению внешнего поля, а изменение знака F (при данном p) эквивалентно перестановке заряженных частиц. Суммируя вклады A_k от $2N$ точек ветвления, переходим при $N \to \infty$ к вероятности образования пар в единицу времени:

$$w = \lim_{N \to \infty} \frac{\omega}{2\pi N} \left| (1 + \sigma e^{i(\phi - \beta)} \sum_{k=0}^{N-1} e^{2ik\phi} A_0 \right|^2 = \sum_{n=\nu}^{\infty} w_n, \quad \nu = \Delta/\omega \tag{7}$$

$$w_n = (2s+1) \frac{\omega^2}{\pi} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} [1 + \sigma(-1)^n \cos\beta]\, w(p)\, \delta(\Delta + \Delta_1 p_\perp^2 + \Delta_2 p_\parallel^2 - n\omega) \tag{8}$$

Здесь w_n – вероятность рождения пары при поглощении n квантов, Δ – эффективная ширина щели между континуумами (увеличение Δ по сравнению с $\Delta_0 = 2m$ для свободного электрона связано с энергией колебаний во внешнем поле). Множитель $w(p)$ представляет собой вклад отдельной точки ветвления и был вычислен ранее [3,4]. Он имеет вид гауссовского распределения по $p_\parallel$ и $p_\perp$. Подинтегральное выражение в (8) определяет импульсный спектр образующихся частиц. Интегрирование по d^3p можно провести до конца и выразить w_n через табулированные функции. Благодаря множителю σ, вероятности w_n зависят от типа статистики образующихся частиц.

Влияние статистики наиболее заметно при $p_\parallel = 0$, т. е. для частиц, вылетающих перпендикулярно к электрическому полю. В этом случае вероятности w_n пропорциональны $1 + \sigma(-1)^n$, т. е. образование бозонов происходит лишь на четных гармониках $n = 2k$, а образование фермионов – на нечетных. Это правило отбора специфично для периодического поля и связано с интерференцией амплитуд A_k. Интерферен-

ционный эффект ~ 1 в области углов $90° \pm \theta$, где $\theta \sim [\gamma \psi(\gamma)]^{-1} (\omega/m)^{1/2}$ при $\gamma >> 1$. В частности, для синусоидального поля $\theta \sim (\omega/m)^{1/2}$. В полной вероятности w_n этот эффект значительно подавлен.

С помощью (7), (8) можно проследить непрерывный переход от $\gamma = 0$ (постоянное поле) до $\gamma >> 1$ (в этом случае за время пролета электрона через барьер поле успевает много раз сменить свою полярность). Формула (7) при $\gamma = 0$ согласуется с результатом Швингера [5] для постоянного электрического поля, а при $\gamma >> 1$ переходит в теорию возмущений. В этом случае w_n экспоненциально падают с ростом n. Так, для $\phi = \cos r$: $w_{n+1}/w_n \sim (e/4\gamma^2)^2 << 1$.

Эти результаты справедливы при временах t таких, что $\omega^{-1} << t << w^{-1}$. При этом время действия поля $t = NT$ охватывает много периодов и успевает образоваться резонанс, а полная вероятность перехода еще мала: $W(t) = wt << 1$. Только в этих условиях имеет смысл вероятность перехода в единицу времени. При $F \gtrsim F_0$ и $wt > 1$ требуется точное решение уравнения Дирака. Пусть $n(t)$ – среднее число пар, образовавшихся за время t. Для фермионов $n(t)$ периодически колеблется, а для бозонов – может экспоненциально нарастать. $n(t) \sim e^{\mu t}$. Можно показать, что такое поведение $n(t)$, полученное в [6] для поля $\phi(r) = \sin r$, справедливо для произвольного периодического поля и связано с групповыми свойствами задачи о рождении пар (группой симметрии является $SU(2)$ для фермионов и $SU(1,1)$ для бозонов).

Приведем численные оценки. Для электрон-позитронных пар $F_0 = 1{,}3 \cdot 10^{16}$ *в/см*. При $F > F_1 = \omega F_0/m$ параметр $\gamma < 1$, в силу чего применимо адиабатическое приближение (для рубинового лазера $\hbar\omega = 1{,}8$ *эв* и $F_1 = 5 \cdot 10^{10}$ *в/см*). Считая, что максимальная напряженность поля F достигается фокусировкой в объеме $v \sim \lambda^3$ (дифракционный предел) и что импульс длится N периодов, для числа n пар, образованных полем $\phi(r) = \cos r$, получаем:

$$n = N\left(\frac{m}{\omega}\right)^4 \left(\frac{2F}{F_0}\right)^{5/2} \exp(-\pi F_0/F),$$

При $N = 10^5$ (длительность импульса $t = NT \sim 10^{-11}$ *сек*) для образования одной пары e^+e^- требуется поле $F_{min} = 7 \cdot 10^{14}$ *в/см*. Если же $v = 1$ *см*^{3} и $t = 1$ *сек*, то $F_{min} \sim 3 \cdot 10^{14}$ *в/см*. При $F > F_{min}$ число пар столь резко возрастает с ростом напряженности F, что можно говорить о лазерном пробое вакуума. При $F = \pi F_0$ можно считать, что одна пара e^+e^- рождается в комптоновской единице инвариантного объема $vt = \hbar^4/m^4c^5 \sim 10^{-52}$ *см*$^3 \cdot$ *сек*. В этой же области ($F \gtrsim F_0$) лежат явления, выходящие за рамки линейного режима $W(t) = wt$ и кратко обсуждавшиеся выше.

Требования на F_{min} несколько снизятся, если удасться создать рентгеновские или γ-лазеры. В этом случае лазерный пробой вакуума начинался бы в анти-адиабатической области $\gamma >> 1$ и $n \sim m^4 vt (F/F_1)^{2K}$ где $K = 2m/\omega$. Так, при $\hbar\omega = 20$ *кэв* имеем: $K = 50$, $F_{min} \sim 1{,}5 \cdot 10^{14}$ *в/см*. Периодичность внешнего поля $F(t)$ приводит к δ-функции в (8), указывающей на многоквантовый характер эмиссии пар из вакуума. Это можно проверить экспериментально, измеряя суммарную энергию e^- и e^+.

В бозонном случае легчайшими заряженными частицами являются π^+ и π^-, для которых $F_0 = 10^{21}$ *в/см*, (F_0 растет пропорционально m^2).

В заключение отметим формальную аналогию между задачей о рождении пар фермионов из вакуума и задачей о резонансном возбуждении атомных уровней в поле сильной световой волны, рассмотренной недавно Д.Ф.Зарецким и В.П.Крайновым. Причиной этой аналогии является то, что квазиэнергия двухуровневой системы в поле (1) имеет вид: $E_{1,2}(t) = \pm (\epsilon/2)\sqrt{1 + \beta^2 \phi^2(r)}$, что напоминает релятивистский закон дисперсии $E(t) = \pm \sqrt{m^2 + p^2(t)}$ в поле $\phi_1(r) = \phi'(r)$. При рассмотрении возбуждения многоуровневых атомных систем спектр квазиэнергий $E_i(t)$ имеет более сложный вид, и эта аналогия уже не имеет места.

Автор с благодарностью отмечает полезные и стимулирующие обсуждения с Д.Ф.Зарецким, В.П.Крайновым, Н.Б.Нарожным и А.И.Никишовым.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
13 июля 1973 г.
После переработки
28 августа 1973 г.

Литература

[1] E.Brezin, C.Itzykson. Phys. Rev., D2, 1191, 1970.

[2] Н.Б.Нарожный, А.И.Никишов. ЯФ, 11, 1072, 1970.

[3] В.С.Попов. Письма в ЖЭТФ, 13, 261, 1971; ЖЭТФ, 61, 1334, 1971.

[4] В.С.Попов. ЖЭТФ, 63, 1586, 1972.

[5] J.Schwinger. Phys. Rev., 82, 664, 1951.

[6] Н.Б.Нарожный, А.И.Никишов. ЖЭТФ, 65, №9, 1973.