

## АНОМАЛЬНОЕ ПОВЕДЕНИЕ ТЕКСТУР В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.М.Сатанин, В.В.Скузоваткин\*

*Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского  
603600 Нижний Новгород, Россия**\*Институт физики микроструктур РАН  
603600 Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 24 марта 1997 г.

После переработки 19 июня 1997 г.

Показано, что в двумерных двухфазных текстурах в магнитном поле возможен качественно новый тип перехода в нелинейную фазу. Изучен аномальный рост эффективного отклика (высших корреляторов тока) вблизи критического магнитного поля. Вычислена зависимость критического магнитного поля от углов микровключений.

PACS: 71.30.+h, 73.50.-h

Недавние исследования нелинейных и шумовых характеристик [1–3] позволили установить связь этих явлений с микрогеометрией композитов и текстур. Как известно, такие эффективные характеристики неупорядоченных материалов, как проводимость или теплопроводность, слабо чувствительны к микроструктуре вещества, поскольку они выражаются через квадратичные корреляторы полей и токов. Эффективные характеристики, определяющиеся высшими корреляторами, могут оказаться аномально чувствительными к микроструктуре вещества. Например, нелинейное сопротивление, коэффициент  $1/f$ -шума и амплитуда третьей гармоники выражаются через четвертый момент электрического поля или тока [1,2,4,5]. В работе [2] указывалось, что высшие моменты могут расходиться вследствие расходимости полей вблизи геометрических особенностей микровключений. В работе [3] отмечалось, что расходимости возможны и в средах с конечным отношением проводимости микровключений композитов. Аномальные свойства высших моментов позволяют по некоторым эффективным характеристикам среды судить о ее микроструктуре. Чтобы установить зависимость функций отклика от микроструктуры, необходимо исследовать представительную выборку образцов с различной и заранее известной микроструктурой неоднородностей.

В данной работе мы покажем, что расходимости высших корреляторов электрических полей и токов зависят от внешнего магнитного поля при заданной геометрической структуре неоднородностей. Критическое магнитное поле, при котором имеется аномалия четвертого момента тока, для данного вещества соответствует переходу от режима классически слабого поля к режиму классически сильного поля. Обнаруженное свойство позволяет исследовать структуру микрон неоднородностей образцов по макроскопическому отклику и осуществлять обратимый переход в нелинейный режим путем изменения магнитного поля.

Будем интересоваться эффективными характеристиками двумерной двухфазной среды. Распределение полей и токов описывается уравнениями

$$\mathbf{j} + \vec{\beta}[\mathbf{j} \times \mathbf{N}] = \sigma \mathbf{e}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \operatorname{rote} = 0,$$

где проводимость  $\sigma$  и параметр Холла принимают значения  $\sigma_1, \beta_1$  и  $\sigma_2, \beta_2$  в первой и второй фазах, соответственно. Магнитное поле  $\mathbf{B} = N|\mathbf{B}|$  направлено перпендикулярно плоскости пленки. Ограничимся рассмотрением характеристик среды, которые выражаются через корреляторы  $\langle \mathbf{j}^4 \rangle$  и  $\langle e^4 \rangle$ , где  $\langle \dots \rangle$  означает усреднение по площади пленки. Как известно [4], для изотропной среды эффективное нелинейное сопротивление  $k_e$  определяется (в первом приближении по нелинейности) коррелятором  $k_e = \langle k \mathbf{j}^4 \rangle / \langle \mathbf{j}^4 \rangle$ , где  $k$  – локальное нелинейное сопротивление компонент. Амплитуда третьей гармоники также выражается через коррелятор  $\langle k \mathbf{j}^4 \rangle$  [1, 5]. Аналогичное соотношение имеет место и для эффективной константы  $1/f$ -шума [1, 2]. Нетрудно показать, что в магнитном поле все эти соотношения имеют место для диссипативных характеристик, измеряемых в режиме ЭДС Холла. Поэтому мы изучим зависимость коррелятора  $\langle \mathbf{j}^4 \rangle$  от магнитного поля и параметров системы.

Из физических соображений ясно, что все аномалии наиболее ярко выражены вблизи перколяционного перехода, когда концентрации фаз примерно равны. Как отмечалось в работах [2, 3, 6], основной вклад в рассматриваемый коррелятор дают области вблизи микровключений, имеющих острые углы. В этом случае из всей системы можно выделить простейшие геометрические объекты и выяснить их роль в формировании отклика. В случае периодических двухфазных решеток основной вклад в коррелятор  $\langle \mathbf{j}^4 \rangle$  возникает вблизи углов, образованных чередующимися секторами с разной проводимостью [6]. В данной работе мы рассмотрим некоторые классы текстур, которые топологически близки к рассмотренным в [6]. Например, приведенные ниже результаты применимы для пуассоновского покрытия, когда плоскость разбивается на ячейки случайным множеством прямых (определяемых пуассоновским случайным процессом) [7]. Общей чертой рассматриваемого класса структур является наличие чередующихся векторов с различной проводимостью.

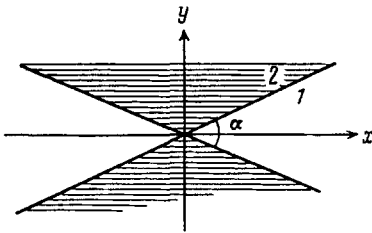


Рис.1. Геометрия рассматриваемой микронеоднородности

Как показано в [6], в отсутствие магнитного поля наиболее сингулярное поведение полей имеет место в окрестности точки соприкосновения четырех фаз, образованных пересечением двух прямых (см. рис.1). Чтобы найти распределение тока в такой структуре, необходимо решить уравнения (1) с граничными условиями

$$(\mathbf{j}n)_1 = (\mathbf{j}n)_2, \tag{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{\sigma} (\mathbf{j} + \vec{\beta}[\mathbf{j} \times \mathbf{N}])t \right\}_1 = \left\{ \frac{1}{\sigma} (\mathbf{j} + \vec{\beta}[\mathbf{j} \times \mathbf{N}])t \right\}_2,$$

где  $n, t$  – нормальный и касательный векторы к поверхности раздела сред. В полярных координатах  $(r, \theta)$  компоненты тока можно представить в виде

$$j_r = \lambda r^{\lambda-1} f(\theta), \quad j_\theta = r^{\lambda-1} f'(\theta), \quad (3)$$

где функция  $f$  подчиняется уравнению  $j'' + \lambda^2 f = 0$ . Из соображений симметрии (симметрии относительно инверсии) следует, что функцию  $f$  достаточно задать в двух соседних областях в виде

$$f_1(\theta) = a_1 \cos \lambda \theta + b_1 \sin \lambda \theta, \quad (4)$$

$$f_2(\theta) = a_2 \sin \lambda(\pi/2 - \theta) + b_2 \cos \lambda(\pi/2 - \theta),$$

так как  $f_3(\theta) = -f_1(\theta + \pi)$ ,  $f_4(\theta) = -f_2(\theta + \pi)$ . Из граничных условий следует, что такое решение имеет место при  $\lambda$ , определяемом выражением

$$\text{ctg}(\lambda\alpha/2)\text{ctg}(\lambda(\pi - \alpha)/2) = \frac{1 + h^2 + b^2 + \sqrt{(1 + h^2 + b^2)^2 - 4h^2}}{2h} 0, \quad (5)$$

где  $b = h\beta_1 - \beta_2$ ,  $h = \sigma_2/\sigma_1$ . При  $h < 1$  полученное решение соответствует ситуации, когда ток "просачивается" через узкие сужения, образованные секторами с плохой проводимостью  $\sigma_2$ . Как видно из (3), квадрат тока в каждом секторе зависит от расстояния как

$$j^2(r) \sim r^{-4\gamma}, \quad \gamma = (1 - \lambda)/2, \quad \leq \gamma \leq 1/2. \quad (6)$$

Величина  $\gamma$  есть функция заданных параметров структуры  $h$  и  $\alpha$ . Важно отметить, что при  $\sigma_2/\sigma_1 \neq \beta_2/\beta_1$  параметр  $\gamma$  зависит от магнитного поля. Качественное объяснение такого поведения состоит в следующем. В силу однородности уравнения Лапласа и отсутствия пространственных масштабов, зависимость тока от расстояния имеет степенной вид. Показатель степени  $\gamma$  определяется плотностью индуцированных зарядов на границах фаз. В свою очередь, плотность зарядов зависит от холловской составляющей электрического поля и, тем самым, от напряженности магнитного поля. Существует и другое частное решение, не имеющее особенностей вблизи выделенного угла. Вклад этого решения в коррелятор  $\langle j^4 \rangle$  мал по сравнению с вкладом от (6), поэтому им можно пренебречь. Основываясь на полученном особом решении, оценим вклад в коррелятор  $\langle j^4 \rangle$ , обусловленный микронеоднородностями рассматриваемого типа. Для этого будем интегрировать  $j^4$  вблизи особых углов по области с характерным расстоянием  $L$  ( $L$  – характерное расстояние между особыми углами). Такое среднее можно записать как

$$\langle j^4 \rangle \sim \int_0^L \frac{dr}{r^{8\gamma-1}}. \quad (7)$$

Отсюда следует, что интеграл расходится, если  $\gamma \geq 1/4$ . Критическому значению  $\gamma_c = 1/4$  соответствует критическое магнитное поле  $B_c$ , определяемое выражением

$$B_c = \sqrt{\frac{(1 + C^2)h - (1 + h^2)C}{C(h\nu_1 - \nu_2)^2}}, \quad (8)$$

где  $C = \text{ctg}(\alpha/4)\text{ctg}((\pi - \alpha)/4)$ ,  $\nu_1 = \beta_1/B$ ,  $\nu_2 = \beta_2/B$  (как известно, для одной группы носителей отношение  $\nu = \beta/B$  слабо зависит от магнитного поля). Важно отметить, что при заданных параметрах микронеоднородности существует критическое магнитное поле, при котором эффективные характеристики системы, выражающиеся через  $\langle j^4 \rangle$ , становятся аномально большими. Нетрудно показать, что при  $\beta_1 \sim \beta_2$ ,  $h \sim 1$ ,  $\alpha \sim \pi/2$  критический параметр Холла  $\beta_c = \omega_c \tau \sim 1$ . На рис.2 приведены зависимости  $\beta_c$  от угла при различных значениях параметра  $h$ . Как видно из рис.2, в широком интервале углов вблизи  $\pi/2$  критический холловский параметр  $\beta_c$  практически не зависит от угла.

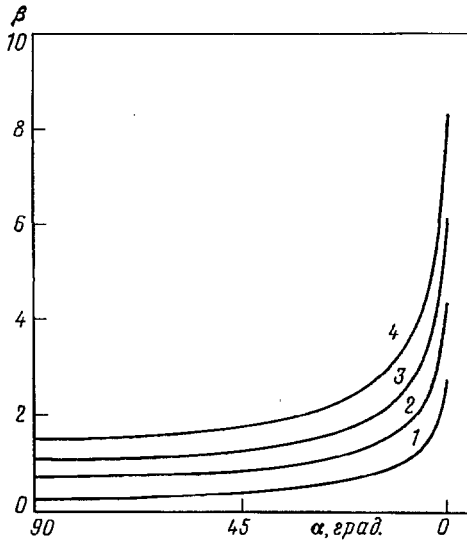


Рис.2. Зависимость критического значения холловского параметра  $\beta_c$  от угла при различных значениях параметра  $h$  (кривая 1— $h = 0.2$ ; кривая 2— $h = 0.4$ ; кривая 3— $h = 0.6$ ; кривая 4— $h = 0.8$ )

Приведенные выше качественные рассуждения можно подтвердить точным расчетом коррелятора  $\langle j^4 \rangle$  для квадратичной решетки со структурой "шахматной доски". Точное распределение тока в ячейках в магнитном поле получено в [8]. В общем случае выражение для коррелятора зависит от направления внешнего тока. Характер же расходимости коррелятора не зависит от направления внешнего тока, поэтому выберем его так, чтобы у локального тока остались особенности типа (6) только на общих диагоналях в каждой ячейке [8]. Вычисление коррелятора  $\langle j^4 \rangle$  с использованием выражения для тока из (8) приводит к

$$\langle j^4 \rangle = A/(B_c - B), \quad B_c - B \ll B_c, \quad (9)$$

где  $A$  — константа, зависящая от внешнего тока и отношения проводимостей ячеек, а критическое поле  $B_c$  определено соотношением

$$B_c = \sqrt{8h - (1+h)^2/|h\nu_1 - \nu_2|}. \quad (10)$$

Нетрудно видеть, что выражение (8) совпадает с (10) при  $\alpha = \pi/2$ .

Интересно сравнить зависимость от магнитного поля корреляторов  $\langle j^2 \rangle$  и  $\langle j^4 \rangle$  для структур, имеющих микронеоднородности одинакового типа. Как показано в работах [8–10], коррелятор  $\langle j^2 \rangle$  можно вычислить для случайной

системы половинного состава [9,10] и периодической решетки [8]. Из точных решений следует, что для этих систем результаты совпадают. В классически слабых полях  $\omega_c \tau \ll 1$  коррелятор  $\langle j^2 \rangle$  имеет квадратичную поправку по полю, а при  $\omega_c \tau \gg 1$  он растет  $\sim B$ . Проведенное исследование показывает, что поведение коррелятора  $\langle j^4 \rangle$  качественно отличается от  $\langle j^2 \rangle$ .

Таким образом, в работе предсказано качественно новое поведение эффективных характеристик системы, выражающихся через коррелятор  $\langle j^4 \rangle$  (нелинейного сопротивления, коэффициента шума и амплитуды третьей гармоники). Показано, что при  $B \rightarrow B_c$  указанные характеристики аномально растут. При  $B > B_c$  система переходит обратимым образом в существенно нелинейный режим протекания тока. Видимо, наиболее просто наблюдать предсказанную аномалию по генерации третьей гармоники. Как показано выше, аномальный режим возможен при выполнении неравенства  $\omega_c \tau \geq 1$ , которое совпадает с условием наблюдения циклотронного резонанса для соответствующих образцов.

Как нам стало известно после написания статьи, аналогичные результаты были получены ранее Дыхне [11]. В [11] показана расходимость высших корреляторов тока в двумерных структурах за счет малых окрестностей углов, в которых стыкуются секторы с разной проводимостью.

Один из авторов (А.М.С.) выражает благодарность Д.Жолин (Dr.D.Jeulin) за весьма полезные обсуждения некоторых вопросов, затронутых в статье.

Работа поддержана грантом Госкомвуза 95-0-7.4-173 и грантом Российского фонда фундаментальных исследований 97-02-16923а.

- 
1. M.A.Dubson, Y.C.Hui, M.B.Weissman, and J.C.Garland, Phys. Rev. B39, 6807 (1989).
  2. D.J.Bergman, Phys. Rev. B39, 4598 (1989).
  3. А.М.Дыхне, В.В.Зосимов, С.А.Рыбак, ДАН РАН 345, 467 (1995).
  4. D.Stroud and P.M.Hui, Phys. Rev. B37, 8719 (1988).
  5. А.А.Снарский, Письма в ЖЭТФ 21, 3 (1995).
  6. А.М.Сатанин, В.В.Скузоваткин, С.В.Хорьков, Письма в ЖЭТФ 64, 495 (1996).
  7. Дж.Займан, *Модели беспорядка*, М.: Мир, 1982.
  8. Ю.П.Емец, *Электрические характеристики композиционных материалов с регулярной структурой*, Киев: Наук. думка, 1986.
  9. А.М.Дыхне, ЖЭТФ 59, 641 (1970).
  10. Б.Балагуров, ФГТ 20, 3332 (1978).
  11. А.М.Дыхне, Phystech Journ. 2, 3 (1996).