

ОБОБЩЕНИЕ ДИФРАКЦИОННОГО ИНТЕГРАЛА ЗОММЕРФЕЛЬДА НА СЛУЧАЙ ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИХ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

В.А.Алешкевич, В.К.Петерсон

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 июля 1997 г.

Обобщена теория дифракции Зоммерфельда на случай предельно коротких импульсов. Продемонстрирована возможность простого качественного анализа и количественного решения широкого класса дифракционных задач для импульсов с длительностью порядка периода световых колебаний и произвольным начальным распределением светового поля.

PACS: 42.25.Gy, 42.65.Sf

За последние годы достигнут существенный прогресс в генерации импульсов предельно малой длительности. В первую очередь он обусловлен совершенствованием техники синхронизации мод титан-сапфировых лазеров, способных генерировать импульсы с длительностью вплоть до 7.5 фс на длине волны излучения 800 нм благодаря внутривибраторной компенсации частотно модуляции с помощью диспергирующих элементов [1]. Применение внерезонаторной волоконно-оптической компрессии позволяет реализовать дальнейшее уменьшение длительности вплоть до 5 фс [2]. По оценкам авторов [2] вполне реалистической представляется цифра 4 фс.

Во многих задачах, связанных с применением ультракоротких импульсов, таких как накачка рентгеновских лазеров, генерация ударных волн в горячей плотной плазме, формирование оптических солитонов, управление света светом и др. требуется тщательный контроль пространственно-временной структуры излучения. Одной из фундаментальных физических причин, приводящих к существенной трансформации этой структуры, является взаимосвязанное дифракционное преобразование частотного и углового спектров.

Фемтосекундные оптические импульсы содержат всего лишь несколько осцилляций электромагнитного поля. Совершенно ясно, что для описания их распространения в линейных и, тем более, нелинейных средах становится непригодным приближение медленно меняющихся амплитуд. Существенно нестационарные дифракционные эффекты, возникающие при распространении таких ступков электромагнитного поля, ранее обсуждались в [3]. Авторы [4] решили частную задачу о дифракции импульсного гауссовского пучка в свободном пространстве и проследили взаимосвязь его пространственных и временных характеристик на основе спектрального подхода в рамках параксиального приближения. Динамика взаимодействия предельно коротких импульсов с двухуровневыми атомами анализировалась в [5] на основе уравнений Максвелла – Блоха без учета дифракции.

Целью настоящей работы является обобщение стационарной теории дифракции Зоммерфельда, являющейся мощным и универсальным инструментом анализа дифракционных явлений любой природы, на существенно нестационарный случай предельно коротких импульсов. При этом не накладывается

никаких дополнительных ограничений на исходное пространственно-временное распределение волнового поля.

Обобщенный дифракционный интеграл. Как известно, дифракция монохроматической волны на плоском экране описывается интегралом Зоммерфельда:

$$E(x, y, z) = 2 \iint E(x', y', 0) \frac{\partial G}{\partial z'} \Big|_{z'=0} dx' dy', \quad (1)$$

где функция Грина $G(R) = \exp(ikR)/4\pi R$, а $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$ — длина отрезка, связывающего точку интегрирования на плоском экране с координатами (x', y', z') с точкой наблюдения (x, y, z) . Если поле монохроматической волны записать в виде $E(x, y, z, t) = E(x, y, z) \exp(-i\omega t)$ и положить $kR \gg 1$, $k = \omega/c$, то

$$\frac{\partial G}{\partial z'} \Big|_{z'=0} \approx ik \frac{\partial R}{\partial z'} \frac{\exp(ikR)}{4\pi R} = -ik \frac{z}{R} \frac{\exp(ikR)}{4\pi R}. \quad (2)$$

Используя (1) и суммируя по всем частотам, получим выражение для дифрагированного электрического поля:

$$E(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t} \iiint E(x', y', 0, \omega) \exp(-i\omega t) \frac{2z}{cR} \frac{\exp(i\omega R/c)}{4\pi R} dx' dy' d\omega. \quad (3)$$

Вводя обозначение $t' = t - R/c$ и используя обратное преобразование Фурье, получим:

$$E(x, y, z, t) = \frac{\partial}{\partial t'} \iiint E(x', y', 0, t'') \frac{z}{2\pi c R^2} \delta(t'' - t') dt'' dx' dy'. \quad (4)$$

Выполняя в (4) интегрирование по t'' , приходим к формуле, описывающей дифракцию произвольного электромагнитного возмущения:

$$E(x, y, z, t) = \frac{1}{2\pi c} \iint \frac{\partial}{\partial t} E(x', y', 0, t - R/c) \frac{\cos \vartheta}{R} dx' dy', \quad (5)$$

где $\cos \vartheta = z/R$ — косинус угла между направлением в точку наблюдения и нормалью к плоскости экрана. Дифракционный интеграл (5) является обобщением дифракционного интеграла Зоммерфельда и применим для произвольного электромагнитного возмущения, претерпевающего дифракцию на плоском экране. Используем полученный дифракционный интеграл для анализа дифракции сверхкороткого импульса с длительностью порядка одного периода световых колебаний.

Дифракция на круглом отверстии. Пусть электромагнитный импульс с длительностью τ_0 падает нормально на непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 . Если электрическое поле в падающем импульсе $E_0(t)$ не зависит от поперечных координат x' и y' , то поле на оси отверстия легко вычисляется из (5) при учете $dx' dy' = 2\pi \rho d\rho = 2\pi R dR$:

$$E(0, 0, z, t) = \frac{1}{2\pi c} \int_z^{\sqrt{z^2 + r_0^2}} \frac{\partial}{\partial t} E_0\left(t - \frac{R}{c}\right) \frac{\cos \vartheta}{R} 2\pi R dR. \quad (6)$$

Полагая $\cos\vartheta \approx 1$ и замечая, что $\partial/\partial t = -c\partial/\partial R$, запишем (6) в виде

$$E(0, 0, z, t) = - \int_z^{\sqrt{z^2 + \tau_0^2}} \frac{\partial}{\partial R} E_0(t - R/c) dR = E_0(t - z/c) - E_0(t - \sqrt{z^2 + \tau_0^2}/c). \quad (7)$$

Таким образом, дифракция короткого импульса приводит к появлению на оси отверстия двух разнополярных импульсов, тождественных падающему, однако разделенных промежутком времени $\Delta t = \tau_0^2/2zc$ ($z \gg \tau_0$). Очевидно, что поле на оси отверстия, являясь суперпозицией полей двух разнополярных импульсов, будет зависеть от соотношения времени задержки Δt и длительности импульса τ_0 . В ближнем поле $\Delta t > \tau_0$, или $z < L_d = \tau_0^2/2c\tau_0$, разнополярные импульсы не перекрываются, и плотность энергии

$$W = \int E^2(0, 0, z, t) dt = 2 \int E_0^2(t) dt$$

в два раза превышает плотность энергии падающего импульса $W_0 = \int E_0^2(t) dt$. В дальнейшем поле $\Delta t < \tau_0$, или $z > L_d$,

$$E(0, 0, z, t) = E_0(t - z/c) - E_0(t - \sqrt{z^2 + \tau_0^2}/c) \approx \frac{\partial E_0}{\partial t}(t - z/c) \frac{\tau_0^2}{2zc}, \quad (8)$$

и возрастающее перекрытие импульсов ведет к ослаблению дифрагированного поля с расстоянием z , причем форма дифрагированного импульса определяется производной от исходной временной зависимости. Если падающий импульс состоит из одного периода электромагнитных колебаний: $E_0(t) = E_0 \sin(2\pi t/\tau_0)$ при $0 \leq t \leq \tau_0$ и $E_0(t) = 0$ при $t < 0$ и $t > \tau_0$, то распределение плотности энергии вдоль координаты z имеет вид, изображенный на рис.1.

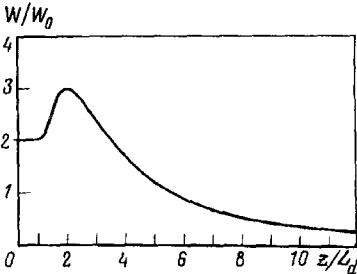


Рис.1. Изменение плотности энергии с расстоянием z при дифракции импульса, состоящего из одного периода электромагнитных колебаний

При малых z плотность энергии на оси постоянна и равна удвоенной плотности энергии в падающем импульсе. На расстоянии z_M , для которого $\Delta t = \tau_0^2/2z_M c = \tau_0/2$ ($z_M = 2L_d$), сложение импульсов приводит даже к трехкратному увеличению плотности энергии. На расстояниях $z > 3.5L_d$ $W \propto z^{-2}$. Зависимость плотности энергии W от поперечной координаты ρ изображена на рис.2. При $z < L_d$ существует кольцо, наиболее четко выраженное на расстояниях порядка $0.3L_d$ и постепенно исчезающее при $z \rightarrow L_d$. При $z \gg L_d$ $W(\rho)$ имеет форму, близкую к гауссовой, причем ширина этого распределения по уровню e^{-1} с хорошей точностью аппроксимируется выражением $\tau_0(z) = \tau_0 \sqrt{1 + (z/5L_d)^2}$.

Дифракция импульса с гауссовским поперечным распределением амплитуды. Пусть теперь в падающем импульсе $E(x', y', 0, t) = \exp[-(x'^2 + y'^2)/r_0^2]E_0(t)$, причем импульс по-прежнему состоит из одного периода электромагнитных колебаний. Характерная временная форма дифрагированного импульса представлена на рис.3. Заметим, что на достаточно большом расстоянии $z > L_d$ исходная синусоидальная зависимость трансформируется на оси пучка в косинусоидальную, то есть проявляется тенденция к превращению временной формы в ее производную. Однако на периферии пучка эффекты запаздывания проявляются более сложным образом.

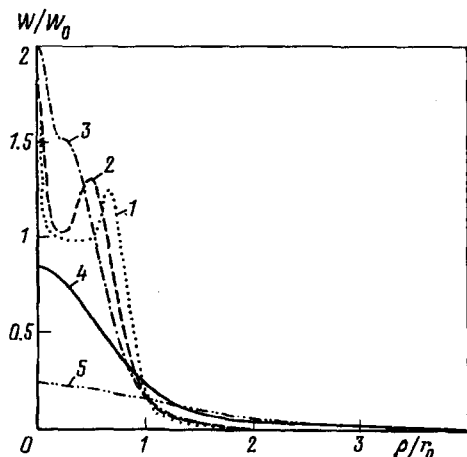


Рис.2. Зависимость плотности энергии от поперечной координаты ρ при $z/L_d = 0.3$ (1); 0.6 (2); 1.2 (3); 6.0 (4); 12 (5)

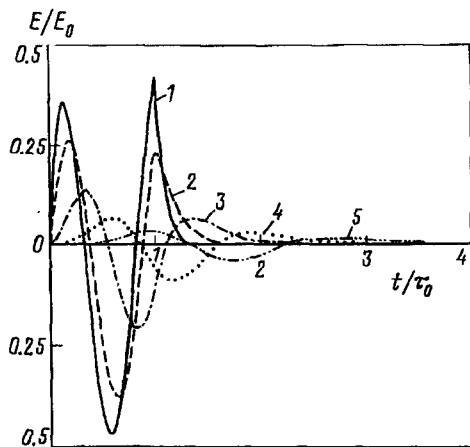


Рис.3. Временные формы дифрагированного короткого импульса с гауссовым поперечным распределением амплитуды поля на расстоянии $z = 2L_d$ и различном удалении от оси $z: \rho/r_0 = 0$ (1); 1.0 (2); 2.0 (3); 3.0 (4); 5.0 (5)

Зависимость плотности энергии от поперечной координаты для всех расстояний остается гауссовской. При этом $r_0(z) = r_0 \sqrt{1 + (z/L_d)^2}$, где $L_d = \pi r_0^2 / c\tau_0$, возрастает с расстоянием так же, как и при дифракции гауссовского пучка монохроматического излучения с $\lambda = c\tau_0$.

В заключение отметим, что развитый подход описания нестационарной дифракции позволяет проводить простой качественный анализ волновых полей любой природы и допускает обобщение на случай диспергирующих нелинейных сред.

1. L.Xu, Ch.Spielman, F.Krausz, and R.Szipocs, *Opt. Lett.* **21**, 1259 (1996).
2. A.Baltuska, Z.Wei, M.S.Phenichnicov, and D.A.Wiersma, *Opt. Lett.* **22**, 269 (1997).
3. Э.М.Беленов, А.В.Назаркин, *Письма в ЖЭТФ* **53**, 189 (1991).
4. Z.Wang, Z.Zhang, Z.Xu, and Q.Lin, *IEEE J. of Quantum Electronics.* **33**, 566 (1997).
5. Э.М.Беленов, А.В.Назаркин, В.А.Ущиловский, *ЖЭТФ* **100**, 762 (1991).