

## МНОГОЗАРЯДНЫЕ МАГНИТОЭКСИТОНЫ В НИЗКОРАЗМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ

А.О.Говоров, А.В.Чаплик<sup>1)</sup>

Институт физики полупроводников РАН  
630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 25 августа 1997 г.

Найдены частоты и интенсивности линий поглощения комплекса "дырка +  $N$  электронов" в магнитном поле. Движение всех частиц предполагается двумерным, причем квантовые ямы для электронов и дырок пространственно разнесены. Показано, как обобщается теорема Кона на случай системы с конечной полной массой. Энергия  $N$ -электронного комплекса в квантовом кольце осциллирует по магнитному потоку с периодом, который зависит от  $N$  и отношения масс.

PACS: 71.35.Ji, 73.20.Dx

Заряженные экситоны (комплексы "дырка + два электрона" или "электрон + две дырки") были недавно обнаружены экспериментально в квантовых ямах (КЯ) [1]. В работе Юдсона [2] предложена интересная идея, позволяющая в принципе реализовать многозарядный экситон, то есть связанное состояние дырки и  $N$  электронов при  $N > 2$ . В предложенной структуре (см. рис.1) расстояние  $d$  от металлического электрода до электронной КЯ много меньше расстояния  $l$  до КЯ дырок. Тогда кулоновское отталкивание электронов сильнее подавлено силами изображения в металле, чем их притяжение к дырке, и при достаточно малом  $d/l$  система дырка +  $N$  электронов может оказаться устойчивой для  $N$  заметно больше единицы. В рамках классической механики условия равновесия для  $N = 3, 4$  найдены в [2].

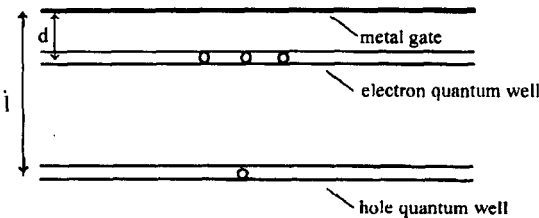


Рис.1. Поперечный разрез системы с пространственно разнесенными квантовыми ямами для электронов и дырок вблизи металлического затвора

В настоящем письме мы рассчитаем энергетический спектр и инфракрасное поглощение многозарядного экситона в скрещенных электрическом и магнитном полях, используя основной параметр задачи  $d/l \ll 1$ .

1. Потенциальная энергия взаимодействия между электроном и дыркой имеет вид

$$U(\mathbf{r}_h, \mathbf{r}_i) = (e^2/\epsilon) [-1/\sqrt{(\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_i)^2 + (l - d)^2} + 1/\sqrt{(\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_i)^2 + (l + d)^2}],$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды,  $r_h$  — координата дырки, а  $r_i$  — координата электрона в плоскости структуры. Легко видеть, что при  $d \ll l$  существенные значения  $|\mathbf{r}_h - \mathbf{r}_i|$  также много меньше  $l$ , и поэтому  $U(\mathbf{r}_h, \mathbf{r}_i)$  можно

<sup>1)</sup> e-mail: Chaplik@isp.nsc.ru

разложить до квадратичных членов. После этого мы получаем гамильтониан системы (в присутствии магнитного поля  $\mathbf{B}$  по оси  $z$  и электрического  $\mathbf{F}$  вдоль оси  $y$ ), в котором взаимодействие между электронами и дыркой квадратично. Заметим, что взаимодействие между электронами может быть произвольным. Применим преобразование переменных, позволяющее отделить часть степеней свободы электронов:

$$\mathbf{R}_c = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{r}_i}{N}, \quad \mathbf{R}_1 = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\sqrt{1 \cdot 2}},$$

$$\mathbf{R}_2 = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 - 2\mathbf{r}_3}{\sqrt{2 \cdot 3}}, \quad \dots, \quad \mathbf{R}_{N-1} = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \dots - (N-1)\mathbf{r}_N}{\sqrt{(N-1)N}}. \quad (1)$$

После этого гамильтониан распадается на часть  $\hat{H}_1(\mathbf{r}_h, \mathbf{R}_c)$ , которая зависит только от  $\mathbf{r}_h$  и  $\mathbf{R}_c$ , и на часть  $\hat{H}_2(\mathbf{R}_1, \dots, \mathbf{R}_{N-1})$ , которая описывает движение электронов относительно друг друга. Мы будем интересоваться только частью

$$\hat{H}_1(\mathbf{r}_h, \mathbf{R}_c) = \frac{\hat{\mathbf{P}}_c^2}{2m_1} + \frac{\hat{\mathbf{P}}_h^2}{2m_2} + \frac{k}{2}(\mathbf{r}_h - \mathbf{R}_c)^2 - e_1 \mathbf{F} \mathbf{R}_c - e_2 \mathbf{F} \mathbf{r}_h. \quad (2)$$

Здесь  $m_1 = Nm_e^*$ ,  $m_2 = m_h^*$ , где  $m_{e(h)}^*$  — эффективные массы электрона (дырки). Обобщенные импульсы имеют вид:  $\hat{\mathbf{P}}_c = -i\partial/\partial\mathbf{R}_c - (e_1/c)\mathbf{A}_c$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_h = -i\partial/\partial\mathbf{r}_h - (e_2/c)\mathbf{A}_h$ , где  $\mathbf{A}_{c(h)}$  — вектор-потенциалы, заряды  $e_1 = -N|e|$ ,  $e_2 = |e|$ , а  $\hbar \equiv 1$ . Таким образом, задача сводится к движению двух частиц с массами  $m_{1(2)}$  и зарядами  $e_{1(2)}$ , которые взаимодействуют по закону  $k(\mathbf{r}_h - \mathbf{R}_c)^2/2$ , где  $k = 6N(de^2/\epsilon l^4)$ . Мы видим, что среди всех собственных мод системы есть такие, в которых электроны движутся как целое относительно дырки. В отсутствие внешних полей этому движению соответствует частота

$$\omega_0^2 = \frac{k}{\mu} = \frac{6de^2}{\epsilon m_e^* l^4} \left(1 + N \frac{m_e^*}{m_h^*}\right), \quad (3)$$

где  $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$ . Формула (3) выражает еще одно обобщение теоремы Кона [3–5]: частота коллективной моды соответствует движению центра масс электронов в параболическом потенциале, но в данном случае  $\omega_0$  зависит от числа частиц из-за чисто кинематических причин. При  $m_h^* \rightarrow \infty$  мы приходим к прежнему результату для квантовой точки [4, 5].

Перейдем теперь к ситуации в скрещенных полях. Для удобства записи будем обозначать координаты центра масс электронов через  $x_1, y_1$ , а координаты дырки через  $x_2, y_2$ . В магнитном поле суммарный импульс системы записывается как  $\hat{\mathbf{P}} = -i\nabla_1 - i\nabla_2 - e_1\mathbf{A}_1/c - e_2\mathbf{A}_2/c + [\mathbf{B} \cdot (e_1\mathbf{r}_1 + e_2\mathbf{r}_2)]$ . Будем использовать калибровку Ландау для вектор-потенциалов:  $\mathbf{A}_i = (-By_i, 0)$ , где  $i = 1, 2$ . В этой калибровке сохраняется  $x$ -компонента суммарного импульса  $P_x$ , а  $x_1, x_2$  входят в гамильтониан только в комбинации  $x_1 - x_2 = x$ . После выделения множителя  $\exp(iP_x X)$  (где  $X = (m_1 x_1 + m_2 x_2)/M$ ,  $M = m_1 + m_2$ ) в полной волновой функции, получаем:

$$\hat{H}_1(x, y_1, y_2) = \frac{\hat{p}_x^2}{2\mu} + \frac{\hat{p}_{y_1}^2}{2m_1} + \frac{\hat{p}_{y_2}^2}{2m_2} + \hat{p}_x(\omega_1 y_1 - \omega_2 y_2) +$$

$$+ \frac{m_1}{2}(\omega_1 y_1 + \frac{P_x}{M})^2 + \frac{m_2}{2}(\omega_2 y_2 + \frac{P_x}{M})^2 + \frac{k}{2}[x^2 + (y_1 - y_2)^2] - e_1 y_1 F - e_2 y_2 F, \quad (4)$$

где  $\omega_i = e_i B / m_i c$  ( $i = 1, 2$ ), а оператор  $\hat{p}_x = -i\partial/\partial x$ . Теперь удобно рассматривать  $\hat{p}_x$  как обобщенную координату, а  $\hat{x} = i\partial/\partial p_x$  — как обобщенный импульс. В этом представлении  $\hat{H}_1(p_x, y_1, y_2)$  соответствует трехмерному анизотропному осцилятору с оператором кинетической энергии

$$\hat{T} = -\frac{1}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} - \frac{1}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} - \frac{k}{2} \frac{\partial^2}{\partial p_x^2} \quad (5)$$

и потенциальной энергией

$$W = \frac{p_x^2}{2\mu} + p_x(\omega_1 y_1 - \omega_2 y_2) + \frac{m_1}{2} (\omega_1 y_1 + \frac{P_x}{M})^2 + \frac{m_2}{2} (\omega_2 y_2 + \frac{P_x}{M})^2 + \frac{k}{2} (y_1 - y_2)^2 - e_1 y_1 F - e_2 y_2 F. \quad (6)$$

Сдвигом по  $p_x, y_1, y_2$  можно убрать линейные слагаемые и получить

$$W = \frac{p_x^2}{2\mu} + p_x(\omega_1 y_1 - \omega_2 y_2) + \frac{m_1 \omega_1^2}{2} y_1^2 + \frac{m_2 \omega_2^2}{2} y_2^2 + \frac{k}{2} (y_1 - y_2)^2 + \frac{cF}{B} P_x - \frac{Mc^2 F^2}{2 B^2}. \quad (7)$$

Последние два члена в (7) имеют тот же вид, что и для отдельной частицы в скрещенных полях: они описывают дрейф всего комплекса со скоростью  $\partial E / \partial P_x = cF/B$ . Колебательная часть энергии находится диагонализацией  $\hat{T} + W$ . В результате энергия имеет вид

$$E_{n_1, n_2, n_3}(P_x) = \sum_{j=1,2,3} \Omega_j \left( \frac{1}{2} + n_j \right) + \frac{cF}{B} P_x - \frac{Mc^2 F^2}{2 B^2}. \quad (8)$$

Три собственных частоты в (8) определяются уравнением

$$\left( \frac{k}{\mu} - \Omega^2 \right) \left[ \frac{m_1 m_2}{k} (\Omega^2 - \omega_1^2) (\Omega^2 - \omega_2^2) - m_1 (\Omega^2 - \omega_1^2) - m_2 (\Omega^2 - \omega_2^2) \right] + \Omega^2 (m_1 \omega_2^2 + m_2 \omega_1^2) - M \omega_1^2 \omega_2^2 - k (\omega_1 - \omega_2)^2 = 0. \quad (9)$$

Корни кубического относительно  $\Omega^2$  уравнения (9) имеют физически ясные асимптотики. При малых магнитных полях

$$\Omega_{1,2} = \omega_0 \pm \frac{1}{2} \left| \omega_1 \frac{m_2}{M} + \omega_2 \frac{m_1}{M} \right|, \quad \Omega_3 = \frac{|e_1 + e_2| B}{cM}. \quad (10)$$

Третья мода соответствует циклотронному движению заряженного экситона с полной массой  $M = m_h^* + N m_e^*$ . Для нейтрального экситона  $e_1 + e_2 = 0$  частота  $\Omega_3$  обращается в нуль при любом  $B$ ; нейтральный экситон движется свободно. Наличие моды  $\Omega_3$  отличает наш случай от параболической квантовой точки, где спектр исчерпывается частотами  $\Omega_{1,2}$  ( $M \rightarrow \infty$ ) [4, 5].

С ростом  $B$  наступает псевдопересечение (anticrossing) двух нижних ветвей  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$ . При  $B \rightarrow \infty$   $\Omega_{1,2}$  стремятся к циклотронным частотам  $|\omega_{1(2)}| = |e|B/cm_e^*(h)$ , а  $\Omega_3 \propto 1/B$ . Численные решения (9) для экситонов  $N = 2, 4$  в

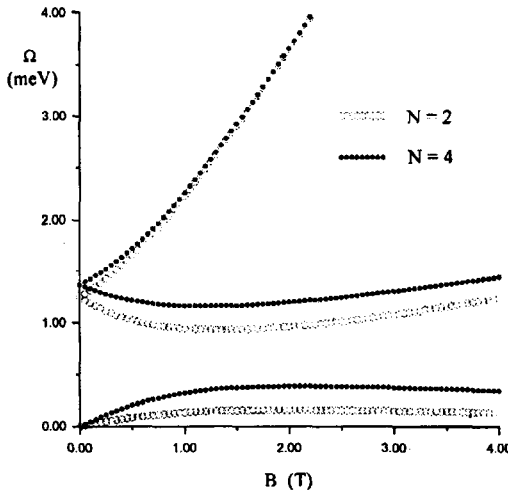


Рис.2. Энергии возбуждений экситона  $\Omega_{1,2,3}$  в зависимости от магнитного поля для GaAs квантовых ям;  $N = 2, 4$ , массы тяжелой дырки и электрона  $m_h^* = 0.5 m_0$ ,  $m_e^* = 0.07 m_0$ ; параметры системы  $d = 200 \text{ \AA}$ ,  $l = 600 \text{ \AA}$

GaAs квантовых ямах приведены на рис.2. Для экситона на основе тяжелой дырки в GaAs для параметров  $N = 2$ ,  $d = 200 \text{ \AA}$ ,  $l = 600 \text{ \AA}$  характерная частота  $\omega_0 \simeq 1.2 \text{ мЭВ}$ .

2. Нетрудно вычислить и интенсивности линий ИК поглощения многозарядным магнитоэкситоном. В слабых ( $|\omega_{1,2}| \ll \omega_0$ ) магнитных полях интенсивности линий даются формулами

$$I_1 \simeq I_2 \propto \frac{(m_1 e_2 - m_2 e_1)^2}{M}, \quad I_3 \propto \frac{(e_1 + e_2)^2}{M}. \quad (11)$$

В сильных магнитных полях  $I_1, I_2 \rightarrow const$ , а  $I_3 \propto 1/B^2$ .

3. В работе одного из авторов [6] показано, что энергия связи нейтрального экситона в одномерном квантовом кольце содержит вклад, связанный с туннелированием электрона к дырке вдоль кольца, который осциллирует как функция потока сквозь кольцо с универсальным периодом  $\Phi_0$ . Аналогичные [6] вычисления для  $N + 1$ -частичного комплекса показывают, что осциллирующая часть энергии имеет период

$$\Phi_0^* = \Phi_0 \frac{m_h^* + N m_e^*}{N(m_h^* + m_e^*)}. \quad (12)$$

При  $m_h^* \gg N m_e^*$  период становится равным  $\Phi_0/N$ , как и должно быть при когерентном туннелировании  $N$  частиц. В то же время движение комплекса как целого вдоль кольца дает в энергию вклад

$$E_J = \frac{1}{M R_\tau^2} \left( J - \frac{Q \Phi}{hc} \right)^2, \quad J = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (13)$$

где  $Q = e_1 + e_2 = -(N - 1)|e|$  - полный заряд,  $\Phi$  - магнитный поток,  $R_\tau$  - радиус кольца. Поэтому незатухающий ток (persistent current) осциллирует по  $\Phi$  с периодом  $\Phi_0/(N - 1)$ .

Результаты п.3 для одномерного кольца являются точными и не связаны с параболической аппроксимацией взаимодействия.

Авторы благодарны Ю.А.Бычкову и Э.И.Рашбе за полезное обсуждение. Работа была выполнена при поддержке INTAS (грант 94-1172) и Программы "Твердотельные наноструктуры".

---

1. A.J.Shields et al., in *"High Magnetic Fields in the Physics of Semiconductors"*, Eds. by G.Landwehr, W.Ossau, World Scientific, Singapore, 1997, v.2, p.737.
2. V.I.Yudson, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1564 (1996).
3. L.Brey, N.Johnson, and B.Halperin, *Phys. Rev. B* **40**, 10 647 (1989).
4. А.О.Говоров, А.В.Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **52**, 681 (1990).
5. P.A.Maksym and T.Chakraborty, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 108 (1990).
6. А.В.Чаплик, *Письма в ЖЭТФ* **62**, 885 (1995).