

СТОХАСТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ И АНОМАЛЬНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ В ТОКАМАКЕ

В.В.Параил, П.Н.Юшманов

Построена самосогласованная теория пространственной диффузии электронов в электромагнитных флуктуациях произвольной амплитуды в токамаке с учетом тороидального дрейфа. Показано, что диффузия определяется банановыми электронами с характерным временем стохастизации $\tau \sim qR/v_e \sqrt{\epsilon}$, а характерный масштаб диффузии в нелинейном по амплитуде волны случае насыщается и выходит на уровень $\sim 2c^2 / \omega_p^2 + v_e^2 q^2 / \omega_{He}^2 \epsilon$.

Экспериментально показано, что в токамаке потери энергии по электронному каналу аномальны. Теоретические исследования механизма аномальной электронной теплопроводности до настоящего времени проводились в основном в рамках квазилинейного приближения^{1,2}. В работе³ для самосогласованного описания колебаний электрического и магнитного полей было предложено использовать продольный закон Ома, что позволило свести воедино переносы как за счет электрических, так и магнитных флуктуаций. Там же была высказана идея о насыщении коэффициента теплопроводности в сильно нелинейном режиме. Однако фактическое использование в³ квазилинейного приближения не позволило построить самосогласованной теории аномального переноса в нелинейном режиме ($ck_{\perp} \varphi / B_0 = v_{\perp} > v_F = \omega / k_{\perp}$), наиболее интересном для анализа экспериментальных результатов. В настоящей работе впервые аномальный перенос электронов в токамаке при взаимодействии с электромагнитными флуктуациями последовательно рассмотрен на нелинейном уровне с учетом тороидального дрейфа электронов.

Рассмотрим движение электронов во флуктуациях электрического $E_{\perp} = -\vec{\nabla}_{\perp} \varphi$ и магнитного $B_{\perp} = [e_z \vec{\nabla}_{\perp} A_{\parallel}]$ полей. Проанализируем в первую очередь поперечное дрейфовое движение

$$\frac{d\mathbf{r}_{\perp}}{dt} = \frac{c[e_z \vec{\nabla} \varphi]}{B_0} + \frac{\mathbf{B}_{\perp} v_{\parallel}}{B_0} + \mathbf{v}_d. \quad (1)$$

Перейдем в систему отсчета с винтовостью, совпадающей с винтовостью локализованного вблизи r_0 колебания ($m = nq(r_0)$) и, учитывая в v_{\parallel} лишь невозмущенное движение в тороидальном магнитном поле токамака $v_{\parallel}(t) = v_0 + v_b \sin \omega_b t$ ($\omega_b = v_e \sqrt{\epsilon} / qR$), перепишем уравнение (1) в гамильтоновом виде

$$d\mathbf{r}_{\perp} / dt = [e_z \vec{\nabla} H], \quad (2)$$

где

$$H(r, \theta, t) = \frac{c}{B_0} \varphi(r, \theta, t) + \frac{v_{\parallel}(t)}{B_0} (A_{\parallel}(r, \theta, t) + A_s(r)) + v_d r \cos \theta(t).$$

Член с A_{\parallel} описывает движение, обусловленное изменением винтовости силовых линий при отклонении от резонансной поверхности. В соответствии с наблюдаемым спектром частот колебаний, которые оказываются существенно меньше частоты движения частиц по периодической орбите $\omega \leq 3 \cdot 10^5 \ll \omega_b \sim 2 \cdot 10^6$, основная зависимость от времени в гамильтониане H содержится в $v_{\parallel}(t)$, а зависимость от времени φ и A_{\parallel} можно пренебречь. Рассмотрим сначала движение без учета тороидального дрейфа ($v_d = 0$), тогда дрейфовый гамильтониан электронов примет вид

$$H(r, \theta, t) = c\varphi(r, \theta)/B_0 + v_{\parallel}(t)A_{\parallel}(r, \theta)/B_0. \quad (3)$$

Из вида гамильтониана прежде всего следует, что движение пролетных частиц, для которых $v_{\parallel}(t) = v_0$, интегрируемо и не может поэтому приводить к радиальной диффузии. К радиальной диффузии могут приводить только запетранные частицы, для которых $v_{\parallel}(t) = v_b \sin \omega_b t$, да и то только в случае $c\varphi \lesssim v_b A_{\parallel}$, поскольку при $c\varphi \gg v_b A_{\parallel}$ движение электронов будет происходить по эквипотенциалам $\varphi(r, \theta) = \text{const}$. Из вида гамильтониана (3) качественно ясен и характер диффузии. При $c\varphi \lesssim v_b A_{\parallel}$ частицы движутся по линиям уровня средним между линиями уровня φ и A_{\parallel} . Причем эти средние линии разные в различные моменты времени. Мерой пространственного расхождения траекторий в случае относительно низких амплитуд служит перемещение за время $\omega_b^{-1} \sim \varphi$, а в случае высоких амплитуд ($\Omega \sim k_{\perp} v_{\perp} > \omega_b$) — различие эквипотенциалов φ и A_{\parallel} . Поскольку наблюдаемые на эксперименте амплитуды осцилляций достаточно велики, наибольший интерес представляет второй случай. К тому же, только в этом случае можно ожидать, что коэффициент диффузии не будет зависеть от амплитуды колебаний.

Считая, что вблизи рациональной поверхности возбуждены только колебания с заданной винтовостью $m = nq(r)$, запишем потенциал φ в виде

$$\varphi(r, \theta, t) = \varphi(r) \exp(-i\omega t + im\theta + in\varphi). \quad (4)$$

Связь между A_{\parallel} и φ определяется законом Ома, который следует из уравнения продольного движения электронов

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{e}{m_e} \frac{\mathbf{B}_0 \vec{\nabla} \varphi}{B_0} + \frac{e}{m_e c} \left(\frac{\partial A_{\parallel}}{\partial t} + \frac{c}{B_0} [\vec{\nabla} \varphi \vec{\nabla} A_{\parallel}] \right). \quad (5)$$

Для дальнейшего, используя (4), первый член в правой части (5) удобно переписать в виде $em_e^{-1} k_{\parallel} \omega^{-1} \partial \varphi / \partial t$.

В осциллирующих полях большой амплитуды ($\Omega \sim k_{\perp} v_{\perp} \gg \omega$, $k_{\parallel} v_{\parallel}$) поперечное движение частиц, как было показано выше, представляет собой движение по замкнутым ячейкам. Поэтому, в отличие от линейного движения, при высоком уровне осцилляций частицы не могут смещаться относительно волны по поперечному углу. Фаза волны на траектории в этом случае быстро осциллирует относительно среднего значения $\varphi(t) = \varphi_0 \exp(-i\omega t + iz \sin \Omega t)$, где $z \lesssim 1$. Отсюда видно, что продольное тепловое движение не может существенно изменить фазу φ на траектории и не может поэтому повлиять на связь φ и A_{\parallel} . Учитывая это, преобразуем уравнение (5), считая, что движение частиц осуществляется по гидродинамическим траекториям

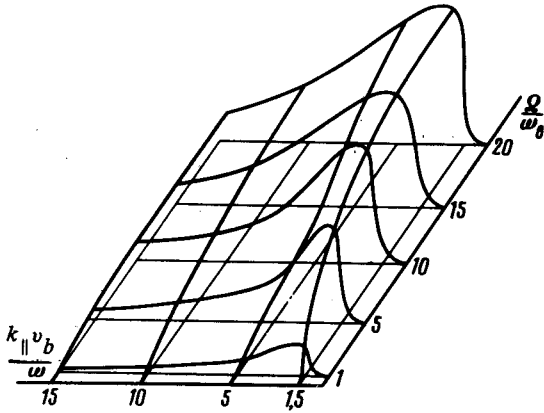
$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = \frac{e}{m_e c} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{c}{B_0} [\mathbf{e}_z \vec{\nabla} \varphi] \vec{\nabla} \right) \left(A_{\parallel} - \frac{k_{\parallel} c}{\omega} \varphi \right). \quad (6)$$

Нетрудно видеть, что оператор $\partial / \partial t + cB_0^{-1} [\mathbf{e}_z \vec{\nabla} \varphi] \vec{\nabla}$ в правой части уравнения полностью эквивалентен оператору d/dt в левой части, поэтому решение уравнения (6) имеет простой вид $v_{\parallel} = (e/m_e c) (A_{\parallel} - k_{\parallel} c \varphi / \omega)$. С учетом $j_{\parallel} = c \Delta_{\perp} A_{\parallel} / 4\pi$ отсюда сразу следует связь между φ и A_{\parallel}

$$-(c/\omega_p)^2 \Delta_{\perp} A_{\parallel} + A_{\parallel} = k_{\parallel} c \varphi / \omega, \quad (7)$$

совпадающая с уравнением, следующим из линейного закона Ома для плазмы без учета теплового движения электронов. Из (7) видно, что пространственным масштабом различия линий уровня φ и A_{\parallel} является c/ω_p .

Итак анализ аномальной электронной теплопроводности в нелинейных колебаниях при $v_d = 0$ сводится к анализу дрейфового движения частиц, описываемого гамильтонианом (3) с учетом связи (7). Результаты численных расчетов D в зависимости от параметра $k_{\parallel} v_b / \omega$ и амплитуды колебаний (отношения частот Ω / ω_b) представлены на рисунке. Видно, что в пределе сильной нелинейности колебаний ($\Omega \gg \omega_b \gg \omega$) коэффициент диффузии выходит на асимптотическое значение $D \sim 2\omega_b c^2 / \omega_p^2$ и перестает зависеть от амплитуды флуктуаций. С учетом того, что в диффузии участвуют только запертые частицы, коэффициент электронной теплопроводности можно оценить как $2\epsilon(c/\omega_p)^2 v_e / qR$.



Зависимость коэффициента диффузии запертых электронов от параметра $k_{\parallel} v_b / \omega = k_{\parallel} v_e \sqrt{\epsilon} / \omega$ и амплитуды колебания $\Omega / \omega_b \sim c k_{\perp}^2 \varphi / B_0 \omega_b$

Вернемся теперь к уравнению (1) и посмотрим, к чему приводит учет вертикального дрейфа электронов. Функционально член с v_d зависит от времени также, как и член с A_{\perp} . Однако он приводит к другому характерному масштабу стохастизации $\Delta x \sim v_d / \omega_b$. Проведенные численные расчеты подтвердили этот качественный вывод о диффузии банановых электронов.

Рассмотренные два механизма стохастизации дрейфового движения независимы, поэтому суммарный коэффициент аномальной электронной теплопроводности можно оценить как

$$\chi_e \sim (2\epsilon c^2 / \omega_p^2 + v_e^2 q^2 / \omega_{He}^2) v_e / qR.$$

Последний член в этом выражении может определять экспериментально наблюдаемый мягкий предел по β .

Литература

1. Kadomtsev B.B., Pogutse O.P. Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fus. Res., IAEA, Vienna, 1979, 1, 649.
2. Rechester A.B., Rosenbluth M.N. Phys. Rev. Lett., 1978, 40, 38.
3. Паран В.В., Погуце О.П. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 408.
4. Liewer P.C. A review of measurements of microturbulence in tokamaks and comparisons with theories of turbulence and anomalous transport. Calif. Inst. of Technology, 1984.

Поступила в редакцию

8 июля 1985 г.