

## СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИФФУЗИЯ ИОНОВ В ТОКАМАКЕ

В.В.Параил, Н.П.Юшманов

Рассмотрен механизм стохастической диффузии ионов в токамаке при их взаимодействии с электромагнитными флуктуациями большой амплитуды. Показано, что максимальный коэффициент аномальной диффузии ионов близок к неоклассической ионной теплопроводности в режиме плато.

Экспериментальные исследования ионной теплопроводности в токамаке показали, что ее величина по порядку величины сравнима с неоклассической. Наблюдается однако различие теоретического и экспериментального значений ионной теплопроводности в несколько раз, имеющее тенденцию к увеличению в области низких частот соударений. Возникновение этого различия возможно как за счет значительного (по сравнению с размером неоднородности) размера банановых орбит ионов<sup>1</sup>, так и за счет движения ионов во флуктуациях электромагнитного поля. Мы будем рассматривать только последний, аномальный механизм переноса.

Теоретические исследования аномального переноса ионов во флуктуациях электромагнитного поля проводились в работах<sup>2,3</sup>, в которых показано, что аномальный ионный перенос существенно меньше электронного. Эти работы, однако, выполнены в предположении, что взаимодействие частиц с волнами описывается в рамках теории слабой турбулентности. В условиях реального эксперимента уровень электромагнитных флуктуаций оказывается достаточно высок, так что скорость движения частиц во флуктуациях  $\tilde{v}$  превышает поперечную фазовую скорость волны  $v_F = \omega/k_{\perp}$ . Поэтому применимость теории слабой турбулентности безусловно нарушена. В работе<sup>4</sup> для исследования аномального переноса был использован ренормализационный подход, уже в нулевом приближении учитывающий движение частиц во флуктуациях. Использование ренормализационного подхода позволило построить самосогласованную картину электронного теплопереноса в токамаке, удовлетворительно согласующуюся с экспериментально наблюдаемыми скэйлингами. В настоящей работе этот же метод будет применен для анализа аномального ионного переноса.

В реальных условиях высокой амплитуды осцилляций  $k_{\perp}\tilde{v} > \omega$ , как показано в<sup>4</sup>, основным является дрейфовое движение поперек невозмущенного магнитного поля:

$$d\mathbf{r}_{\perp}/dt = c[\mathbf{e}_z \tilde{\nabla} \tilde{\varphi}]/B_0 + v_{\parallel} \tilde{\mathbf{B}}_{\perp}/B_0 + \mathbf{v}_d. \quad (1)$$

Первые два члена соответствуют дрейфу во флуктуациях электрического и магнитного полей, а последний – тороидальному дрейфу  $v_d = (v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2/2)/\omega_B R$ . При описании движения ионов следует учесть, что из-за малой тепловой скорости  $v_{\parallel}$  движение в возмущении магнитного поля несущественно и им можно пренебречь. Кроме того дрейф в потенциале  $\tilde{\varphi}$  должен быть модифицирован с учетом конечного ларморовского радиуса ионов. Из-за этого в уравнение (1) будет входить не локальное значение потенциала  $\tilde{\varphi}(r_{\perp})$ , а средняя по ларморовской орбите величина

$$\bar{\varphi}(r_{\perp}, t) = (2\pi\rho(t))^{-1} \int \tilde{\varphi}(r'_{\perp}, t) \delta(\rho(t) - |r'_{\perp} - r_{\perp}|) dr'_{\perp}, \quad (2)$$

где  $\rho(t) = v_{\perp}/\omega_B \approx \rho_0 (1 + (\epsilon/2)\sin \int v_{\parallel} dt/qR)$  – зависящий от времени ларморовский радиус,  $\epsilon = r/R$  – отношение малого и большого радиусов тора,  $q$  – коэффициент запаса устойчивости. Как и в<sup>4</sup> будем считать, что колебания сильно вытянуты вдоль магнитного поля ( $E_{\parallel} \approx 0$ ), так что продольное движение ионов не возмущено  $v_{\parallel} = (2/m)^{1/2} (E - \mu B)^{1/2}$ .

Для анализа поперечного переноса уравнение (1) удобно переписать в гамильтоновом виде

$$d\mathbf{r}_{\perp}/dt = [\mathbf{e}_z \tilde{\nabla} H], \quad (3)$$

где  $H(r_{\perp}, t) = c\bar{\varphi}(r_{\perp}, t)/B_0 + rv_d \cos\theta(t)$ , или в спектральном представлении ( $\tilde{\varphi} = \sum_k \tilde{\varphi}_k$ )

$$H(r_{\perp}, t) = cB_0^{-1} \sum_k \tilde{\varphi}_k(r_{\perp}, t) J_0(k_{\perp} \rho(t)) + rv_d \cos \theta(t). \quad (4)$$

Как известно, при таком движении диффузия частиц может возникнуть только в меру зависимости  $H(t)$ . Зависимость  $\tilde{\varphi}_k(t)$  характеризуется частотой флуктуаций. В токамаке основная энергия колебаний сосредоточена в низкочастотном диапазоне  $\omega \lesssim 3 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>. Зависимости  $\rho(t)$  и  $\theta(t)$  имеют характерную частоту  $\omega_{bi} \approx v_{\parallel}/qR \sim 3 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>. В дальнейшем мы пренебрежем зависимостью  $\tilde{\varphi}_k(t)$ . Учет этой зависимости не может существенно изменить полученно ниже коэффициента переноса, поскольку  $\omega \lesssim \omega_{bi}$ .

Рассмотрим сначала движение ионов без тороидального дрейфа ( $v_d = 0$ ). При  $k_{\perp} \rho \ll 1$  в гамильтонеане (4) можно произвести разложение и записать его в виде

$$H(r_{\perp}, t) = \frac{c}{B_0} \sum_k \tilde{\varphi}_k(r_{\perp}) \left[ J_0(k_{\perp} \rho_0) + \frac{k_{\perp} \rho_0 \epsilon}{2} \sin(\omega_{Bi} t) J_1(k_{\perp} \rho_0) \right]. \quad (5)$$

Если не учитывать члены, пропорциональные  $J_1(k_{\perp} \rho_0)$ , то движение будет происходить по эквипотенциалам  $H$  без диффузии. Наличие в  $H$  зависящего от времени слагаемого приводит к тому, что эквипотенциалы изменяют со временем свою форму. При больших амплитудах осцилляций ( $\Omega = k_{\perp} \tilde{v} > \omega_{bi}$ ) пространственный масштаб диффузионного процесса не должен зависеть от амплитуды колебаний, а будет определяться мерой пространственного расхождения эквипотенциалов в различные моменты времени. Такое расхождение осуществляется в масштабах, для которых  $k_{\perp} \rho \gtrsim 1$ , т. е.  $\Delta x \sim \rho \epsilon$ . Поэтому в пределе высоких амплитуд флуктуаций коэффициент переноса можно оценить как  $D \sim \epsilon^2 \rho^2 v_i / qR$ .

Учет тороидального дрейфа приводит к появлению в гамильтонеане дополнительного члена, зависящего от времени. Этот дополнительный член не зависит от амплитуды флуктуаций, поэтому значительное расхождение эквипотенциалов масштаба  $\Delta x \sim q\rho$  будет только при определенной амплитуде флуктуаций, когда  $v \sim v_d$ . Как в случае  $\tilde{v} \gg v_d$ , так и при  $\tilde{v} \ll v_d$  расхождение траекторий, а следовательно и коэффициент диффузии, будет уменьшаться. Максимальный коэффициент диффузии (при  $\tilde{v} \sim v_d$ ) можно оценить следующим выражением

$$D \sim v_d^2 / \omega_{bi} \sim q\rho^2 v_i / R. \quad (6)$$

Для проверки правильности описанных выше представлений о характере стохастической диффузии ионов были проведены численные расчеты коэффициента диффузии методом Монте-Карло. Анализ полученных данных показывает, что максимальные коэффициенты диффузии для обоих механизмов близки к аналитическим оценкам. Подтверждена также зависимость коэффициента диффузии от амплитуды флуктуаций при учете тороидального дрейфа, достигающая максимума при  $\tilde{v} \sim v_d$ . Детальный анализ зависимости коэффициента диффузии от параметров плазмы требует проведения большой серии расчетов, выходящих за рамки данного сообщения.

Остановимся теперь кратко на возможном механизме ограничения амплитуды флуктуаций. Если предположить, что  $v_d \ll \tilde{v}$ , то все ионы будут двигаться по ячейкам, образованным потенциалом  $\tilde{\varphi}$ , слегка отклоняясь от эквипотенциалов за счет вертикального дрейфа. Поскольку смещение всех ионов в ячейке происходит в одну сторону, то ионный заряд перераспределится и исказит потенциал ячейки. Оценка возникающего при этом потенциала дает очень высокое значение  $e\varphi/T \sim M/m$ , поэтому захваченными в ячейки может быть лишь малая доля ионов. Это сразу ограничивает амплитуду колебаний на уровне  $\tilde{v} \sim ck_{\perp}^2 \tilde{\varphi} / B_0 < v_d$  так раз так, что коэффициент стохастической диффузии близок к максимальному значению (6).

Итак, в работе показано, что существующие в плазме токамака нелинейные ( $\tilde{v} > \omega/k_{\perp}$ ) электромагнитные флуктуации приводят одновременно с электронами к стохастической диффузии

ионов. Величина аномальной ионной диффузии (и теплопроводности) близка к неоклассической теплопроводности в режиме плато. Поляризация плазмы за счет движения во флуктуациях может являться механизмом насыщения амплитуды колебаний в токамаке.

### Литература

1. Готт Ю.В., Юрченко Э.И. 12-ая Европейская конференция по физике плазмы и УТС, Будапешт, сентябрь 1985, доклад №237.
2. Mynick H.E., Krommes J.A. Phys. Fluids, 1980, 23, 1229.
3. Параил В.В., Погуце О.П. Письма в ЖЭТФ, 1980, 32, 408.
4. Параил В.В., Юшманов П.Н. 12-ая Европейская конференция по физике плазмы и УТС, Будапешт, сентябрь 1985, доклад №242.
5. Liewer P.C., A review of measurements of microturbulence in tokamaks and comparisons with theories of turbulence and anomalous transport. Calif. Inst. of Technology, 1984.

Поступила в редакцию

5 августа 1985 г.