

ФЛУКТУАЦИОННЫЕ СВОЙСТВА ПРОВОДНИКОВ МАЛЫХ РАЗМЕРОВ

Б.Л.Альтшулер, Д.Е.Хмельницкий

Построена теория флуктуаций проводимости в режиме слабой локализации. Показано, что эти флуктуации определяют зависимость свойств миниатюрных образцов от внешних полей, а также анизотропию этих свойств.

1. Свойства макроскопических образцов: электропроводность, теплоемкость, магнитная восприимчивость и др. — определяются не конкретной реализацией случайного потенциала, а лишь малым числом микрохарактеристик, таких как размеры и форма образца, концентрация примесей и т. п. Свойства образцов с одинаковыми макрохарактеристиками различаются, но эта разница обратно пропорциональна корню из объема образца v . Ответ на вопрос: образец какого размера является достаточно большим, зависит от конкретного механизма, приводящего к усреднению характеристик. Оказывается, что характерный размер L_c может на много порядков превышать межатомное расстояние, а при $T=0$ L_c обращается в бесконечность¹. Образцы с размерами $L < L_c$ не являются макроскопическими, их свойства определяются не только макрохарактеристиками и колеблются от образца к образцу на величину, не зависящую от размеров. Такие образцы и их свойства, определяемые флуктуациями, мы, следуя², будем называть *мезоскопическими*. Теория мезоскопических свойств должна быть статистической и предсказывать функцию распределения, например проводимостей, или ее моменты: проводимость, усредненную по реализациям, ее дисперсию и т. п., а не величину сопротивления конкретного образца. Особый интерес представляют эффекты, которые отсутствуют в макроскопических телах — мезоскопические эффекты. Некоторые из таких эффектов уже предсказаны на качественном уровне³ (см. также²) и недавно открыты экспериментально^{4, 5}. В настоящей статье предложена теория мезоскопических эффектов при низкой температуре в образцах, обладающих хорошей металлической проводимостью, когда длина свободного пробега $l \gg \lambda$ (λ — дебройлевская длина волны электрона, $\lambda = \hbar/p_F$)¹.

2. Зависимость проводимости G мезоскопического образца от внешних параметров, например, от магнитного поля H является случайной функцией $G(H)$. Эта зависимость характеризуется корреляционной функцией

$$F(H, \Delta H) = \langle G(H) G(H + \Delta H) \rangle - \langle G(H) \rangle^2. \quad (1)$$

Здесь $\langle \rangle$ означает усреднение по реализациям случайного потенциала. Величина $\sqrt{F(H, 0)}$ дает характерную амплитуду немоного изменения $G(H)$, а величина ΔH , при котором существенно изменяется $F(H, \Delta H)$, определяет масштаб магнитных полей H_c , характерный для функции $G(H)$.

$F(H, \Delta H)$ можно вычислить методом, предложенным в^{1, 6}. На рисунке, а, б изображены фейнмановские диаграммы, отвечающие формуле

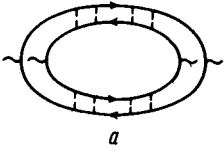
$$F(H, \Delta H) = \frac{4\alpha}{v} S \left(\frac{G}{v} \right)^2 \int d\epsilon d\epsilon' \frac{\partial n}{\partial \epsilon} \frac{\partial n}{\partial \epsilon'} \int d\mathbf{r} \cdot \{ |P_{\epsilon-\epsilon'}^{(D)}(0, \mathbf{r})|^2 + |P_{\epsilon-\epsilon'}^{(C)}(0, \mathbf{r})|^2 \}, \quad (2)$$

где v — плотность состояний, G — проводимость образца, α_S — коэффициент зависящий от H ¹, $P_{\omega}^{(C)}$ ($P_{\omega}^{(D)}$) — куперон (диффузон), удовлетворяющий уравнению

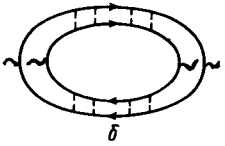
¹) Когда эта работа готовилась к печати, мы получили препринт Ли и Стоуна,⁶ в котором независимо получены результаты статьи¹ и часть результатов настоящей статьи.

$$\left\{ -i\omega + D \left(-i\vec{\partial}_{C,D} + \frac{e}{c\hbar} \Delta \mathbf{A} \right)^2 + \frac{1}{\tau_{in}} \right\} P_{\omega}^{(C),(D)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') . \quad (3)$$

Здесь D — коэффициент диффузии электронов, $\vec{\partial}_D = \vec{\nabla}$, $\vec{\partial}_C = \vec{\nabla} + 2ie\mathbf{A}/c\hbar$, $\text{rot} \mathbf{A} = \mathbf{H}$, $\text{rot} \Delta \mathbf{A} = \Delta \mathbf{H}$, τ_{in} — время между неупругими столкновениями.



a



b

Дополнительный член $e\Delta \mathbf{A}/\hbar c$ в (3) возникает из-за того, что в диффузионных (куперонных) лестницах на рисунке одна из электронных линий отвечает магнитному полю H , а другая $H + \Delta H$. Из-за этого, если от H зависит только куперон, то ΔH влияет также и на диффузион²⁾. Из (2) и (3) следует, что в кольце со средним радиусом R величина F , во-первых, осциллирует как функция магнитного потока $\Delta \phi = \pi R^2 \Delta H$, а во-вторых, уменьшается при увеличении ΔH . Первое приводит к регулярным осцилляциям в зависимости $G(\Delta \phi)$ с периодом $\phi_0 = 2\pi\hbar c/e$, а второе — к нерегулярному и немонотонному изменению $G(H)$ не только в кольце, но и в односвязных образцах. Характерный масштаб такого изменения $H_c \sim \phi_0/S$, где S — площадь образца. Осцилляции с периодом ϕ_0 и нерегулярные колебания $G(H)$ наблюдались экспериментально^{4, 7}. Регулярные осцилляции с периодом ϕ_0 имеют случайную фазу и поэтому исчезают при усреднении G по реализациям случайного потенциала. Величина $\langle G \rangle$ может осциллировать только с периодом $\phi_0/2$ за счет зависимости куперона от H , и это всегда сопровождается монотонной зависимостью $\langle G(H) \rangle$ ⁸.

Амплитуда флуктуаций проводимости зависит от соотношений между T , $D\hbar/L_i^2$ (L_i — линейные размеры образца; $i = x, y, z$) и \hbar/τ_{in} . Выполняя интегрирование по ϵ и ϵ' в (2), получим с точностью до численного коэффициента:

$$F(\Delta H = 0) \sim \left(\frac{e^2}{\hbar} \right)^2 \frac{1}{L_x^3} \begin{cases} L_z L_y L_T, & d = 3 (L_T < L_i) \\ L_y L_T^2, & d = 2 (L_z < L_T < L_{y,x}) \\ L_T^2 L_\epsilon, & d = 1 (L_{y,z} < L_T < L_x) \end{cases} \quad (4)$$

L_x — размер образца в направлении измерительного тока, $L_T = \sqrt{D\hbar/T}$, $L_\epsilon = \min\{\sqrt{D\tau_{in}}, L_x\}$. $F \sim (e^2/\hbar)^2$ при $L_i \ll L_T$. Амплитуда регулярных осцилляций $G(\phi)$ с периодом ϕ_0 в кольце экспоненциально падает с ростом T .

3. Макроскопические образцы, несмотря на наличие в них случайного потенциала, симметричны относительно поворотов и отражений. Что касается мезоскопических образцов, то они такими симметриями не обладают и в них должны наблюдаться эффекты, характерные для анизотропных веществ и веществ без центра инверсии. Перечислим некоторые из них.

²⁾ Учет и куперонного и диффузионного вкладов важен принципиально. Так, если пренебречь одним из них, нарушится тождество $\langle [G(H) - G(-H)]^2 \rangle = 0$, следующее из соотношений Онзагера.

В нулевом магнитном поле возникает случайное по величине и знаку напряжение, перпендикулярное измерительному току. Коррелятор проводимостей имеет вид

$$F_{xi, xj} = \langle G_{xi} G_{xj} \rangle - \langle G_{xi} \rangle \langle G_{xj} \rangle = F \frac{L_i L_j}{L_x^2} \delta_{ij}. \quad (5)$$

При изменении магнитного поля G_{xy} немонотонно изменяется на тех же масштабах поля H_c , что и G_{xx} , но G_{xx} и G_{xy} некоррелированы $\langle \delta G_{xx} \delta G_{xy} \rangle = 0$.

Отсутствие центра инверсии должно приводить к гигантской генерации второй гармоники в гранулированных образцах под действием света, что недавно наблюдалось на островковых пленках⁹. Другой пример эффектов этого рода, по-видимому, доступный экспериментально, — способность мезоскопических образцов выпрямлять переменный ток, т. е. зависимость проводимости G от знака разности потенциалов V . Если $E_c = D \hbar / L_x^2 \gg eV^3$, то

$$W(V) = \langle [G(V) - G(-V)]^2 \rangle \simeq \left(\frac{e^2}{\hbar} \frac{eV}{E_c} \right)^2 \quad (6)$$

Соотношение (6) может быть получено из (2), если в уравнении (3) для куперонов (диффузоров) учесть электрическое поле.

Мы перечислили лишь малую часть большого числа необычных явлений, которые должны иметь место в миниатюрных образцах при низких температурах. Масштаб флуктуаций проводимости при этом порядка $e^2 / \hbar \simeq 10^{-4} \text{ Ом}^{-1}$. При температуре $T \simeq 0,05 \text{ К}$ и коэффициенте диффузии $D \simeq 50 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ мезоскопические эффекты наблюдались в образцах с размерами меньше микрона⁴. При этих условиях $E_c \simeq 10^{-5} eV$. Мезоскопические эффекты заслуживают всестороннего теоретического и экспериментального изучения.

Авторы благодарны М.Е.Гершензону, Б.З.Спиваку и Б.И.Шкловскому за обсуждение и П.А.Ли за возможность ознакомиться с работой⁶ до ее опубликования.

Литература

1. Альтшулер Б.Л. Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 530.
2. Landauer R. In "Localization, Interaction and Transport Phenomena" edit. by B. Kramer, G. Bergmann and Bruynsraede. Springer Series in Solid State Physics, 61, p. 38; Azbel M. Ya. ibid., p. 162.
3. Buetiker M., Imry Y., Landauer R. Phys. Lett., 1983, 96A, 365; Gefen Y., Imry Y., Azbel M. Ya. Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 109.
4. Webb R.A., Washburn S., Umbach C.P., Laibowitz R.B. Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 2696.
5. Kwasnick R.F., Kastner M.A., Melngalis J., Lee P.A. Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 224.
6. Lee P.A., Stone A.D. Preprint 1985.
7. Umbach C.P., Washburn S., Laibowitz R.B., Webb R.A. Phys. Rev., 1984, B30, 4048.
8. Альтшулер Б.Л., Аронов А.Г., Спивак Б.З., Шарвин Д.Ю., Шарвин Ю.В. Письма в ЖЭТФ, 1982, 35, 476.
9. Акциперов О.А., Баранова И.М., Еловиков С.С., Елютин П.В., Никуллин Д.А., Фоминых Н.Н. Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 505.

Институт ядерной физики им. Б.П.Константинова
Академии наук СССР

Институт физики твердого тела
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
2 сентября 1985 г.

³) Проводимость полевых транзисторов немонотонно зависит от химического потенциала (напряжения на затворе V_g)⁵. Характерный масштаб такой зависимости порядка E_c ⁶.