Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 7, стр. 294 – 297 10 октября 1985 г.

НОРМАЛЬНАЯ ФЕРМИ-ЖИДКОСТЬ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ^{3}He-A ПРИ $T = 0$ И АНОМАЛЬНЫЙ ТОК

Г.Е.Воловик

При наличии текстуры в поле орбитального вектора $\mathbf{l}$ сверхтекучий ^{3}He-A содержит в качестве подсистемы нормальную ферми-жидкость, которая состоит из частиц, находящихся на нулевом уровне Ландау в создаваемом текстурой эффективном "магнитном" поле. Ферми-жидкость в основном состоянии несет аномальный (параллельный магнитному полю) ток $-(\hbar/2m_3)\rho\mathbf{l}(\mathbf{l}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{l})$, играющий решающую роль в динамике ^{3}He-A при $T = 0$.

Выражение для тока в ^{3}He-A при $T = 0$ содержит аномальный член

$$\mathbf{j}_{\text{ан}} = -\frac{\hbar}{2m_3} C_0 \mathbf{l}\,(\mathbf{l}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{l}), \tag{1}$$

который не вписывается в рамки сверхтекучей гидродинамики при $T = 0$, поскольку нарушает галилеевскую инвариантность и закон сохранения импульса (параметр C_0 совпадает с плотностью жидкости ρ в приближении слабой связи). Для разрешения этого парадокса в работе [1] было постулировано существование нормальной компоненты ρ_n в ^{3}He-A при $T = 0$, состоящей из возбуждений, которые в силу бесщелевого характера спектра в ^{3}He-A при $\mathbf{k} \parallel \mathbf{l}$ могут скапливаться в текстуре даже при $T = 0$. Доказательство этого было дано в работах Комбеско и Домбра [2, 3], которые показали, во-первых, что спектр возбуждений вблизи $\mathbf{k} \parallel \mathbf{l}$ в текстуре аналогичен спектру заряженной частицы в магнитном поле. В результате плотность состояний на ферми-поверхности отлична от нуля, так как совпадает с плотностью состояний на нулевом уровне Ландау [2]. Это приводит к существованию $\rho_n(T = 0)$, совпадающей по порядку величины с оценкой, данной в [1]. Во-вторых, исследуя динамику возбуждений с нулевой энергией, они показали, что нормальная компонента действительно берет на себя дефицит сверхтекучего импульса, восстанавливая закон сохранения импульса, а также и галилеевскую инвариантность [3].

В работе [3] была высказана гипотеза, что и сам аномальный ток связан не со сверхтекучим, а с нормальным дивжением, и это меняет характер бесстолкновительной динамики ^{3}He-A при $T = 0$. Мы покажем, что это действительно так: состояния на нулевом уровне Ландау образуют нормальную (несверхтекучую) ферми-жидкость, которая в основном состоянии обладает током (1). Этот ток направлен вдоль магнитного поля и напоминает хиральную аномалию в калибровочных теориях [4].

Для доказательства найдем собственные состояния и собственные функции квазичастиц в ^{3}He при наличии текстуры в поле $\mathbf{l}$. Следуя методу работы [3], воспользуемся уравнениями Боголюбова для двухкомпонентной волновой функции $\psi = (u, v)$ боголюбовской квазичастицы

$$\hat{H}\psi = E\psi, \quad \hat{H} = \begin{pmatrix} \dfrac{\mathbf{p}^2}{2m_3} - \mu & \dfrac{1}{2k_F}(\vec{\Delta}\hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}\vec{\Delta}) \\ \dfrac{1}{2k_F}(\vec{\Delta}^*\hat{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}\vec{\Delta}^*) & \mu - \dfrac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m_3} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

но поскольку нас интересует токонесущее вакуумное состояние, мы в отличие от [3] не будем ограничиваться областью частот вблизи ферми-поверхности. Здесь $\hat{\mathbf{p}} = \frac{1}{i}\nabla$, μ – химический потенциал, $\vec{\Delta}$ – орбитальная часть параметра порядка: $\vec{\Delta} = \Delta_0(\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) + i\mathbf{e}_2(\mathbf{r}))$, где $\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{l} = [\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2]$ – орты. Рассмотрим для простоты текстуру, в которой $\mathrm{rot}\,\mathbf{l} \parallel \mathbf{l}$, и разложим параметр порядка вблизи начала координат, где орты направлены по осям $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ декартовой системы координат:

$$\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) + i\mathbf{e}_2(\mathbf{r}) \approx \hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}} - i\hat{\mathbf{z}}Bx, \qquad B = (\mathbf{l}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{l})\,|_{\mathbf{r}=0}\,. \tag{3}$$

Используя матрицы Паули σ_i, получаем для Гамильтониана (2)

$$\hat{H} = \sigma_3\left(\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m_3} - \mu\right) + \frac{\Delta_0}{k_F}\left(\sigma_1\hat{p}_x + \sigma_2(\hat{p}_y - \hat{p}_z Bx)\right). \tag{4}$$

Собственные функции этого Гамильтониана имеют вид

$$\psi = e^{ik_z z + ik_y y}\,\Phi(x),$$

где Φ – собственные функции уравнения

$$\left\{\sigma_3\epsilon + \frac{\Delta_0}{k_F}\left(\sigma_1\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x} + \sigma_2(k_y - k_z Bx)\right)\right\}\Phi = E\Phi. \tag{5}$$

Уравнение (5) эквивалентно уравнению Дирака для движения заряженной частицы в магнитном поле, равном $\hat{z}k_z B$. Спектр такой частицы имеет вид

$$E_{n,\,k_z} = \left[\epsilon^2 + 2n\,|Bk_z|\left(\frac{\Delta_0}{k_F}\right)^2\right]^{1/2} \mathrm{sign}\,\epsilon, \tag{6}$$

где n – номер уровня Ландау, причем знак корня выбран таким образом, что $E \to \epsilon$ при больших $|\epsilon|$. При малых B можно положить $\epsilon = (k_z^2/2m_3) - \mu$, поскольку $k_y^2 \sim \sim \langle\hat{p}_x^{\,2}\rangle \sim k_z B$. Волновые функции зависят от знака поля $k_z B$ и при $B > 0$ имеют следующий вид:

$$\Phi_n(k_z < 0) = \begin{pmatrix} u_n f_n(\tilde{x}) \\ iv_n f_{n-1}(\tilde{x}) \end{pmatrix}, \qquad \Phi_n(k_z > 0) = \begin{pmatrix} u_n f_{n-1}(\tilde{x}) \\ iv_n f_n(\tilde{x}) \end{pmatrix}, \tag{7}$$

где $f_n(\tilde{x})$ – собственные функции гармонического осциллятора, $\tilde{x} = x - k_y/Bk_z$, $f_{-1} = 0$; параметры u_n и v_n

$$2u_n^2 = 1 + \frac{\epsilon}{E_n}, \qquad 2v_n^2 = 1 - \frac{\epsilon}{E_n}\,. \tag{8}$$

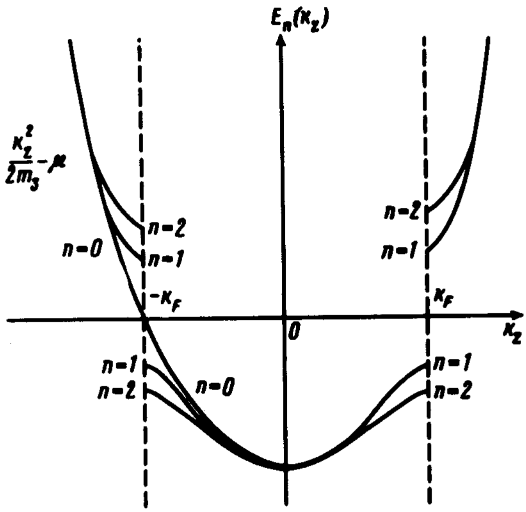
Обратим внимание на то, что состояние с $n = 0$ отсутствует при $k_z > 0$, так как $v_0 = 0$ согласно (8) и (6). В остальном энергетический спектр симметричен относительно замены $k_z \to -k_z$ (см. рисунок).

Каждому уровню Ландау n соответствует свое ферми-заполнение, т. е. своя ферми-жидкость. Ферми жидкости с $n \neq 0$ обладают щелью $\Delta_0(2n\,|B|/k_F)^{1/2}$ в спектре и поэтому являются сверхтекучими, в отличие от ферми-жидкости с $n = 0$, которая является нормальной. Эта нормальная подсистема обладает нескомпенсированным импульсом, поскольку содержит частицы только с отрицательным k_z. Исходя из того, что плотность состояний на нулевом уровне Ландау $\nu(\epsilon) = |B|/2\pi^2$ не зависит от ϵ, находим ток, который несет нормальная ферми-жидкость в основном состоянии: этот ток направлен вдоль магнитного поля и равен

$$\mathbf{j} = \hat{\mathbf{z}}\int_{k_z<0} k_z\,\nu(\epsilon)\,d\epsilon = -\hat{\mathbf{z}}\,\frac{k_F^3}{6\pi^2}\,B = -\frac{\hbar}{2m_3}\rho\,\mathbf{l}\,(\mathbf{l}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{l}). \tag{9}$$

Таким образом не вписывающийся в гидродинамику сверхтекучей компоненты ток (1) действительно переносится нормальной подсистемой. Эта же подсистема приводит к ненулевой плотности нормальной компоненты $\rho_n = \nu(0)k_F^2$ при $T = 0$.

Подчеркнем аналогию с хиральной аномалией в теориях поля. Ток, направленный вдоль магнитного поля, не должен возникать, если исходить из симметрии Гамильтониана (5). Действительно, замена $k_z \to - k_z$ эквивалентна изменению знака поля, и это не может менять классификацию уровней. Аномальный ток появляется вследствие того, что вакуум нарушает эту симметрию: изменение знака поля должно сопровождаться изменением направления боголюбовского "спина", т. е. заменой частиц на дырки, но вакуум состоящий из ферми-заполнения частиц, не инвариантен относительно такого преобразования. Асимметрия спектра в текстуре обсуждалась также в [5].



Энергетический спектр боголюбовских квазичастиц в текстуре ^{3}He-A (см. (6)) для нескольких уровней Ландау. Частицы, находящиеся на нулевом уровне, имеют одинаково направленные импульсы ($k_z < 0$) и тем самым создают аномальный ток (1)

Тот факт, что аномальный ток переносится нормальной подсистемой, приводит к следующему следствию для бесстолкновительной ($\omega\tau > 1$) динамики ^{3}He-A при $T = 0$, которая по-видимому имеет место при всех частотах $\omega \neq 0$, поскольку время пробега $\tau\,(T \to 0) \to \infty$. В бесстолкновительном режиме нормальная подсистема не успевает следить за сверхтекучей, и поэтому ток (1) не меняется со временем (по крайней мере при заданной текстуре). Поэтому параметр C_0 является динамическим инвариантом $\frac{\partial}{\partial t} C_0 = 0$. Это согласуется с результатом работы [6], полученным как феноменологически, так и методом линейного отклика C_0 на внешнее возмущение.

Учет следующих порядков по B показывает, что у подсистемы с $n = 0$ возникает линейная по B щель в спектре (в отличие от щели $\sim \sqrt{B}$ при $n \neq 0$). Эта щель является характерной частотой, разделяющей гидродинамический (низкочастотный) и бесстолкновительный (высокочастотный) режимы при $T = 0$, когда подсистема с $n = 0$ соответственно успевает следить за остальной системой ($C_0(t) = \rho(t)$) либо не успевает $\frac{\partial}{\partial t} C_0 = 0$. Из-за щели в спектре плотность нормальной покомпоненты обращается в нуль при самых малых скоростях движения жидкости и восстанавливается до прежнего значения при критической скорости, пропорциональной щели.

Сравнение с результатами работы [7] показывает, что нормальную подсистему можно также интерпретировать, как систему частиц, заполняющих кор неустранимой вихревой особенности, которой в ^{3}He-A обладает фаза Φ параметра порядка: $\Delta(\mathbf{r})\mathbf{k} = |\Delta(\mathbf{r})\mathbf{k}|\, e^{i\Phi(\mathbf{k},\mathbf{r})}$.

Я благодарен Комбеско и Домбру за присланный препринт.

Литература

1. *Воловик Г.Е., Минеев В.П.* ЖЭТФ, 1981, 81, 989.
2. *Combescot R., Dombre T.* Phys. Rev., 1983, **B28**, 5140; *Dombre T., Combescot R.* Phys. Rev., 1984, **B30**, 3765.
3. *Combescot R., Dombre T.* "Twisting in superfluid ^{3}He-A and consequences for hydrodynamics at $T = 0$", preprint.

4. *Abouelsaood A.* Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 1973; *Widom A., Friedman M.H., Srivastava Y.N.* Phys. Rev., 1985, B31, 6588.

5. *Ho T.L., Fulco J.R., Schrieffer J.R., Wilczek F.* Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 1524.

6. *Volovik G.E., Balatskii A.V.* J. Low Temp. Phys., 1985, 58, 1.

7. *Воловик Г.Е., Минеев В.П.* ЖЭТФ, 1982, 83, 1025.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
6 сентября 1985 г.