

## О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОПОТЕНЦИАЛА В ЭКРАНИРОВАННОМ КОРБИНО-ДИСКЕ С ТРАНСПОРТНЫМ ТОКОМ В УСЛОВИЯХ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

В.Б.Шикин

*Институт физики твердого тела РАН  
142432 Черноголовка, Московской обл., Россия*

Поступила в редакцию 3 июля 1997 г.

После переработки 18 сентября 1997 г.

Показано, что особенности химического потенциала для 2D-электронов в магнитном поле, ведущие, в частности, к резким "провалам" в зависимости емкости 2D-системы от магнитного поля, влияют и на распределение электропотенциала вдоль направления транспортного тока через 2D корбино-диск в условиях целочисленности магнитного фактора заполнения. Исследованы связанные с этим детали распределения электропотенциала в зависимости от температуры, расстояния до экранирующего электрона и величины транспортной разности потенциалов на "берегах" Корбино. Обсуждаются возможности экспериментального наблюдения отмеченных особенностей в распределении электропотенциала вдоль корбино-диска с транспортным током в условиях КЭХ.

PACS: 73.40.Hm

Измерения кондактанса двумерного корбино-диска в нормальном магнитном поле относятся к разряду базисных, дающих наиболее точную информацию о диагональной части проводимости исследуемой 2D-системы в магнитном поле. Естественно, что расчетная часть кондактанса корбино-диска должна быть максимально точной для адекватного выделения из экспериментальных данных искомой проводимости. В связи с этим обстоятельством, а также по причинам, имеющим самостоятельный интерес, в данной работе обсуждается ряд особенностей "химического" происхождения в распределении электропотенциала вдоль радиального направления корбино-диска с транспортным током.

Хорошо известно, что глубокие минимумы магнетоёмкости 2D-электронных систем и квантовый эффект-Холла (КЭХ) в таких средах имеют родственное происхождение. При этом наличие провалов магнетоёмкости связано с особенностями электрохимического потенциала  $\mu$  2D-электронов в магнитном поле [1]. А КЭХ обычно ассоциируется со свойствами тензора проводимости [2]. Но диагональная плотность электронного тока  $j_i$  пропорциональна как проводимости  $\sigma_{ii}$ , так и градиенту электрохимического потенциала  $\mu$ :

$$j_i = e^{-1} \sigma_{ii} \partial \mu / \partial x_i. \quad (1)$$

В результате естественно предположить, что транспортная задача имеет особенности при целочисленных факторах заполнения не только для самой плотности тока (1), но и для комбинации

$$j_i / \sigma_{ii} = e^{-1} \partial \mu / \partial x_i. \quad (1a)$$

Приведенные ниже результаты подтверждают это предположение. Речь идет, в частности, о возникновении пространственной неоднородности в распределении электропотенциала вдоль радиального направления корбино-диска. Детали этой неоднородности весьма чувствительны к набору внешних параметров: температуре, близости

равновесного фактора заполнения к целочисленному значению, степени экранирования диска и т.д. Существенно, что подобные локальные детали доступны в настоящее время для обнаружения, например, с помощью линейного электрооптического эффекта [3–5], систематически используемого при изучении различных локальных распределений электропотенциала вдоль 2D-электронной системы, либо с привлечением разновидностей локального емкостного метода Кельвина (см. [6,7]).

Рассмотрим каноническую 2D-электронную систему в виде корбино-диска с внутренним,  $R_0$ , и внешним,  $R_1$ , радиусами, соответственно. Система "накрыта" управляющим электродом, расположенным от нее на расстоянии

$$d \ll (R_1 - R_0). \quad (2)$$

Закон Ома (1а) для используемой геометрии удобно переписать в виде

$$J/2\pi r = e^{-1} \sigma_{rr} d\mu/dr, \quad 0 \leq \mu \leq V, \quad V \ll V_{cr}. \quad (3)$$

Здесь  $J$  – полный радиальный ток в образце, поддерживающийся заданным,  $\sigma_{rr}$  – диагональная часть проводимости, зависящая определенным образом от характеристик 2D-системы, температуры  $T$  и магнитного поля  $H$ , но не зависящая от  $d\mu/dr$  и, по определению, однородная вдоль 2D-системы,  $V$  – транспортная разность потенциалов, поддерживаемая на берегах корбино-диска,  $V_{cr}$  – критическая разность потенциалов, отвечающая пробоем КЭХ для данного образца. В литературе до настоящего времени нет единой точки зрения на определение  $V_{cr}$  (см. ссылки [8–13]), хотя уже из оригинальной работы [8] на тему о пробое КЭХ следует, что

$$T \ll eV_{cr} \leq \hbar\omega_c; \quad (4)$$

здесь  $\omega_c$  – циклотронная частота.

Из (3) следует, что локальное значение электрохимического потенциала вдоль Корбино равно

$$\mu(r) = \mu_0 + \frac{eJ}{2\pi\sigma_{rr}} \ln\left(\frac{r}{R_0}\right), \quad R_1 > r > R_0. \quad (5)$$

Ток  $J$  связан с разностью потенциалов  $V$  на металлических берегах Корбино,  $\mu(R_1) - \mu(R_0) = V$ ,  $\mu(R_0) \equiv \mu_0$ , так что

$$\frac{eJ}{2\pi\sigma_{rr}} \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right) = V. \quad (6)$$

В результате выражение (5) может быть переписано в виде, не зависящем от  $\sigma_{rr}$ :

$$\mu(r) - \mu_0 = V \ln\left(\frac{r}{R_0}\right) / \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right). \quad (7)$$

Распределение электрохимического потенциала (7) является гладкой, монотонной функцией  $r$ .

Приступая к определению распределения электропотенциала  $\varphi(r)$  и плотности электронов  $n(r)$ , запишем в явном виде связь между  $\mu(r)$ ,  $\varphi(r)$  и  $n(r)$  для идеальной 2D-системы электронов в магнитном поле. В условиях, когда фактор заполнения  $\nu$  не превосходит двойки ( $\nu < 2$ ) и можно пренебречь спиновым расщеплением, эта связь имеет вид

$$\mu(r) = e\varphi(r) - T \ln S(H, T, \nu(r)), \quad (8)$$

где

$$2S(H, T, \nu) = \left(\frac{1}{\nu} - 1\right) + \left[\left(\frac{1}{\nu} - 1\right)^2 + 4\epsilon\left(\frac{2}{\nu} - 1\right)\right]^{1/2}, \quad \epsilon = \exp(-\hbar\omega_c/T) \ll 1, \quad \nu < 2,$$

$$\nu(r) = \pi l_h^2 n(r), \quad l_h^2 = c\hbar/eH \quad (9)$$

В окрестности  $\nu = 1$  основной вклад в правой части выражения  $\mu$  (8) определяется слагаемым  $T \ln S(\nu)$ , ибо оно испытывает здесь не зависящий от  $T$  скачок (температура влияет лишь на степень размазанности скачка) от нуля до значения  $-T \ln S(\nu) \cong \hbar\omega_c$ . В этих условиях

$$\mu(r) - \mu_0 \cong T \ln \left[ \frac{S(H, T, \nu_0)}{S(H, T, \nu(r))} \right], \quad \nu_0 < \nu(r) \leq 1, \quad \mu(r) - \mu_0 < \hbar\omega_c \quad (8a)$$

и градиент электрохимического потенциала имеет, в основном, диффузионное происхождение (нет прямого вклада электрического поля).

Формулы (7), (8) дополняются уравнением Пуассона, связывающим электропотенциал с локальным распределением электронной плотности. В задачах с глубоким экранированием, то есть в условиях (2), это, в общем случае интегральное соотношение, упрощается, ибо становится законным так называемое конденсаторное приближение

$$\varphi(r) \cong 2ed\nu(r)/kl_h^2, \quad (10)$$

когда распределение  $\varphi(r)$  (9) вдоль направления тока локально связано с локальным значением фактора заполнения  $\nu(r)$ .

Комбинируя (7), (8), (10), имеем в конечном итоге следующее безразмерное выражение для  $\nu(r)$ :

$$\nu \frac{\ln x}{\ln 4/3} = 2d_* (\nu - \nu_0) - t \ln[S(\nu)/S(\nu_0)], \quad (11)$$

$$\nu \cong eV/\hbar\omega_c, \quad d_* = d/a_b^*, \quad t = T/\hbar\omega_c, \quad x = r/R_0, \quad R_1/R_0 = 4/3.$$

Соотношение  $R_1/R_0 = 4/3$  в формулах (11) выбрано в соответствии с параметрами корбино-образца из [5].

Пока фактор заполнения далек от целочисленного, диффузионный вклад в распределение  $\nu(x)$  несуществен:

$$\nu \frac{\ln x}{\ln 4/3} \cong 2d_* (\nu - \nu_0), \quad |1 - \nu_0| \gg t. \quad (11a)$$

Если же  $\nu_0 \cong 1$ , ситуация качественно меняется. Здесь

$$\nu \frac{\ln x}{\ln 4/3} \cong -t \ln[S(\nu)/S(\nu_0)], \quad |1 - \nu_0| \leq t. \quad (11b)$$

При этом в условиях

$$t \ll \nu \ll \nu_{cr} \quad (12)$$

на зависимости  $\nu(x)$  появляется "полка", примерно в том месте, где локальный фактор заполнения проходит через свое целочисленное значение. В обратном предельном случае,

$$\nu \leq t, \quad (12a)$$

фактор заполнения, а значит и электропотенциал практически не меняются вдоль Корбино (указанная полка заполняет весь диск Корбино, ибо  $\varphi(x) \ll v$ ).

Типичные картины для  $\nu(r/R_0)$  из (11) представлены на рис.1-4. Нетрудно видеть, в частности, что распределение  $\nu(r)$  имеет упоминавшиеся характерные координатные "полки", отсутствующие в классическом распределении  $\nu(r)$  (11а), чувствительные к температуре, толщине спейсера и величине  $v$ .

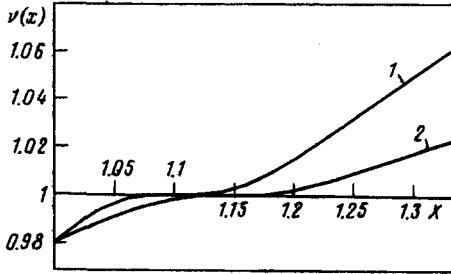


Рис.1. Зависимости  $\nu(x)$  для  $v = 1.5$ ;  $t = 0.05$ ;  $\nu_0 = 0.98$  и  $d_s = 10$  (кривая 1),  $d_s = 5$  (кривая 2)

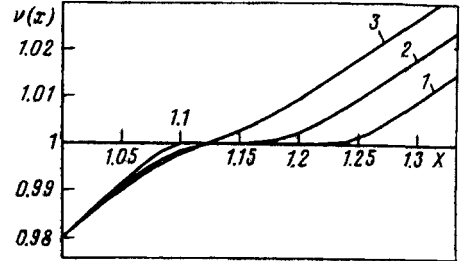


Рис.2. Зависимости  $\nu(x)$  для  $v = 1.5$ ;  $d_s = 10$ ;  $\nu_0 = 0.98$  и  $t = 0.025$  (кривая 1),  $t = 0.05$  (кривая 2),  $t = 0.075$  (кривая 3)

Имеет смысл подчеркнуть, что "полки" в распределении электропотенциала либо электронной плотности, представленные на рис.1-4, того же происхождения, что и "несжимаемые" области, обсуждавшиеся в работах [14,15]. Разница лишь в том, что полки из [14,15] возникают в равновесных условиях на участках с неоднородной плотностью электронов в местах с локально целым фактором заполнения. В транспортной задаче роль пространственной неоднородности играет возмущение электронной плотности, вызванное пропусканием транспортного тока через систему с целочисленным фактором заполнения. При этом градиенты плотности гораздо "мягче", и их обнаружение различными локальными методиками, упоминавшимися выше, более доступно, чем в равновесных задачах.

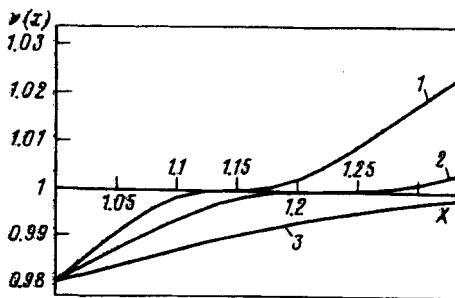


Рис.3. Зависимости  $\nu(x)$  для  $d_s = 10$ ;  $t = 0.05$ ;  $\nu_0 = 0.98$  и  $v = 1.5$  (кривая 1),  $v = 1.0$  (кривая 2),  $v = 0.5$  (кривая 3)

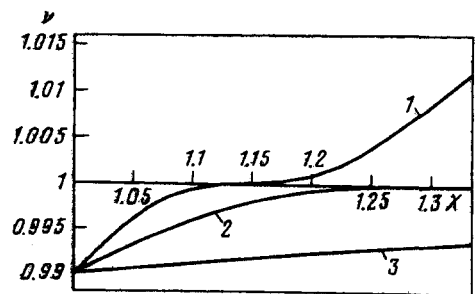


Рис.4. Зависимости  $\nu(x)$  для  $d_s = 10$ ;  $t = 0.05$ ;  $\nu_0 = 0.99$  и  $v = 1.0$  (кривая 1),  $v = 0.5$  (кривая 2),  $v = 0.1$  (кривая 3)

Отметим, что в работе исследован случай лишь идеальной 2D-системы. Роль размывающего фактора играет температура. Такое упрощение технически вынуждено, ибо при конечной плотности состояний на уровне Ландау невозможно предложить аналитического выражения для электрохимического потенциала, аналогичного (8),

(8а). Тем не менее, подобное приближение достаточно физично и продуктивно. С его помощью построена вся теория магнитоёмкости 2D-систем, адекватная имеющимся экспериментам. Кроме того, вопрос о несжимаемых полосках для задачи о неоднородной электронной системе в магнитном поле решается также лишь для идеальной электронной системы (см. ссылки [14,15] и их многочисленные обобщения).

Здесь же уместен краткий комментарий к работам [12,13]. В первой из них [12], выполненной на Корбино диске с экранирующим электродом, экспериментально продемонстрировано наличие нелинейного эффекта пространственного "шнурования" холловского тока, возникающего в условиях, типичных для пробоя КЭХ, то есть  $eV \geq \hbar\omega_c$ , где  $V$  есть транспортная разность потенциала между берегами Корбино образца. Авторы связали эффект "шнурования" с появлением в условиях, близких пробую КЭХ, экспоненциальной зависимости диагональной части проводимости от величины  $V$ . Формально речь идет о решении относительно электропотенциала уравнения, возникающего из требования стационарности радиальной компоненты транспортного электротока и записанного в виде (3) с  $\partial\varphi/\partial r$ , вместо  $\partial\mu/\partial r$ :

$$J/2\pi r = e^{-1}\sigma_{rr}(\varphi)d\varphi/dr, \quad 0 \leq \mu \leq V, \quad (13)$$

и  $\sigma_{rr}(\varphi)$  – диагональной частью проводимости, зависящей предложенным авторами [12] образом от локальной величины транспортного электропотенциала  $\varphi$ :

$$\sigma_{rr}\varphi \propto \exp(+e\varphi/2T). \quad (13a)$$

Для законности (13а) необходима, в частности, экранировка 2D-системы, когда имеет смысл локальная связь (10) между электропотенциалом и электронной плотностью.

Аналогичная задача без экрана, когда сохраняется уравнение неразрывности тока, (13), но меняется определение  $\sigma_{rr}(\varphi)$ , (13а), была исследована теоретически авторами [13].

Сравнение определений (3) с (13), (13а) дает ясное представление о различии вопросов, обсуждавшихся в данной заметке и в [12,13]. В нашем случае исследован предел  $V \ll V_{cr}$ , когда никаких нелинейностей по внешнему полю в тензоре проводимости еще не возникает. Все пространственные неоднородности, представленные на рис.1–4, связаны при этом со свойствами электрохимического потенциала  $\mu$  (8) вблизи целочисленных значений фактора заполнения и, в принципе, проявляются при сколь угодно малых значениях транспортного тока.

Расчеты ВАХ [12,13] учитывают нелинейности в определении тензора проводимости при  $V \cong V_{cr}$ , где  $V_{cr}$  – из (4). Естественно, они имеют более широкую область применимости, претендуя на нелинейные эффекты. Но при этом опущен диффузионный вклад в плотность тока (ток из (13) пропорционален  $d\varphi/dr$ , а не  $d\mu/dr$ ), вполне заметный уже на линейной стадии. В общем случае законность упрощений из [12, 13] не очевидна, а их количественную состоятельность надо проверять, решая заново задачу (13), (13а) с  $d\mu/dr$  вместо  $d\varphi/dr$ . Эта программа еще не реализована.

Таким образом, в работе проводится описание особенностей пространственного распределения электропотенциала в корбино-диске с омическим транспортным током в условиях целочисленности фактора заполнения. Использование локальных методов определения электропотенциала вдоль 2D-системы (см. [3–7]) позволяет разделить изучение влияния на ВАХ особенностей электрохимического потенциала на

холловских плато, описанных выше, и нелинейности в тензоре проводимости, обнаруженных авторами [12] при изучении ВАХ в условиях пробоя КЭХ. Исследование обоих этих вкладов важно с точки зрения самосогласованности основных определений в теории магнето транспорта 2D-электронных систем.

Авторы благодарны В.Ф.Гантмахеру и В.Т.Долгополову за обсуждение полученных результатов.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 96 02 19568 и INTAS, грант 93-933.

- 
1. T.Ando, A.B.Fowler, and F.Stern. *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1992).
  2. K.von Klitzing, G.Dorda, and M.Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 424 (1980).
  3. P.F.Goutein, P.Hendreks, F.A.P.Blom et al., *Surf. Sci.* **963**, 91 (1992).
  4. R.Knott, W.Dietsche, K.v.Klitzing et. al., *Semic. Sci. Technol.* **10**, 117 (1995).
  5. W.Dietsche, K.v.Klitzing, and U.Ploog, *Surf. Sci.* **361**, 289 (1996).
  6. Lord Kelvin, *Phil. Mag.* **46**, 82 (1898).
  7. R.Steinke, M.Hoffman, M.Bohmisch et al., *Appl. Phys.* **F64**, 19 (1997).
  8. G.Ebert, K.von Klitzing, K.Ploog, and C.Weiman, *J. Phys.* **16**, 5441 (1983).
  9. M.Cage, R.Dsiuba, B.Field et al., *Phys. Rev. Lett.*, **51**, 1374 (1983).
  10. S.Komiyama, T.Takumasu, S.Hiyamizu, and S.Sasa, *Sol. St. Comm.* **54**, 479 (1985).
  11. В.Пудалов, С.Семенчинский, Письма в ЖЭТФ **39**, 188 (1985).
  12. А.А.Шашкин, В.Т.Долгополов, С.И.Дорожкин, ЖЭТФ **91**, 1897 (1986).
  13. M.I.Dyakonov and F.G.Pikus, *Sol. St. Comm.* **83**, 413 (1992).
  14. D.B.Chklovskii, B.I.Shklovskii, and L.I.Glazman, *Phys. Rev.* **B46**, 4026 (1992).
  15. D.B.Chklovskii, K.A.Matveev, and B.I.Shklovskii, *Phys. Rev.* **B47**, 12 605 (1993).