

П И С Ь М А
В ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

ОСНОВАН В 1965 ГОДУ
 ВЫХОДИТ 24 РАЗА В ГОД

ТОМ 66, ВЫПУСК 9
 10 НОЯБРЯ, 1997

Письма в ЖЭТФ, том 66, вып.9, стр.577 - 580

© 1997г. 10 ноября

**О ДИНАМИКЕ МОНОПОЛЕЙ НАМБУ В $SU(2)$ -МОДЕЛИ ХИГГСА
 НА РЕШЕТКЕ**

М.Н. Чернодуб¹⁾

*Институт теоретической и экспериментальной физики,
 117259 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 октября 1997 г.

Показано, что $SU(2)$ -модель Хиггса на решетке эквивалентна модели Джорджи – Глэшоу в пределе малой константы связи поля Хиггса и калибровочного поля. Это позволяет заключить, что фазовый переход фаза конфайнмента – симметричная фаза в $3 + 1$ -мерной $SU(2)$ -модели Хиггса при конечной температуре сопровождается конденсацией монополей Намбу.

PACS: 14.80.Hv

Согласно одной из наиболее популярных современных гипотез, барионная асимметрия Вселенной возникла в процессе электрослабого фазового перехода (см., например, обзор [1]). Из-за малости угла Вайнберга θ_W и незначительности эффектов фермионов этот переход с хорошей точностью определяется свойствами $SU(2)$ -модели Хиггса. В настоящей работе мы изучаем поведение магнитных флуктуаций в $SU(2)$ -модели Хиггса, которые могут играть важную роль при температурном фазовом переходе.

Рассмотрим $SU(2)$ решеточную модель Хиггса со скалярным полем Φ_x в фундаментальном представлении, действие которой описывается формулой

$$S[U, \Phi] = -\frac{\beta}{2} \sum_P \text{Tr} U_P - \frac{\kappa}{2} \sum_x \sum_{\mu} \left(\Phi_x^+ U_{x,\mu} \Phi_{x+\hat{\mu}} + \text{к.с.} \right) + V(|\Phi|); \quad (1)$$

здесь упорядоченное произведение реберных элементов калибровочного поля $U_{x,\mu}$ по граням плакета P обозначено U_P , $V(|\Phi|)$ – потенциал на поле Φ и $|\Phi|^2 = \Phi^+ \Phi$.

Рассматриваемая теория не содержит топологически стабильных монополярных дефектов благодаря тривиальности группы гомотопий $\pi_2(SU(2))$. Однако в теории

¹⁾ e-mail:chernodub@vxitep.itep.ru

существуют "внедренные" [2] монополи, так называемые "монополи Намбу" [3], которые не являются топологически стабильными дефектами. Эти объекты описываются с помощью составного поля

$$\chi_x^a = \Phi_x^+ \sigma^a \Phi_x \quad (2)$$

(σ^a – матрицы Паули), которое при калибровочных преобразованиях ведет себя как скалярное поле в присоединенном представлении. Моноподем Намбу называется конфигурация полей U и Φ такая, что поле U и составное поле χ , выраженное через фундаментальное поле Φ согласно уравнению (2), имеют конфигурацию монополя 'т Хофта – Полякова [4] в модели Джорджи – Глэшоу [5] с полем χ в присоединенном представлении и калибровочным полем U .

Поскольку монополи Намбу описываются только калибровочным полем U и составным полем χ , то динамика этих монополей полностью определяется эффективным действием S_{eff} :

$$e^{-S_{eff}[U, \chi]} = \int \mathcal{D}\Phi e^{-S[U, \Phi]} \prod_a \prod_x \delta(\chi_x^a - \Phi_x^+ \sigma^a \Phi_x). \quad (3)$$

Для вычисления действия S_{eff} удобно рассмотреть следующую параметризацию поля Φ :

$$\Phi = e^{i\varphi} \Psi, \quad \Psi = \rho \begin{pmatrix} \cos \alpha e^{i\theta} \\ \sin \alpha \end{pmatrix},$$

где $\varphi, \theta \in [-\pi, \pi)$, $\alpha \in [0, \pi/2)$ и $\rho \in [0, +\infty)$. С помощью уравнения (2) поля ρ , α и θ могут быть выражены через поля χ^a :

$$\theta = \arctan \frac{\chi^2}{\chi^1}, \quad \alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sqrt{(\chi^1)^2 + (\chi^2)^2}}{|\chi^3|}, \quad \rho = \sqrt{|\chi|},$$

откуда мы получим:

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2(|\chi| - |\chi^3|)}} \begin{pmatrix} \chi^1 + i\chi^2 \\ |\chi| - |\chi^3| \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Используя соотношение для модуля поля Φ , $|\Phi|^2 = |\chi| = \sqrt{\left(\sum_{a=1}^3 (\chi^a)^2\right)}$, и меры

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{D}\Phi \dots = \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{D}\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_x \frac{1}{|\chi_x|} d\chi_x^1 d\chi_x^2 d\chi_x^3 \dots,$$

мы получаем для эффективного действия (3) следующую формулу:

$$S_{eff}[U, \chi] = -\frac{\beta}{2} \sum_P \text{Tr} U_P + S_h[U, \chi] + \tilde{V}(|\chi|), \quad (5)$$

где новый потенциал на поле χ определяется выражением

$$\tilde{V}(|\chi|) = V(\sqrt{|\chi|}) + \sum_x \ln |\chi_x|, \quad (6)$$

взаимодействие полей U и χ есть:

$$e^{-S_h[U, \chi]} = \int_{-\pi}^{\pi} \mathcal{D}\varphi \exp \left\{ \kappa \sum_x \sum_{\mu} R_{x, \mu} \cos(\varphi_{x+\mu} - \varphi_x + A_{x, \mu}) \right\}. \quad (7)$$

В этой формуле мы ввели обозначение:

$$\Psi_x^+ U_{x, \mu} \Psi_{x+\mu} = R_{x, \mu} e^{iA_{x, \mu}}. \quad (8)$$

Вывод эффективного действия (5) верен в любой размерности пространства-времени.

Для простоты рассмотрим случай бесконечно глубокого потенциала $V(|\Phi|)$ с минимумом при $|\Phi|^2 = |\chi| = 1$, в этом случае радиусы поля Хиггса Φ и составного поля χ заморожены. Интеграл (7) наиболее просто считается в пределе $\kappa \ll 1$, в лидирующем порядке мы получим (с точностью до постоянной)

$$S_h = -\frac{\kappa^2}{2} \sum_x \sum_{\mu} R_{x, \mu}^2 + O(\kappa^4) = -\frac{\kappa^2}{8} \sum_x \sum_{\mu} \text{Tr}(U_{x, \mu} \chi_x U_{x, \mu}^+ \chi_{x+\mu}) + O(\kappa^4),$$

где мы использовали уравнения (4) и (16) и ввели обозначение $\chi = \chi^a \sigma^a$. Таким образом, эффективное действие (5) в пределе $\kappa \ll 1$ с замороженным радиусом поля Хиггса $|\Phi|^2 = 1$ совпадает в лидирующем порядке с действием Джорджи-Глэшоу:

$$S_{eff}[U, \chi] = -\frac{\beta}{2} \sum_P \text{Tr} U_P - \frac{\gamma}{2} \sum_x \sum_{\mu} \text{Tr}(U_{x, \mu} \chi_x U_{x, \mu}^+ \chi_{x+\mu}) + O(\kappa^4), \quad (9)$$

где

$$\gamma = \kappa^2/4. \quad (10)$$

Интересно сравнить фазовые диаграммы 3 + 1-мерных $SU(2)$ -модели Хиггса (1) и модели Джорджи-Глэшоу (9), (10) при ненулевой температуре, в области малых значений параметра κ (γ , соответственно). На рис.1 мы схематически приводим фазовую диаграмму $SU(2)$ -модели Хиггса, взятую из работы [7], и на рис.2 – диаграмму модели Джорджи-Глэшоу, полученную в работе [8]. При малых значениях константы β обе теории находятся в фазе конфайнмента (удержания цвета). При увеличении β в обеих теориях происходит фазовый переход фаза конфайнмента – симметричная фаза, причем линия фазового перехода $A'-B'$ в модели Джорджи-Глэшоу должна соответствовать линии $A-B$ фазового перехода в $SU(2)$ -модели Хиггса, согласно формуле (10): $\gamma_c(\beta) = \kappa_c^2(\beta)/4 + O(\kappa_c^4)$. На рис.2 мы схематически показываем штрих-пунктирной линией $A'-C'$ предсказанный с помощью формулы (10) фазовый переход. К сожалению, определить правильность выполнения этого предсказания количественно, исходя из результатов работ [7] и [8], невозможно, так как в этих работах фазовые диаграммы изучались при разных температурах.

Известно [6], что конфайнмент в модели Джорджи-Глэшоу обусловлен динамикой монополей 'т Хофта-Полякова: в фазе конфайнмента монополи сконденсированы, в то время как в фазе деконфайнмента существует разряженный газ монополю-анти-монополюных пар. Таким образом, по крайней мере при малых значениях

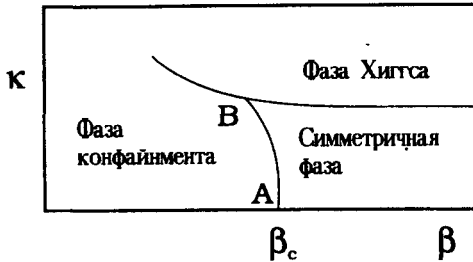


Рис.1. Фазовая диаграмма $SU(2)$ -модели Хиггса при малых κ

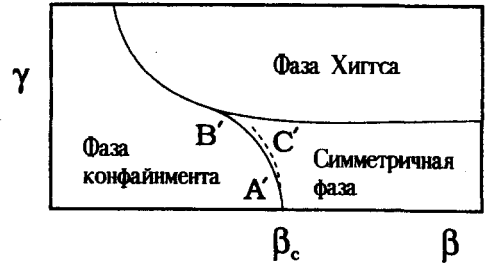


Рис.2. Фазовая диаграмма модели Джорджи-Глэшоу при малых γ

константы связи κ , фазовый переход симметричная фаза – фаза конфинмента” в $SU(2)$ -модели Хиггса (1) сопровождается конденсацией монополей Намбу, поскольку монополи Намбу в $SU(2)$ -модели Хиггса (1) соответствуют монополям 'т Хофта – Полякова в модели Джорджи – Глэшоу (9).

Естественно предположить, что конденсация монополей Намбу происходит также и при бóльших значениях параметра κ в процессе переходов фаза конфинмента – симметричная фаза и фаза конфинмента – фаза Хиггса. В пользу последнего предположения говорит тот факт, что в фазе Хиггса существует внедренная струна [3, 9] с ненулевым струнным натяжением, которая, натягиваясь между монополями Намбу, разрушает конденсат. Результаты исследований этого вопроса будут опубликованы в следующей работе.

Автор благодарен Э.-М.Ильгенфрицу и М.И.Поликарпову за полезные замечания. Работа частично финансировалась по гранту 96-02-17230а Российского фонда фундаментальных исследований и грантам INTAS-94-0840, INTAS-RFBR-95-0681. Автор также благодарит Японскую Ассоциацию поддержки науки (JSPS) за финансовую помощь, полученную в рамках программы поддержки ученых бывшего СССР.

1. В.А.Рубаков, М.Е.Шапошников, УФН **166**, 493 (1996).
2. T.Vachaspati and M.Bariolla, Phys. Rev. Lett. **69**, 1867 (1992); M. Bariolla, T.Vachaspati, and M.Bucher, Phys. Rev. **D50**, 2819 (1994).
3. Y.Nambu, Nucl. Phys. **B130**, 505 (1977).
4. G.'t Hooft, Nucl. Phys. **B79**, 276 (1974); A.M.Polyakov, Письма в ЖЭТФ **20**, 430 (1974).
5. H.Georgi and S.L.Glashow, Phys. Rev. Lett. **28**, 1494 (1972).
6. A.M.Polyakov, Nucl. Phys. **B120**, 429 (1977).
7. H.G.Evertz, J.Jersak, and K.Kanaya, Nucl. Phys. **B285**, 229 (1987).
8. F.Karsch, E.Seiler, and I.O.Stamatescu, Phys. Lett. **131B**, 138 (1983).
9. N.S.Manton, Phys. Rev. **D28**, 2019 (1983).