

ОСЦИЛЛЯЦИИ ААРОНОВА-БОМА В КОЛЬЦЕ С КВАНТОВОЙ ЯМОЙ

И.А.Рыжкин

*Институт физики твердого тела РАН
142432 Черногоровка, Московской области, Россия*

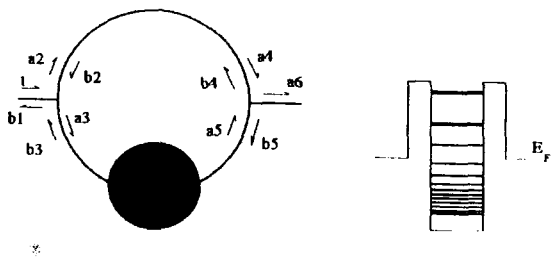
Поступила в редакцию 23 сентября 1997 г.

После переработки 1 октября 1997 г.

Исследованы осцилляции Ааронова – Бома в кольце с квантовой ямой в баллистическом режиме. Показано, что при учете траекторий с многократными обходами вокруг кольца максимумы в проводимости соответствуют резонансным уровням изолированного кольца. Полученные результаты качественно согласуются с экспериментом [1]: фаза рассеяния электрона на квантовой яме изменяется на π при прохождении каждого резонанса, однако кривые Ааронова – Бома для центров соседних резонансов не различаются. Последний результат выглядит как одинаковая фаза рассеяния в соседних резонансах при упрощенной интерпретации, использованной в [1].

PACS: 72.80.Gy, 73.20.Dx, 73.40.Gk

Развитие нанотехнологии в последнее десятилетие привело к созданию электронных структур (квантовых проволок, контактов, ям и их комбинаций) размером в несколько десятков нанометров. Благодаря малым размерам и низкой концентрации примесей, транспорт в таких структурах при низкой температуре является баллистическим: электроны не испытывают ни одного акта рассеяния на фононах или случайном статическом потенциале примесей на всем пути распространения. Единственным видом рассеяния является рассеяние на элементах самой структуры. В таких условиях распространение электронов является предельно квантовым и гораздо более адекватно описывается квантовой теорией рассеяния, а не классическим уравнением Больцмана. При квантовом рассеянии поведение рассеянного электрона характеризуется не только вероятностью, но и фазой рассеяния. По этой причине проводимость топологически нетривиальных структур могла бы непосредственно зависеть от фазы. Это обстоятельство является новым по сравнению с режимом классического транспорта и позволяет надеяться на создание принципиально новых электронных приборов с необычными характеристиками.



Кольцо Ааронова-Бома с квантовой ямой в нижнем рукаве (слева). Магнитный поток направлен вверх от плоскости рисунка. Стрелками показаны падающие и отраженные волны. Справа схематично изображена квантовая яма с резонансными уровнями.

В работе [1] были детально исследованы электрические свойства одной из таких структур: кольца с токовыми контактами и квантовой ямой в одном из рукавов, схематично изображенной на рисунке. Кольцо помещалось в магнитное поле

и таким образом несло некоторый магнитный поток Φ . К одному из электродов, реализующих квантовую яму, прикладывалось напряжение U , меняющее глубину ямы. Проводимость структуры как функция потока Φ проявляла осцилляции Ааронова – Бома с периодом, равным кванту магнитного потока $\Phi_0 = hc/e$, что говорит о когерентности транспорта, то есть его чувствительности к фазе, приобретаемой в магнитном поле. Проводимость как функция U при нулевом магнитном потоке имела вид узких резонансных пиков при напряжениях, которые авторами были связаны с совпадениями резонансных уровней ямы с уровнем ферми-системы. Наиболее интересные и противоречивые результаты были получены при исследовании фаз рассеяния на квантовой яме. С этой целью при фиксированных напряжениях исследовались осцилляции Ааронова – Бома, и из их сдвигов относительно начала координат определялись фазы рассеяния. Оказалось, что при сканировании по энергии через каждый резонанс фаза рассеяния меняется на π , как и должно быть, согласно формуле Брейта – Вигнера [2]. Однако фазы в последовательных резонансах оказались одинаковыми, что находится в очевидном противоречии с простыми моделями квантовой ямы и резонансных уровней (должны различаться на π). Указанное противоречие, сформулированное на основе простой и наглядной теории, выглядит совершенно неразрешимым без учета взаимодействия между электронами. Вероятно по этой причине все последние попытки его разрешения [3-5] основаны на моделях взаимодействующих электронов.

Целью настоящей работы является теоретический анализ проводимости кольца Ааронова – Бома с квантовой ямой в одном из рукавов, ее зависимости от магнитного потока и напряжения, приложенного к яме. При этом в отличие от работ [3-5] мы используем ту же модель невзаимодействующих электронов, что и в [1], однако не ограничиваемся суммированием только двух простейших траекторий, связывающих контакты 1 и 2. В действительности же наш способ решения эквивалентен учету непрямых траекторий, включающих различное число обходов вокруг кольца. Их учет приводит к нарушению независимого распространения по двум рукавам и фактически означает, что необходимым условием резонанса в проводимости является совпадение уровня Ферми с резонансным уровнем всего кольца, изолированного от токовых контактов, а не с резонансным уровнем квантовой ямы. Указанное обстоятельство кардинально меняет результаты и дает простое и естественное объяснение всем наблюдаемым результатам.

Для нахождения проводимости прежде всего заметим, что она с помощью формулы Ландауэра [6] может быть выражена через коэффициент прохождения, нахождение которого сводится к стандартной квантово-механической задаче. Представим волновую функцию электрона в каждом сегменте в виде

$$\psi_i(x) = \frac{a_i}{\sqrt{k}} \exp(ikx) + \frac{b_i}{\sqrt{k}} \exp(-ikx), \quad (1)$$

где a_i , b_i – амплитуды волн, показанные на рисунке стрелками, x – одномерная координата вдоль сегмента (мы предполагаем одномерность или одноканальность системы), k – волновой вектор. Сшивку волновых функций в пределах каждого рукава осуществляется унитарными матрицами рассеяния, выражающими амплитуды рассеянных волн через амплитуды падающих:

$$\begin{Bmatrix} b_2 \\ a_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & t'_0 \\ t_0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_2 \\ b_4 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} b_3 \\ a_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r & t' \\ t & r' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_3 \\ b_5 \end{Bmatrix}, \quad (2)$$

где r, r' – коэффициенты отражения и t, t' – коэффициенты прохождения нижнего рукава, рассматриваемого как единый рассеиватель; аналогично t_0, t'_0 – коэффициенты прохождения для верхнего рукава. Верхний рукав считается свободным и коэффициенты отражения для него равны нулю. В отсутствие магнитного потока $t_0 = t'_0 = \exp(ikl)$, где l – длина полуокружности. При включении магнитного потока r, r' не меняются, а коэффициенты прохождения претерпевают замену: $t_0 \rightarrow t_0 \exp(i\alpha)$, $t'_0 \rightarrow t'_0 \exp(-i\alpha)$, $t \rightarrow t \exp(-i\alpha)$, $t' \rightarrow t' \exp(i\alpha)$, $\alpha = (\Phi/\Phi_0)\pi$. Места соединения токопроводящих контактов с кольцом также описываются матрицами рассеяния (матрицы (3×3) [7]). Условия унитарности (сохранение потоков) и симметрии (обратимость во времени), симметрия между двумя рукавами кольца и дополнительное требование действительности матричных элементов приводят к параметризации матрицы рассеяния узлов одним действительным параметром [8]:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} b_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -a-b & \sqrt{\varepsilon} & \sqrt{\varepsilon} \\ \sqrt{\varepsilon} & a & b \\ \sqrt{\varepsilon} & b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} a_6 \\ b_5 \\ b_4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -a-b & \sqrt{\varepsilon} & \sqrt{\varepsilon} \\ \sqrt{\varepsilon} & a & b \\ \sqrt{\varepsilon} & b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ a_5 \\ a_4 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $a, b = (\sqrt{1-2\varepsilon} \mp 1)/2$, ε меняется в пределах $[0, 1/2]$ и характеризует связь кольца с контактами. Значение $\varepsilon = 0$ соответствует изолированному кольцу, а $\varepsilon = 1/2$ – максимальной связи кольца с контактами. Подчеркнем, что мы рассматриваем узлы как точечные объекты. По этой причине они не захватывают конечного магнитного потока и константы a, b, ε не зависят от магнитного поля. Отметим также, что идеальное соединение (в том смысле, что сохраняются потоки и непрерывна волновая функция) соответствует симметричной по всем трем рукавам матрице (3) с $\varepsilon = 4/9$. Система уравнений (2), (3) позволяет прямо найти амплитуду прохождения ($= a_6$). Опуская длинные алгебраические выкладки, приведем конечное выражение для амплитуды прохождения F_{12} в наиболее интересном и вероятном с экспериментальной точки зрения случае малых ε :

$$F_{12} = \varepsilon \left[\frac{t_0(1-t^2+r+r'+rr') \exp(i\alpha) + t(1-t_0^2) \exp(-i\alpha)}{D_0 + \varepsilon D_1} \right], \quad (4)$$

причем величины D_0, D_1 определяются уравнениями

$$D_0 = (1 - tt_0 \exp(-2i\alpha))(1 - tt_0 \exp(2i\alpha)) - t_0^2 rr'. \quad (5)$$

$$D_1 = 2tt_0 \cos(2\alpha) + (r+r')(1+t_0^2)/2 + 2t_0^2(rr' - t^2). \quad (6)$$

Используя формулу Ландауэра, уравнения (4)–(6) и условия унитарности матриц рассеяния, проводимость кольца G_{12} можно представить в виде (здесь и далее контактанс в единицах $2e^2/h$)

$$G_{12} = \varepsilon^2 \frac{[r \cos(\beta) - \sin(\delta)]^2 + t^2 \sin^2(\varphi) - 2t \sin(\varphi)[r \cos(\beta) - \sin(\varphi)] \cos(2\alpha)}{[\cos(\delta + \varphi) - t \cos(2\alpha)]^2 + \varepsilon^2 [(r \cos(\beta) - \sin(\delta)) \cos(\varphi) - \sin(\varphi) \cos(\delta)]^2}. \quad (7)$$

Здесь и далее r, t – модули коэффициентов отражения и прохождения для рассеяния на квантовой яме, значение параметра $\beta = [\arg(r') - \arg(r)]/2$ зависит от модели

квантовой ямы и в общем случае не равно нулю, δ – фаза рассеяния на квантовой яме, $\varphi = kl$ – фаза, приобретаемая при свободном распространении по верхнему рукаву. Важно подчеркнуть, что помимо симметрии, диктуемой обращением времени: $G_{12}(\Phi) = G_{21}(-\Phi)$, кондактанс обладает дополнительной симметрией: $G_{12}(\Phi) = G_{12}(-\Phi)$.

Из уравнения (7) видно, что при малых ε зависимость проводимости от параметров задачи имеет резонансную форму. Максимумы реализуются при $D_0 = 0$ (первое слагаемое в знаменателе (7) обращается в нуль). Легко показать, что это условие совпадает с условием квантования уровней изолированного кольца. Высота максимума не зависит от ε , а ширина прямо пропорциональна ей. Таким образом, резонансы в проводимости соответствуют уровням энергии кольца, а не квантовой ямы самой по себе. Яркой иллюстрацией последнего утверждения является возможность резонанса в проводимости даже в областях, далеких от ямных резонансов, где $t = 0$ (для этого необходимо $\cos(\delta + \varphi) = 0$). Проводимость в резонансах такого типа не зависит от магнитного потока, что является вполне понятным, так как при распространении только по одному рукаву отсутствует сам механизм интерференции. Вероятно, этот случай не соответствует эксперименту [1].

Существенная модуляция проводимости магнитным потоком (резко выраженные осцилляции Ааронова – Бома) существуют только при t , сравнимым с единицей, то есть при близости уровня Ферми к одному из резонансных уровней ямы (но не обязательно совпадении). Однако ошибочно было бы думать, что окрестность каждого резонансного уровня ямы обязательно приводит к резонансу в проводимости при фиксированном магнитном потоке. Действительно, предположим, что δ_r , t_r из окрестности некоторого резонанса ямы дают резонанс в проводимости, то есть являются решениями уравнения $\cos(\delta + \varphi) - t \cos(2\alpha) = 0$. Тогда соответствующая точка следующего ямного резонанса ($\delta_r + \pi$) t_r не является решением данного уравнения при том же магнитном потоке. Легко видеть, однако, что она становится решением при изменении магнитного потока на $\delta\Phi = \Phi_0/2$ и таким образом дает резонанс при измененном значении магнитного поля. Подчеркнем, что высоты и ширины резонансов проводимости в этих последовательных точках могут быть совершенно различными (при некоторых параметрах задачи одни из них могут быть наблюдаемыми, а другие нет).

Зависимость проводимости от магнитного потока в уравнении (7) появляется в двух местах: в числителе и знаменателе. Член в числителе с $\cos(2\alpha)$ практически совпадает с результатом упрощенной теории [1] и происходит от простого сложения амплитуд волн распространяющихся по двум рукавам. Эта зависимость слабая, порядка ε^2 . Знаменатель формулы (7) (или эквивалентно формулы (4)) фактически происходит от сложения всех траекторий с различными числами обходов кольца и приводит к более сложной и сильной зависимости благодаря резкой резонансной форме уравнения (7).

Далее исследуем зависимость проводимости от напряжения и форму осцилляций Ааронова – Бома в окрестностях резонансных уровней квантовой ямы. При этом для модулей коэффициентов отражения, прохождения и для фазы рассеяния можно использовать следующие выражения:

$$r = \frac{|\eta|}{\sqrt{\eta^2 + 1}}, \quad t = \frac{1}{\sqrt{\eta^2 + 1}}, \quad \delta = \pm \frac{\pi}{2} - \arctan(\eta), \quad (8)$$

где $\eta = (E_F - E_0)/\gamma$ – безразмерное отклонение резонансного уровня ямы E_0 от уровня Ферми, γ – ширина резонансного уровня, \pm выбраны для возможности сравнения двух последовательных резонансов, различающихся фазой на π . Подставляя (8) в (7), мы получаем для кондактанса

$$G_{12} = \varepsilon^2 \frac{[|\eta| \cos(\beta) \mp 1]^2 + \sin^2(\varphi) - 2[|\eta| \cos(\beta) \mp 1] \sin(\varphi) \cos(2\alpha)}{[\pm \eta \cos(\varphi) \pm \sin(\varphi) + \cos(2\alpha)]^2 + \varepsilon^2 [(|\eta| \cos(\beta) \mp 1) \cos(\varphi) \pm \eta \sin(\varphi)]^2}. \quad (9)$$

Зависимость проводимости от напряжения и магнитного потока существенно определяется значением фазы φ , в свою очередь зависящей от размеров кольца и энергии Ферми. При $\cos(\varphi) = 0$ резкая зависимость от η , наблюдаемая экспериментально, отсутствует. С целью быть ближе к эксперименту, мы рассмотрим прямо противоположный случай $\cos(\varphi) = 1$. При этом для проводимости получаем

$$\varepsilon^2 G_{12} = \frac{[|\eta| \cos(\beta) \mp 1]^2}{[\pm \eta + \cos(2\alpha)]^2 + \varepsilon^2 [|\eta| \cos(\beta) \mp 1]^2}. \quad (10)$$

Из этой формулы видно, что резонанс в проводимости существует только в достаточно близкой окрестности ямного резонанса $|\eta| \leq 1$. При сканировании по энергии в пределах одного ямного резонанса в области $-1 \leq \eta \leq 1$, 2α изменяется на π , что соответствует формуле Брейта–Вигнера и экспериментальному результату. В то же время при $|\eta| > 1$ осцилляции Ааронова–Бома становятся все менее глубокими. Если же исследовать форму осцилляций непосредственно вблизи центра резонанса ($\eta \ll 1$), то результат не зависит от того, какой знак, верхний или нижний, мы выбираем. Это означает, что форма осцилляций совершенно одинакова в центрах последовательных ямных резонансов (осцилляции выглядят как-будто в фазе). Это качественное рассмотрение подтверждается и численным анализом уравнений (7), (9), (10) при различных параметрах $\beta, \varepsilon, \varphi$.

В заключение перечислим основные результаты работы. Во-первых, резонансы в проводимости соответствуют уровням энергии изолированного кольца, а не ямы. Во-вторых, резонансы изолированной ямы следует разделять на два типа: четные и нечетные (фазы рассеяния равны 0 и π , соответственно). Если четные ямные резонансы приводят к резонансам в проводимости при целом магнитном потоке ($\Phi = n\Phi_0$), то нечетные приводят к ним при полуцелом потоке ($\Phi = (n + 1/2)\Phi_0$). При этом последние (или первые) могут быть при определенных параметрах задачи значительно более слабыми или узкими, то есть ненаблюдаемыми экспериментально. Это одно из возможных разрешений парадокса, сформулированного в [1]. Наконец, в-третьих, последовательный расчет проводимости с учетом траекторий с различным числом обходов вокруг кольца приводит к более сложной ее зависимости от магнитного потока и напряжения, чем упрощенная теория [1]. Эта зависимость сама по себе выглядит и как "изменение фазы рассеяния на π " в окрестности каждого резонанса, и как "одинаковая фаза" в центрах последовательных резонансов. Последнее является наиболее вероятным объяснением экспериментальных результатов [1].

Выражаю благодарность В.И.Марченко, В.М.Эдельштейну и Г.Б.Лесовику за ценные обсуждения и интерес к работе. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 96-02-19568.

1. A.Yakoby, M.Heiblum, D.Mahalu, and H.Shtrikman, Phys.Rev.Lett. **74**, 4047 (1995).
2. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, *Квантовая механика (нерелятивистская теория)*, М.: Наука, 1963.
3. A.L.Yeyati and M.Buttiker, Phys.Rev.B**52**, R14360 (1995).
4. G.Hackebroich and H.A.Weidenmuller, Phys. Rev. Lett. **76**, 110 (1996).
5. C.Bruder, R.Fazio and H.Schoeller, Phys. Rev. Lett. **76**, 114 (1996).
6. R.Landauer, Phil. Mag. **21**, 863 (1970).
7. B.Shapiro, Phys. Rev. Lett. **50**, 747 (1983).
8. M.Buttiker, Y.Imry and M.Ya.Azbel, Phys. Rev. A**30**, 1982 (1984).