

# РОЛЬ ОДНОНУКЛОННЫХ СОСТОЯНИЙ С БОЛЬШИМ УГЛОВЫМ МОМЕНТОМ В ОБРАЗОВАНИИ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПОЛОС СВЕРХДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

И.М.Павличенков

Российский научный центр "Курчатовский институт"

123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 ноября 1997 г.

Все известные случаи  $\Delta I = 4$  бифуркации в сверхдеформированных вращательных полосах анализируются на основе теории, предложенной автором [11]. Показано, что одночастичные состояния из подболочек с максимальным угловым моментом у поверхности Ферми играют первостепенную роль в явлении. Предсказываются полосы, в которых может быть обнаружена тонкая структура.

PACS: 21.10.Re, 21.60.Fw, 23.20.Lv, 27.60.+j

1. Одним из интригующих открытий в области физики высокоспиновых состояний ядра было наблюдение тонкой структуры (или  $\Delta I=4$  бифуркации) в сверхдеформированной (СД) вращательной полосе ядра  $^{149}\text{Gd}$  [1]. Она проявляется на эксперименте в осцилляции энергий  $\gamma$ -переходов в полосе относительно некоторого среднего значения. Впоследствии осцилляции были найдены в двух других областях СД ядер, но ошибки всех измерений были сравнимы с величиной эффекта. Этот дефект удалось устранить в последних экспериментах [2, 3]. Особенно интересна работа [3], в которой была не только подтверждена регулярная картина осцилляций в  $^{149}\text{Gd}$ , но и найдены две другие СД полосы с подобной структурой в ядрах  $^{148}\text{Eu}$  и  $^{148}\text{Gd}$ . Протяженность, регулярность и подобие осцилляций во всех трех полосах исключают возможность объяснения явления с помощью пересечения полос [4]. Заметим, что осцилляции в полосе заметны только для спинов, больших некоторого критического значения  $I_0$ . Для изотопов Eu и Gd  $I_0 \sim 40$ .

Тонкая структура полос объясняется неадиабатичностью вращения и описывается эффективным гамильтонианом в виде степенного ряда операторов проекций полного углового момента системы  $I_k$  на подвижные оси  $k = 1, 2, 3$ . Симметрия системы накладывает определенные ограничения на члены этого ряда. Для оси  $C_4$  младший неаксиальный оператор в гамильтониане есть  $I_+^4 + I_-^4$  ( $I_{\pm} = I_1 \pm iI_2$ ). В молекулах типа  $AB_4$  он приводит к *кластерным уровням* во вращательных мультиплеттах [5]. Расщепление уровней кластера мало, так как оно определяется туннелированием через классически недоступные области фазового пространства. В ядре существует только симметричное состояние  $A_1$  группы  $C_{4v}$ , положение которого в кластере зависит от квантового числа  $I$ . Так объясняются осцилляции в работах [6, 7]. Ось симметрии  $C_4$  предполагает существование деформации  $Y_{44}$  поверхности ядра. Однако расчеты равновесной формы вращающихся СД ядер не подтвердили это предположение. Поэтому объяснение явления по аналогии с молекулярными кластерными состояниями признается проблематичным [8].

2. В работах [9–11] автором было предложено другое объяснение тонкой структуры ядерных полос. Согласно этой теории, оператор  $I_+^4 + I_-^4$  во вращательном гамильтониане обусловлен взаимодействием вращения с одночастичным движением

нуклонов в ядре. Исходным является роутиан

$$H' = H_0 - \frac{1}{2} \sum_{\lambda=2,4} \chi_\lambda \sum_{\mu} Q_{\lambda\mu}^* Q_{\lambda\mu} - \omega_1 J_1 - \omega_2 J_2, \quad (1)$$

где  $H_0$  – сферически-симметричный одночастичный гамильтониан,  $\chi_2$  и  $\chi_4$  – константы квадрупольного и гексадекапольного взаимодействий, а последние два слагаемых, зависящие от угловых скоростей  $\omega_k$  и угловых моментов  $J_k$ , описывают вращение ядра вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии  $Z$ . Такая ориентация оси вращения позволяет получить неаксиальные члены во вращательном гамильтониане и рассмотреть предел чисто коллективного вращения. В роутиане (1) опущено спаривательное взаимодействие, учет которого не вызывает затруднений.

В приближении Хартри энергия вращения ядра зависит от неаксиальных коллективных координат  $\alpha_{\lambda\mu} = \text{Tr}(q_{\lambda\mu}\rho)$ ,  $\mu = \pm 2, \pm 4$ , которые отличны от нуля, так как матрица плотности  $\rho$  неаксиальна из-за вращения. Но вращение заметно искажает движение нуклонов только в состояниях с большим одночастичным моментом  $j$ . Состояния с наибольшим  $j$  в каждой оболочке выделены по четности, и для них  $j$  является неплохим квантовым числом. Соответственно запишем неаксиальную координату в виде

$$\alpha_{\lambda\mu} = Q_{\lambda\mu} + \tilde{\alpha}_{\lambda\mu}, \quad (2)$$

где  $Q_{\lambda\mu}$  – мультипольный момент нуклонов "изолированных" подоболочек с большими  $j$ . Заполненные подоболочки не дают вклада в  $Q_{\lambda\mu}$ , так как оператор  $q_{\lambda\mu}$  имеет нулевой след. Следовательно, величина  $Q_{\lambda\mu}$  равна мультипольному моменту нуклонов незаполненных изолированных подоболочек и является микроскопической величиной,  $Q_{\lambda\mu} \sim \alpha_{\lambda\mu}/A$ . Макроскопическая величина  $\tilde{\alpha}_{\lambda\mu}$  равна мультипольному моменту нуклонов в остальных состояниях. Ее можно представить в виде ряда теории возмущений

$$\tilde{\alpha}_{\lambda\mu} \approx \text{Tr}(q_{\lambda\mu}\rho^{(2)}) + \text{Tr}(q_{\lambda\mu}\rho^{(4)}) + \dots, \quad (3)$$

где  $\rho^{(n)}$  – поправка  $n$ -го порядка к матрице плотности ядра из-за вращения. Формулы (2), (3) позволяют найти энергию вращения ядра в виде степенного ряда от операторов проекций угловых моментов [11]. Этот ряд не является обычным рядом теории возмущений, ибо вращение в состояниях изолированных подоболочек учитывается с помощью точной диагонализации.

Для получения условий существования тонкой структуры в полосе достаточно рассмотреть предел чисто коллективного вращения. Соответствующий вращательный гамильтониан с точностью до членов четвертого порядка будет иметь вид

$$H_{eff} = A\mathbb{I}^2 + B\mathbb{I}^4 + d(I_+^2 + I_-^2) + c(I_+^4 + I_-^4). \quad (4)$$

Аксиальные члены этого гамильтониана включают в себя момент инерции  $\mathfrak{I}$  ( $A = 1/2\mathfrak{I}$ ) и следующий инерциальный параметр  $B$ . Неаксиальные члены с параметрами

$$d = -\frac{1}{4\mathfrak{I}^2} \sum_{\lambda=2,4} \chi_\lambda Q_{\lambda 2} \left[ \alpha_{\lambda 2}^{(2)} + \frac{I(I+1)}{4\mathfrak{I}^2} \alpha_{\lambda 2}^{(4)} \right], \quad c = -\frac{\chi_4}{16\mathfrak{I}^4} Q_{44} \alpha_{44}^{(4)} \quad (5)$$

возникают благодаря квадрупольному и гексадекапольному взаимодействиям нуклонов в состояниях частично заполненных изолированных подоболочек с искажением

самосогласованного поля ядра вращением. Поэтому параметры (5) включают в себя моменты  $Q_{22}$ ,  $Q_{42}$ ,  $Q_{44}$  и не зависящие от угловой частоты величины

$$\alpha_{\lambda\mu}^{(n)} = \omega_+^{-(n+\mu)/2} \omega_-^{-(n-\mu)/2} \text{Tr}(q_{\lambda\mu} \rho^{(n)}), \quad (6)$$

где  $\omega_{\pm} = \omega_1 \pm i\omega_2$ . Неаксиальные члены начинают играть заметную роль при спинах  $I \sim I_c = |d/4c|^{1/2}$ . Гамильтониан (4) не инвариантен относительно группы  $C_{4v}$  и, как следствие, к замене  $c \rightarrow -c$ . Последнее преобразование приводит к инверсии уровней вращательных мультиплетов.

Решение уравнения Шредингера с гамильтонианом (4) в квазиклассическом приближении позволяет получить условие существования тонкой структуры в полосе [11]:

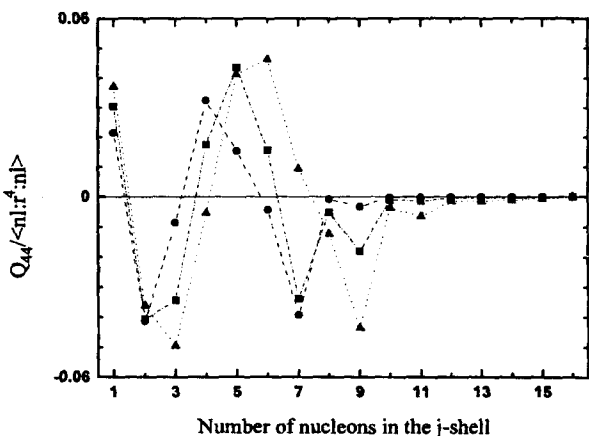
$$c > 0, \quad I_0 < I < I_c, \quad I_0 = \left[ (2 - \sqrt{2}) \frac{|d|}{4c} \right]^{1/2}. \quad (7)$$

Если  $c < 0$ , то осцилляции перемещаются в верхние части мультиплетов. Тонкая структура объясняется, как и в работах [6, 7], осцилляцией волновой функции в классически недоступных областях. Отличие в том, что эти области формируются не деформацией  $Y_{44}$ , а взаимодействием вращательного и одночастичного движений.

3. Макроскопические величины (6) вычисляются в модели осцилляторного потенциала с частотами  $\omega_z$  вдоль оси симметрии ядра и  $\omega_{\perp}$  в перпендикулярной плоскости. Такой потенциал позволяет получить выражения для  $\alpha_{\lambda\mu}^{(n)}$  в аналитическом виде. Например, в пределе  $\omega_{\perp} - \omega_z \gg \omega_{\perp} + \omega_z$  имеем:

$$\alpha_{44}^{(4)} = \sqrt{\frac{35}{32\pi}} \frac{9\hbar^2}{64M^2\omega_{\perp}^4\omega_z^2} \left( \frac{\omega_{\perp} + \omega_z}{\omega_{\perp} - \omega_z} \right)^4 (3\Sigma_{zz} - 12\Sigma_{\perp z} + 3\Sigma_{\perp\perp} - \Sigma_{\Lambda\Lambda}), \quad (8)$$

где  $M$  – масса нуклона, а величины  $\Sigma_{ik}$  равны суммам по всем заполненным состояниям от билинейных комбинаций осцилляторных квантовых чисел  $n_{\perp}$ ,  $n_z$  и  $\Lambda$ . Нетрудно показать, что для СД полос  $\alpha_{44}^{(4)} < 0$ . Следовательно знак параметра  $c$  определяется знаком момента  $Q_{44}$ .



Среднее значение гексадекапольного момента в зависимости от числа нуклонов  $\mathcal{N}$  в подоболочке с  $j=15/2$  для ядра, вращающегося с частотой  $\omega = 0.4$  MeV (●), 0.6 MeV (■), 0.8 MeV (▲) и имеющего деформацию  $\beta_2=0.622$ ,  $\beta_4=0.041$

Микроскопические величины  $Q_{\lambda\mu}$  вычисляются для изолированной подоболочки следующим образом:

$$Q_{\lambda\mu}(j) = \sum_{v,\alpha} \langle jv\alpha | q_{\lambda\mu} | jv\alpha \rangle n_{jv\alpha}, \quad (9)$$

где  $v = 1, 2, \dots, j + 1/2$ ,  $\alpha = \pm 1/2$  – сигнатура, а  $n_{jv\alpha}$  – числа заполнения подболочки. Для СД ядер с  $A \sim 150$  незаполнены подболочки  $h_{11/2}$ ,  $i_{13/2}$  для протонов ( $\pi$ ) и  $i_{13/2}$ ,  $j_{15/2}$  – для нейтронов ( $\nu$ ). На рисунке изображена зависимость момента  $Q_{44}(15/2)$  от числа  $N$  занятых состояний и частоты вращения  $\omega = (\omega_1^2 + \omega_2^2)^{1/2}$ . Функции  $F_j(N) = Q_{44}/\langle nl|r^4|nl\rangle$  приблизительно одинаковы для всех указанных выше подболочек, так как в пределе выстроенного углового момента  $\mathbf{j}$ , к которому близка система при рассматриваемых частотах вращения, среднее значение  $q_{44}$  пропорционально коэффициенту Клебша – Гордана  $\langle jm, 40|jm\rangle$ , где  $m$  – проекция  $\mathbf{j}$  на ось вращения 1. Величина  $\langle jv\alpha|q_{44}|jv\alpha\rangle$  всегда больше в симметричных (favored) состояниях, чем в несимметричных (unfavored). Значения параметров  $c$  и  $d$  для СД ядер с  $A \sim 150$  со спариванием (без спаривания) дают следующую оценку критического спина:  $I_0 \sim 40(400)$ .

4. Используем условие  $c > 0$  для сравнения теории с экспериментом. Для этого рассмотрим более реалистическую модель ядра, состоящего из  $Z$  протонов и  $N$  нейтронов. Предполагая, что среднеквадратичный радиус и деформация одинаковы для протонов и нейтронов (это означает, что отношение числа нейтронов к числу протонов постоянно внутри ядра [12]), получим

$$c = -\frac{\chi_4}{16\mathfrak{S}^4} \left[ \left( \frac{2Z}{A} \right)^{2/3} Q_{44}(\pi) + \left( \frac{2N}{A} \right)^{2/3} Q_{44}(\nu) \right] \left\{ \left( \frac{2Z}{A} \right)^{2/3} \alpha_{44}^{(4)}(Z) + \left( \frac{2N}{A} \right)^{2/3} \alpha_{44}^{(4)}(N) \right\}, \quad (10)$$

где  $Q_{44}(\tau) = \sum_j Q_{44}(\tau, j)$ ,  $\tau = \pi, \nu$  и суммирование по  $j$  производится по всем незаполненным изолированным подболочкам. Вклад подболочек с максимальным  $j$  в сумму является определяющим. Нуклоны на уровнях этих подболочек образуют *доминантную конфигурацию* СД полосы. Для ядер с  $A \sim 150$  это конфигурация  $\pi 6^m \nu 7^n$  с  $m$  протонами и  $n$  нейтронами в подболочках с главными квантовыми числами 6 и 7, соответственно.

В приближении конфигурации  $\pi 6^m \nu 7^n$  знак параметра  $c$  определяется знаком величины

$$\mathcal{F}(m, n) = 15F_{13/2}(m) + 19F_{15/2}(n), \quad (11)$$

если не происходит взаимной компенсации вкладов нейтронов и протонов в правой части. Например, в полосе  $^{151}\text{Tb}(1)$  с конфигурацией  $\pi 6^3 \nu 7^2$  вклады нейтронов и протонов в  $\mathcal{F}(3, 2)$  отрицательны. Осцилляции отсутствуют в согласии с экспериментом [1]. Отсутствие осцилляций в полосе  $^{152}\text{Dy}(1)$  [1] также можно объяснить с помощью формулы (11). В этом случае полоса имеет доминантную конфигурацию  $\pi 6^4 \nu 7^2$ . Вклады нейтронов и протонов – разных знаков, но компенсации не происходит (см. таблицу).

Доминантная конфигурация  $\pi 6^2 \nu 7^1$  приписывается ряду СД полос в ядрах  $^{148,149}\text{Gd}$  и  $^{148}\text{Eu}$ . Как видно из таблицы, вклады нейтронов и протонов в величину  $\mathcal{F}(2, 1)$  компенсируются, и простой критерий неприменим. Тем не менее, результаты работы [3] можно объяснить качественно, рассматривая конфигурации полос  $^{148}\text{Gd}$  [13] (мы используем нумерацию СД полос этого ядра согласно работе [14]), и  $^{148}\text{Eu}$  относительно конфигурации полосы  $^{149}\text{Gd}(1)$  [15] и считая, в соответствии с экспериментом, что для последней  $c > 0$ . Тогда тождественные ей полосы  $^{148}\text{Eu}(1)$  с конфигурацией  $^{149}\text{Gd}(1) \otimes (\pi[301]1/2, \alpha = -1/2)^{-1}$  и  $^{148}\text{Gd}(4)$  с конфигурацией  $^{149}\text{Gd}(1) \otimes (\nu[411]1/2, \alpha = +1/2)^{-1}$  должны иметь тонкую структуру, так как

момент  $Q_{44}(\pi)$  ( $Q_{44}(\nu)$ ) изменяется незначительно при удалении протона (нейтрона) из подболочки  $p_{1/2}$  ( $s_{1/2}$ ). Напротив при удалении нейтрона в симметричном состоянии из подболочек  $g_{9/2}$  или  $i_{13/2}$  момент  $Q_{44}(\nu)$  уменьшается на конечную величину, которая может изменить знак параметра  $c$ . Этим объясняется отсутствие тонкой структуры в полосах  $^{148}\text{Gd}(1)$  (конфигурация  $^{149}\text{Gd}(1) \otimes (\nu[651]1/2, \alpha = +1/2)^{-1}$ ) и  $^{148}\text{Gd}(5)$  ( $^{149}\text{Gd}(1) \otimes (\nu[642]5/2, \alpha = +1/2)^{-1}$ ). Что касается полосы  $^{148}\text{Gd}(6)$ , имеющей конфигурацию  $^{149}\text{Gd}(1) \otimes (\nu[770]1/2, \alpha = -1/2)^{-1}$  при малых частотах вращения и  $^{149}\text{Gd}(1) \otimes (\nu[651]1/2)^{-2} \otimes (\nu[770]1/2, \alpha = 1/2)$  при больших, то отсутствие тонкой структуры в ней следует из приближения доминантной конфигурации  $-\pi 6^2 \nu 7^0$  или  $\pi 6^2 \nu 7^2$ .

**Значение величины  $\mathcal{F}(m, n)$  для доминантных конфигураций некоторых СД ирраст полос при различных частотах вращения  $\omega$**

СД полоса	Доминантная конфигурация	Деформация		$\mathcal{F}(m, n)$		
		$\beta_2$	$\beta_4$	$\omega=0.4$ MeB	$\omega=0.6$ MeB	$\omega=0.4$ MeB
$^{142}\text{Eu}(1)$	$\pi 6^1 \nu 6^3$	0.49	0.04	0.327	0.071	-0.098
$^{148}\text{Gd}(1)$	$\pi 6^2 \nu 7^1$	0.55	0.035	-0.109	0.004	0.145
$^{149}\text{Gd}(1)$	$\pi 6^2 \nu 7^1$	0.60	0.032	-0.116	-0.018	0.113
$^{150}\text{Tb}(1)$	$\pi 6^3 \nu 7^1$	0.59	0.09	0.655	0.537	0.392
$^{152}\text{Dy}(1)$	$\pi 6^4 \nu 7^2$	0.61	0.022	-0.419	-0.257	-0.329
$^{153}\text{Dy}(1)$	$\pi 6^4 \nu 7^3$	0.59	0.12	0.259	0.074	-0.163
$^{154}\text{Dy}(1)$	$\pi 6^4 \nu 7^2$	0.57	0.03	-0.411	-0.263	-0.346

Из сказанного выше следует, что наиболее надежными являются предсказания теории для СД полос с такой доминантной конфигурацией, для которой нейтронные и протонные моменты  $Q_{44}$  имеют одинаковый знак. Приведем эти конфигурации, ограничившись известными ирраст полосами. Бифуркацию можно наблюдать в полосах:  $^{143}\text{Eu}(\pi 6^1 \nu 6^4)$ ,  $^{144}\text{Eu}(\pi 6^1 \nu 7^1)$ ,  $^{145}\text{Tb}(\pi 6^1 \nu 6^4)$ ,  $^{151}\text{Dy}(\pi 6^4 \nu 7^1)$ , но она отсутствует в полосах  $^{150}\text{Gd}(\pi 6^2 \nu 7^2)$  и  $^{152}\text{Tb}(\pi 6^3 \nu 7^3)$ . Как видно из таблицы, приближение доминантной конфигурации применимо для полос  $^{150}\text{Tb}(1)$ ,  $^{152,154}\text{Dy}(1)$ , и неприменимо для  $^{142}\text{Eu}(1)$  и  $^{153}\text{Dy}(1)$ . Экспериментальная проверка указанных предсказаний теории способствовала бы более глубокому пониманию явления.

Таким образом, в работе установлена причина осцилляций энергий  $\gamma$ -переходов СД вращательных полос. Они возникают из-за взаимодействия вращения с нуклонами незаполненных изолированных подболочек. Неадиабатические эффекты описываются вращательным гамильтонианом, не инвариантным относительно группы  $C_{4v}$ , что ограничивает область существования осцилляций по спину  $I$  и числам заполнения одночастичных состояний. Последнее ограничение позволило проверить теорию на примере восьми СД полос в ядрах с  $A \sim 150$ . Ситуация в двух других областях СД ядер не столь очевидна, что объясняется, по-видимому, ненадежностью экспериментальных данных.

Автор выражает благодарность Ж. де Франс за предоставление экспериментальных данных для СД полос ядра  $^{148}\text{Gd}$  до их публикации. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-02-16115).

1. S.Flibotte, H.R.Andrews, G.C.Ball et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 4299 (1993).
2. R.Krücken, G.Hackman, M.A.Deleplanque et. al., Phys. Rev. C **54**, R2109 (1996).
3. D.S.Haslip, S.Flibotte, G de France et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 3447 (1997).

4. W.Reviol, H.-Q.Jin, and L.L.Riedinger, *Phys. Lett. B* **371**, 19 (1996).
5. W.G.Harter, *Comp. Phys. Rep.* **8**, 319 (1988).
6. I.Hamamoto and B.Mottelson, *Phys. Lett.* **B333**, 294 (1994).
7. A.O.Масchiavelli, P.Cederwall, R.N.Clark et al., *Phys. Rev. C* **51**, R1 (1995).
8. F.Dönaу, S.Frauendorf, and J.Meng, *Phys. Lett. B* **387**, 667 (1996).
9. I.M.Pavlichenkov and S.Flibotte, *Phys. Rev. C* **51**, R460 (1995).
10. И.М.Павличенков, *Письма в ЖЭТФ* **64**, 231 (1996).
11. I.M.Pavlichenkov, *Phys. Rev. C* **55**, 1275 (1997).
12. M.Baranger and K.Kumar, *Nucl. Phys. A* **110**, 490 (1968).
13. G.de France, D.Prévost, J.C.Lisle et al., *Phys. Lett.*, в печати.
14. G.de Angelis, R.Wyss, D.Bazzacco et. al., *Phys. Rev. C* **53**, 679 (1996).
15. S.Flibotte, G.Hackman, I.Ragnarsson et al., *Nucl. Phys. A* **584**, 373 (1995).