

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРИ ДВИЖЕНИИ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ВИХРЕЙ В СЛОИСТЫХ СВЕРХПРОВОДНИКАХ

С.Н.Артеменко<sup>1)</sup>, С.В.Ремизов

Институт радиотехники и электроники РАН  
103907 Москва, Россия

Поступила в редакцию 13 ноября 1997 г.

В рамках точно решаемой модели вычислены электрические и магнитные поля, возникающие при однородном движении решетки вихрей в магнитном поле, параллельном проводящим слоям. При низких температурах и больших скоростях решетки на вольт-амперной характеристике (ВАХ) появляются особенности, вызванные возбуждением плазменных колебаний сверхпроводящих электронов. В спектре излучения имеются пики, связанные с возбуждением плазмонов и с эффектом Черенкова.

PACS: 74.25.Fy, 74.60.Ge, 74.80.Dm

Экспериментальные [1, 2] и теоретические [3–6] исследования последних лет показали, что в слоистых сверхпроводниках существуют плазменные колебания сверхпроводящих электронов с частотой в области сотен мегагерц – терагерц. Наличие слабозатухающей собственной моды приводит к резонансным особенностям в вынужденных колебаниях, когда частота и волновой вектор вынуждающей силы близки к соответствующим величинам собственной моды. В частности, в тот же диапазон частот, что и плазменные колебания, попадут частоты изменения электромагнитного поля при достаточно быстром движении решетки джозефсоновских вихрей, созданных магнитным полем, параллельным слоям. Скорость таких вихрей под действием транспортного тока, текущего в направлении, перпендикулярном слоям, может быть очень большой, так как модуль параметра порядка в них возмущается слабо. Поэтому при достаточно больших напряжениях на сверхпроводнике возможно выполнение условий резонанса и генерация плазменных колебаний, что в свою очередь должно влиять на вид ВАХ. Ниже мы приведем решение задачи о движении решетки джозефсоновских вихрей в бесконечном кристалле в не очень сильных магнитных полях, при которых нелинейные сердцевинные вихрей не перекрываются. При этом мы считаем, что характерные частоты задачи малы по сравнению с амплитудой параметра порядка  $\Delta$ .

Присутствие вихрей изменяет собственные колебания, придавая спектру звуковой вид [7, 8]. Однако, отклик сверхпроводника на движение вихревой решетки под действием транспортного тока не связан с колебаниями вихрей, поэтому вынужденные колебания определяются собственными модами с плазменным краем.

При больших скоростях движения изменяется форма вихрей, это сильно усложняет расчет динамики вихрей, поскольку обычный подход с использованием теории возмущений по скорости становится неприменим. Для строгого решения задачи следует решить уравнения Максвелла, в которые подставлены выражения для плотности тока и заряда. Имея в виду высокотемпературные сверхпроводники, мы будем

<sup>1)</sup> e-mail: Art@mail.cplire.ru

предполагать, что параметр порядка имеет вид, характерный для  $d$ -спаривания. Выражения для плотности заряда и тока являются нелинейными функциями разности фаз параметра порядка на соседних слоях и в общем случае имеют довольно сложный вид [9]. Плотность тока квазичастиц, помимо производных по времени от сверхпроводящего импульса  $\mathbf{P}_n = (1/2)i\mathbf{q}\chi_n - (1/c)\mathbf{A}_n$  и разности фаз, зависит от градиента калибровочно-инвариантного скалярного потенциала  $\mu_n = (1/2)(\partial\chi_n/\partial t) + \Phi_n$ , где  $\mathbf{A}_n$  – векторный потенциал,  $\Phi_n$  – электрический потенциал,  $\chi_n$  – фаза параметра порядка в слое  $n$ . (Мы полагаем  $\hbar = 1, e = 1$ .) В общем случае потенциал  $\mu_n$  находят из решения уравнения Пуассона, однако в задаче о вихрях при низких температурах,  $T \ll \Delta$ , которые мы будем рассматривать, разбалансом заселенностей ветвей квазичастиц и связанным с ним потенциалом  $\mu_n$  можно пренебречь при условии  $(r_0/d)^2 \ll 1$ , где  $r_0$  – радиус экранирования Томаса – Ферми, а  $d$  – период кристалла в направлении, перпендикулярном слоям. Для тока вдоль слоев можно использовать выражение для линейного отклика, поскольку в задаче о джозефсоновских вихрях характерный масштаб токов определяется критическим током  $j_c$  в направлении, перпендикулярном слоям, который мал по сравнению с критическим током в направлении слоев. Выражение для плотности тока в слое  $n$ , записанное в представлении Фурье, имеет вид

$$\mathbf{j}_n = \frac{c^2}{4\pi\lambda^2}\mathbf{P}_n - i\omega\sigma_{\parallel}(\omega)\mathbf{P}_n.$$

Первое слагаемое здесь описывает сверхпроводящий ток, а второе – ток квазичастиц,  $-i\omega$  и  $i\mathbf{q}$  соответствуют временной производной и градиенту в направлении слоев. Частотная зависимость проводимости  $\sigma_{\parallel}(\omega)$  зависит от симметрии параметра порядка и определяется временем рассеяния импульса, мы будем использовать для нее выражение из работы [10].

Плотность сверхпроводящего тока между слоями  $n$  и  $n+1$  определяется выражением

$$j_{\perp n}^{(s)}(\varphi_n) = j_c \sin \varphi_n,$$

где  $\varphi_n$  – градиентно-инвариантная разность фаз. Мы перейдем к точно решаемой модели, заменив синус пилообразной функцией

$$j_{\perp n}^{(s)}(\varphi_n) = j_c \arcsin \sin \varphi_n, \quad (1)$$

как это было сделано в [11]. Такая замена использовалась также при решении задачи о движении джозефсоновских вихрей в линейном приближении по скорости [12]. В соответствии с (1) мы используем линейную зависимость тока квазичастиц от разности фаз:

$$j_{\perp n}^{(qp)} = -i\omega\sigma_{\perp}(\omega)\varphi_n/(2d).$$

Выражения для плотностей тока мы подставим в уравнение Максвелла

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2)$$

заменив производные по координате в направлении  $z$ , перпендикулярном слоям, конечной разностью и выразив магнитное поле в направлении  $y$  через  $\varphi_n$  и  $\mathbf{P}_n$ :

$$H_y = \frac{c}{2d}\frac{\partial\varphi_n}{\partial x} - \frac{c}{d}(P_{n+1} - P_n),$$

где  $x$  – координата в направлении движения вихрей.

В токе смещения мы учитываем только компоненту вдоль оси  $z$ , поскольку из-за сильной анизотропии плазменная частота в направлении, параллельном слоям,  $\Omega_p = c/\lambda$ , много больше характерных частот задачи, близких к плазменной частоте в направлении, перпендикулярном слоям,  $\omega_p = c_z/\lambda_c$ , где  $c_z = c/\sqrt{\epsilon}$ ,  $\epsilon$  – диэлектрическая проницаемость вдоль оси  $z$ ;  $\lambda$  и  $\lambda_c = c/\sqrt{8\pi d_j^2}$  – длины экранирования магнитного поля токами, текущими вдоль и поперек слоев, соответственно. В результате получим уравнения

$$j_{\perp n}^{(s)}(\varphi_n) - \frac{c^2}{8\pi d} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} + 2\lambda_c^2 \frac{\partial}{\partial x} (P_{n+1} - P_n) = -\frac{\lambda_c^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{4\pi\sigma_{\perp}}{\epsilon} + \frac{\partial}{\partial t} \right) \varphi_n, \quad (3)$$

$$\frac{c^2}{2d^2} \frac{\partial}{\partial x} (\varphi_n - \varphi_{n-1}) + \Omega_p^2 P_n - \frac{c^2}{d^2} (P_{n+1} + P_{n-1} - 2P_n) = -\frac{\partial}{\partial t} \left( 4\pi\sigma_{\parallel} + \frac{\partial}{\partial t} \right) P_n. \quad (4)$$

Решив эти уравнения, мы найдем зависимость электрического и магнитного полей от координат и времени.

Использование модельной зависимости тока от фазы (1) позволяет найти точное решение уравнений (3), (4) с помощью преобразования Фурье. При этом, строго говоря, следует учитывать искривление вихрей при движении. Ниже мы, однако, ограничимся случаем, когда смещение центра вихря  $x_0(y)$  вдоль оси  $x$  на расстояниях  $y \approx \lambda_c$  мало. Расчет деформации, основанный на уравнении баланса сил, действующих на вихрь со стороны транспортного тока и токов, созданных самими вихрями, в полях  $H \gg H_{c1}$  показывает, что деформацией можно пренебречь при

$$\frac{x_0(\lambda_c)}{\lambda_c} \approx \frac{\lambda}{\pi d \ln(\lambda/d)} \frac{j_{tr} H_{c1}}{j_c H} \ll 1. \quad (5)$$

Мы будем считать, что  $H$  существенно превышает  $H_{c1}$  и условие (5) выполняется.

В результате для треугольной решетки, движущейся со скоростью  $u$ , мы получим

$$(\tilde{\omega}_p^2 - \omega^2 + i\omega\omega_r)\varphi - 2c^2 q K P/\epsilon = \Pi \delta(q - \omega/u), \quad (6)$$

$$-(c^2 q K/2d^2)\varphi + (\tilde{\Omega}_p^2 - \omega^2 + i\omega\Omega_r)P = 0. \quad (7)$$

Здесь  $K = 2 \sin k/2$ ,  $|k| < \pi$  – волновое число, полученное в результате дискретного преобразования Фурье по номеру слоя,  $\tilde{\omega}_p^2 = \omega_p^2(1 + \lambda_c^2 q^2)$ ,  $\tilde{\Omega}_p^2 = \Omega_p^2(1 + \lambda^2 K^2/d^2)$ ,  $\omega_r = 4\pi\sigma_{\perp}\epsilon$ ,  $\Omega_r = 4\pi\sigma_{\parallel}$  и, наконец,

$$\Pi = 4\pi^2 (\omega_p^2/i\omega) \sum_{l,m} \exp[-i(l + m/2)qX - imkZ/d].$$

Решение (6), (7) для разности фаз имеет вид

$$\varphi = \Pi(1 + \lambda^2 K^2/d^2)\delta(q - \omega/u)/D, \quad (8)$$

где  $D$  – определитель системы (6), (7). Нули  $D$  определяют спектр собственных колебаний – плазмонов. При достаточно высоких частотах и низких температурах, при которых малы частоты диэлектрической релаксации  $\text{Re } \omega_r$  и  $\text{Re } \Omega_r$ ,

$$D = [(\omega_p^2 - \omega^2)(1 + \lambda^2 K^2/d^2) + \omega_p^2 \lambda_c^2 q^2 - i\omega[\omega_r(1 + \lambda^2 K^2/d^2) + \Omega_r(\omega_p^2 - \omega^2 + \omega_p^2 \lambda_c^2 q^2)/\Omega_p^2]].$$

Проиллюстрируем изменение характера решения с частотой на примере компоненты электрического поля  $E_z = -i(\omega/2d)\varphi$ . Медленно меняющаяся вдоль оси  $z$  часть поля  $E_z$ , созданного одним вихрем, на частоте  $\omega = qu$  ( $q = 2\pi/X$ ) имеет вид

$$E_z = \frac{\pi i \omega_p^2 \exp(-z/\Lambda)}{2d \sqrt{(\omega_p^2 - \omega^2 - i\omega\omega_r)(\omega_p^2 - \omega^2 + \omega_p^2 \lambda_c^2 q^2 - i\omega\omega_r)}},$$

$$\Lambda = \lambda \sqrt{\frac{\omega_p^2 - \omega^2 - i\omega\omega_r}{\omega_p^2 - \omega^2 + \omega_p^2 \lambda_c^2 q^2 - i\omega\omega_r}}. \quad (9)$$

Полное поле описывается суммой полей, созданных всеми вихрями. Видно, что на малых частотах длина спада поля порядка  $\lambda$ , а когда частота становится больше плазменной, действительная часть показателя экспоненты в (9) становится малой, то есть в области плазменных колебаний длина спада поля резко возрастает и определяется затуханием плазмонов.

Для того чтобы найти связь между транспортным током  $j_{tr}$  и скоростью вихревой решетки  $u$ , мы домножим уравнение (3) на  $(c^2/\lambda_c^2)\partial\varphi_n/\partial x$ , а (4) – на  $4\partial P_n/\partial x$ , затем сложим эти уравнения, проинтегрируем по  $x$  и просуммируем по всем  $n$ . В результате слагаемые в левой части полученного равенства образуют комбинацию, являющуюся полной производной по  $x$ , интеграл от которой сводится к  $-2d^2 \sum_n H_y^2 |_{-\infty}^{+\infty}$ . Это выражение определяет силу, действующую на решетку. Оно пропорционально полусумме магнитных полей с разных сторон образца, то есть внешнему магнитному полю, и разности магнитных полей, которая с помощью уравнения (2) выражается через транспортный ток. Правую часть равенства запишем с помощью преобразования Фурье, подставив в него решение уравнений (6), (7). В результате получим

$$16\pi^2 dj_{tr} = \int dq dk u \omega_p^4 [\epsilon\omega_r(1 + \lambda^2 K^2/d^2)^2 + \Omega_r \lambda^4 K^2 q^2/d^2] / |D|^2 \sum_{l,m} e^{i(l+m/2)X + imkZ/d}. \quad (10)$$

Подставив в (10) решение (6), (7), мы найдем зависимость скорости вихрей  $u$ , следовательно, среднего электрического поля  $\bar{E} = 2\pi n_L u$  (где  $n_L$  – плотность вихрей) от  $j_{tr}$ .

В пределе малых скоростей решетки,  $u \ll (d/\lambda)c$ , можно пренебречь влиянием скорости  $u$  на форму вихрей. В этом случае ВАХ описывается законом Ома с удельным сопротивлением

$$\rho = \frac{1}{\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel}(\lambda/\lambda_c)^2} \frac{2n_L d \lambda_J}{\pi}, \quad (11)$$

где  $\lambda_J = d\lambda_c/\lambda$ . Последний множитель в (11) описывает долю объема сверхпроводника, занятую нелинейной областью вихря. Видна аналогия с законом Бардина – Стефена, в котором площадь сердцевин вихря  $\xi^2$  заменена площадью нелинейной области джозефсоновского вихря  $d\lambda_J$ .

Аналитическое выражение для зависимости  $u$  от  $j_{tr}$  можно получить и для случая частот порядка плазменной частоты и малого затухания плазмонов:

$$j_{tr} = j_c \frac{\sinh b}{\cosh b - \cos a}, \quad a = \frac{X c_z}{\lambda_c u}, \quad b = \frac{\omega_r(\omega_p)}{2\omega_p}.$$

Последний множитель в этой формуле описывает осцилляции на ВАХ, появляющиеся в результате интерференции плазмонов, испущенных разными вихрями. В пределе больших скоростей ВАХ выходит на закон Ома с сопротивлением  $\rho = 2\pi\sqrt{n_L d \lambda_j} / \sigma(\omega_p)$ . Вид ВАХ в области плазменных колебаний оказывается чувствительным к величине и анизотропии проводимости квазичастиц. Увеличение проводимости приводит к росту затухания плазмонов и подавлению особенностей. Режим очень малого затухания легко достигим при изотропном спаривании, когда параметр порядка не имеет узлов и плотность квазичастиц при низких температурах становится экспоненциально малой. В случае  $d$ -спаривания затухание больше, а пики на ВАХ – меньше. На рис.1 приведена зависимость  $j_{tr}(u)$ , найденная численно в предположении, что действительная часть проводимости квазичастиц описывается формулами из работы [10] и при частотах, больше обратного времени релаксации импульса, падает как  $1/\omega^2$ . Отметим, что условие пренебрежения деформацией вихрей (5) трудно удовлетворить при больших токах в районе максимумов, поэтому форма ВАХ в районе вершущек пиков нуждается в более точном расчете, учитывающем изгиб вихрей при движении.

Таким образом, в области плазменных колебаний на ВАХ появляются области отрицательной дифференциальной проводимости, в которых однородное течение решетки джозефсоновских вихрей неустойчиво. Эти участки чередуются с областями устойчивости. При больших напряжениях однородное движение оказывается устойчивым.

Возбуждение плазменных колебаний связано с генерацией электромагнитного излучения. Найдем поток энергии излучения вдоль оси  $x$  на частоте  $\omega_N = 2\pi u N / X$ , где  $N$  – номер гармоники. Для этого вычислим вектор Пойнтинга, используя выражения для электрического и магнитного полей, которые легко найти с помощью (8):

$$S = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{uc^2 \omega_p^4 (1 + \lambda^2 k^2 / d^2)}{16\lambda Z d X^2 |D(\omega = \omega_N)|^2} \sum_m e^{imZk/d} dk.$$

Очевидно, что поток энергии резко возрастает на резонансных частотах, при которых  $|D|$  мал. Для треугольной решетки оказывается, что нечетные гармоники излучения содержат пики в районе плазменной частоты, а четные – также при скоростях, близких к скорости света в среде  $c_z$ , которая играет роль скорости Свайхарта в туннельном контакте. Последние пики отвечают черенковскому излучению. На рис.2 представлена зависимость  $S(u)$  для первой гармоники, где поток энергии выражен в единицах  $S_0 = \hbar^2 c^2 \omega_p / (16e^2 \lambda^2 \lambda_c)$ . При значениях  $\epsilon = 25$ ,  $\lambda = 0,2$  мкм,  $\lambda_c = 60$  мкм, характерных для BSCCO,  $S_0 \sim 10$  Вт/см<sup>2</sup>. Форма кривой и размеры пиков сильно зависят от величины и анизотропии проводимости. Скорости решетки, соответствующие пикам излучения, не обязательно коррелируют с пиками на ВАХ, так что возможно наблюдать пики излучения при частотах порядка плазменных при напряжениях в областях устойчивого однородного движения вихревой решетки.

Пик в потоке энергии при  $u > c_z$  гораздо выше пиков в районе плазменной частоты, он приближенно описывается выражением

$$S = \frac{S_0 h^2}{4\pi^2 \{ [1 + hN^2(1 - u^2/c_z^2)]^2 + hN^2 \omega_r^2 (u = c_z) \}},$$

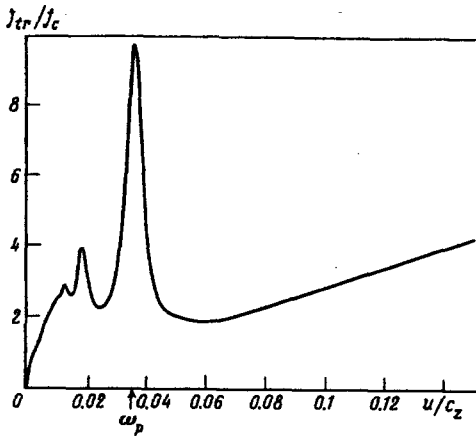


Рис.1. Типичная зависимость транспортного тока от скорости вихрей в поле  $H \approx 20H_{c1}$

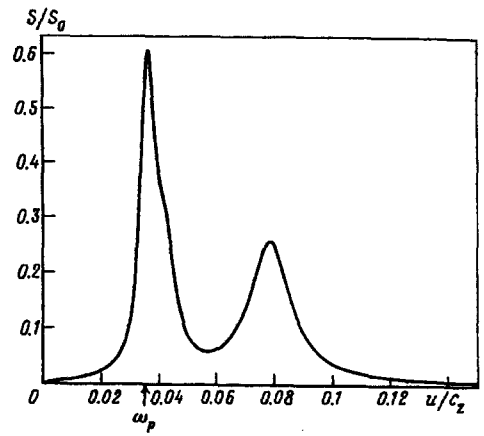


Рис.2. Типичная зависимость потока энергии излучения на частоте первой гармоники от скорости вихрей,  $H = 20H_{c1}$

где  $h = 4\pi^2 \lambda \lambda_c n_L$ . Отметим, что частоты, соответствующие движению решетки со скоростью, близкой к  $c_z$ , попадают в область частот, меньшей амплитуды параметра порядка, только в достаточно малых магнитных полях, когда период решетки  $X$  сравним с  $\lambda_c$ . При увеличении поля частота достигнет  $\Delta$ , что приведет к увеличению затухания вследствие разрыва пар.

Отметим также, что рассматриваемые нами эффекты относятся к области более высоких частот и напряжений, чем те, на которых обычно проводятся экспериментальные исследования джозефсоновских вихрей, как, например, в недавней работе [13], где наблюдалось неджозефсоновское излучение при движении вихрей в BSCCO. Так как мы рассматриваем однородное движение вихревой решетки в бесконечном кристалле, в нашей постановке задачи такое излучение отсутствует.

Работа поддержана грантом 96053 Российской программы "Сверхпроводимость".

1. K.Tamasaku, Y.Nakomura, and S.Ushida, Phys. Rev. Lett. **69**, 1455 (1992).
2. O.K.C.Tsui, N.P.Ong, Y.Matsuda et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 724 (1994).
3. T.Mishonov, Phys. Rev. B **44**, 12033 (1991).
4. С.Н.Артеменко, А.Г.Кобельков, Письма в ЖЭТФ **58**, 445 (1993).
5. M.Tachiki, T.Koyama, and S.Takahashi, Phys. Rev. B **50**, 7065 (1994).
6. L.N.Bulaevskii, M.Zamora, D.Baeriswyl et al., Phys. Rev. B **50**, 12831 (1994).
7. A.F.Volkov, Phys. Lett. A **138**, 213 (1989).
8. E.B.Sonin, Phys. Rev. Lett. **79**, 3732 (1997).
9. S.N.Artemenko and A.G.Kobel'kov, Phys. Rev. Lett. **78**, 3551 (1997).
10. С.Н.Артеменко, А.Г.Кобельков, Письма в ЖЭТФ **65**, 311 (1997); Phys. Rev. B **55**, 9094 (1997).
11. S.Aubry and P.J.Le Daeron, Physica D **7**, 240 (1983).
12. A.F.Volkov, Physica C **183**, 177 (1991).
13. G.Hechtfischer, R.Kleiner, A.V.Ustinov et al., Phys. Rev. Lett. **79**, 1365 (1997).