Письма в ЖЭТФ, том 82, вып. 5, с. 341 – 345 © 2005 г. 10 сентября

Эффект переключения в ферромагнитных металлических переходах

Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман[1)], *Э. М. Эпштейн*

Институт радиотехники и электроники РАН, 141190 Фрязино, Московская область, Россия

Поступила в редакцию 15 июля 2005 г.

Установлены механизмы однородного переключения током в ферромагнитных металлических переходах типа спинового вентиля. Поток спинов перпендикулярен поверхности перехода и направлен от закрепленного слоя к свободному. Переключение вызвано совместным действием двух механизмов: 1) создаваемого током поверхностного крутильного момента и 2) вызываемой током инжекции неравновесных продольных спинов в глубь свободного слоя. Оба механизма приводят к неустойчивости и переориентации намагниченности, однако только механизм инжекции способен стабилизировать переключение.

PACS: 72.25.–b

Магнитные переходы представляют собой интересный объект для исследований и последующих приложений, поскольку в последние годы в них предсказана [1, 2] вызываемая током неустойчивость магнитного момента и экспериментально обнаружены проявления этой неустойчивости – скачки сопротивления [3] и эмиссия СВЧ-излучения [4]. Оказалось, что предложенный в [1, 2] механизм крутильного момента, приводящий к неустойчивости, не является единственным существенным механизмом. В работах [5 – 8] был предложен и исследован другой механизм, вызываемый инжекцией продольных спинов током в глубь ферромагнитного слоя. В недавней работе [9] (а также в препринте [10]) построена теория, в которой описано совместное действие обоих указанных механизмов неустойчивости.

Остается, однако, открытым вопрос о том, какими свойствами должно обладать новое магнитное состояние, образующееся в результате развития данной неустойчивости. Между тем этот вопрос, в конечном счете, является наиболее существенным, поскольку экспериментально пока наблюдается именно результирующее состояние, и от того, какими окажутся его свойства, во многом зависят возможности приложений.

Считается, начиная с первых работ [1, 2], что неустойчивость из-за действия одного лишь крутильного момента приводит к магнитному переключению. Однако это мнение не доказано и пока, по-видимому, является только предположением. Тем не менее, сам факт переключения подтверждается экспериментом. В данной работе мы впервые показываем, что действие крутильного момента само по себе не может обеспечить устойчивости переключения. Для объяснения эффекта в теории необходимо учесть еще и влияние инжекции продольных спинов током.

1. Модель и вычисления. При расчете переход рассматривается как плоская слоистая структура, перпендикулярная оси x. Два ферромагнитных металлических слоя разделены при $x = 0$ тонким немагнитным слоем, который не препятствует проводимости и не нарушает спиновую поляризацию тока. При $x < 0$ располагается ферромагнитный слой **1** с полностью закрепленными векторами намагниченности решетки $\mathbf{M}_1$ и подвижных электронов $\mathbf{m}_1$ ("инжектор"). При $0 < x < L$ располагается ферромагнитный слой **2** со свободными векторами намагниченностей $\mathbf{M}$ и $\mathbf{m}$, которые могут изменяться в зависимости от внешнего магнитного поля $\mathbf{H}$ и вектора плотности тока $\mathbf{j}$. Поток электронов течет в направлении от инжектора к слою **2**. Это направление считается далее положительным, так что $j/e > 0$ (e – заряд электрона). При $x > L$ располагается хорошо проводящий немагнитный слой, необходимый для замыкания электрической цепи. Считается, что внешняя цепь обеспечивает режим заданного тока, так что рассматриваемые процессы могут менять лишь падение напряжения V на переходе.

Согласно основной идее работ [1, 2], важную роль играет чрезвычайно узкий слой вблизи границы раздела $0 < x < \lambda_F \leq 1$ нм. Внутри этого слоя, который далее будем называть "слоем Слончевского – Берже" (СБ), отклонение вектора $\mathbf{M}$ по направлению от фиксированного вектора $\mathbf{M}_1$ на некоторый угол χ приводит к прецессии вектора $\mathbf{m}$ вокруг $\mathbf{M}$, то есть к появлению поперечной, $\mathbf{m}_\perp$, и продольной, $\mathbf{m}_\parallel$ (относительно $\mathbf{M}$), компонент. Компонента $\mathbf{m}_\perp$ затухает

[1)] e-mail: zil@ms.ire.rssi.ru

внутри слоя СБ вследствие статистического разброса электронов по скоростям. Параметр λ_F определяет толщину слоя СБ и, по существу, близок к квантовой длине волны электрона на поверхности Ферми. Вследствие затухания компоненты $\mathbf{m}_\perp$ поперечная часть спинового потока электронов исчезает. Однако полный поперечный спиновый поток должен сохраняться, и поэтому исчезнувшая его часть передается от подвижных электронов в магнитную решетку. В этом и состоит механизм возникновения крутильного момента.

Механизм спиновой инжекции, рассмотренный в [5–8], в отличие от крутильного момента, связан не с поперечной, а с продольной компонентой $\mathbf{m}_\parallel$. Продольный спиновый поток проникает глубоко в слой **2**, на диффузионную длину $l \sim 10-100$ нм. Он создает зависящее от тока эффективное sd-обменное поле $\mathbf{H}_{sd}$, которое также оказывает влияние на магнитную решетку.

Далее мы пользуемся теорией совместного действия указанных эффектов, которая была развита в работе [9]. Теория основана на решении макроскопических уравнений Ландау – Лифшица – Гильберта (ЛЛГ) для вектора $\mathbf{M}$ и уравнений непрерывности для вектора $\mathbf{m}$. Согласно этой теории, спиновый поток в закрепленном слое **1** возникает только вследствие существования электрического тока и может быть представлен в виде

$$\mathbf{J}_1 = \frac{\mu_B}{e} Q_1 j \hat{\mathbf{M}}_1, \tag{1}$$

где параметр $0 < Q_1 < 1$ есть степень спиновой поляризации тока, $\hat{\mathbf{M}}_1 = \mathbf{M}_1/M_1$ – единичный вектор, μ_B – магнетон Бора. Поток (1) содержит как продольную, $\mathbf{J}_{1\parallel}$, так и поперечную, $\mathbf{J}_{1\perp}$ составляющие относительно вектора $\hat{\mathbf{M}}_1 = \mathbf{M}_1/M_1$, взятого на границе $x \to +0$. Именно,

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{1\parallel} &= \frac{\mu_B}{e} Q_1 j \big(\hat{\mathbf{M}}_1 \hat{\mathbf{M}}(+0)\big) \hat{\mathbf{M}}(+0), \\ \mathbf{J}_{1\perp} &= \frac{\mu_B}{e} Q_1 j \big[\hat{\mathbf{M}}(+0),\, \big[\hat{\mathbf{M}}_1,\, \hat{\mathbf{M}}(+0)\big]\big]. \end{aligned} \tag{2}$$

Продольная составляющая $\mathbf{J}_{1\parallel}$ непрерывно переходит в слой **2** и при $x > \lambda_F$ равна

$$\mathbf{J}(x) = \left(\frac{\mu_B}{e} Q j - \tilde{D} \frac{\partial m(x)}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{M}}(x), \tag{3}$$

причем параметр Q аналогичен по смыслу Q_1, но взят для слоя **2**. Параметр $\tilde{D}$ есть коэффициент диффузии спинов в слое **2**. Для продольной намагниченности введено обозначение $\mathbf{m}_\parallel = m \cdot \hat{\mathbf{M}}$. Характерная длина, на которой меняется величина m, – это длина спиновой диффузии l, а характерная длина для величины $\hat{\mathbf{M}}$ – это обратное волновое число спиновых волн в решетке q^{-1}. Как и в [9], мы считаем далее, что λ_F есть наименьшая из всех характерных длин в задаче и, в частности, $\lambda_F \ll l$, $q\lambda_F \ll 1$, что соответствует реальной ситуации. Тогда справедливо равенство

$$\mathbf{J}_{1\parallel} = \mathbf{J}(+0), \tag{4}$$

которое можно рассматривать как одно из граничных условий при определении намагниченности $m(x)$. Другое граничное условие – это непрерывность спинового потока на границе $x = L$. Поток $\mathbf{J}_3$ в слое **3** совпадает с выражением (3), если заменить $Q \to Q_3 = 0$, $\tilde{D} \to \tilde{D}_3$ и $m \to m_3$. Тогда непрерывность потока гласит:

$$\mathbf{J}(L-0) = \mathbf{J}_3(L+0). \tag{5}$$

Кроме того, при $x = L$ должна быть непрерывна также разность химических потенциалов спиновых подзон [9].

Уравнение непрерывности для намагниченности m и указанные граничные условия описывают процесс инжекции неравновесных продольных спинов током. Решение этой задачи в работе [9] привело к следующему выражению:

$$\begin{aligned} m(x) = m_{eq} + \frac{j}{j_D} \frac{\mu_B n}{\sinh\lambda + \nu\cosh\lambda} \times \\ \times \Big\{ Q\cosh\xi + \big[Q_1 \big(\hat{\mathbf{M}}_1 \hat{\mathbf{M}}(+0)\big) - Q \big] \times \\ \times \big[\cosh(\lambda - \xi) + \nu \sinh(\lambda - \xi) \big] \Big\}, \end{aligned} \tag{6}$$

где m_{eq} есть равновесное значение намагниченности при $j = 0$. Создаваемая током неравновесная добавка в (6) содержит следующие обозначения: n – концентрация подвижных электронов, $\lambda = L/l$ и $\xi = x/l$, $j_D = enl/\tau$, τ – время установления спинового равновесия, $\nu \sim 1$ есть параметр, характеризующий согласование спиновых потоков на границе слоев **2** и **3**. При типичных параметрах $n \sim 10^{22}\,\text{см}^{-3}$, $l \sim 3 \cdot 10^{-6}$ см, $\tau \sim 3 \cdot 10^{-13}$ с получается оценка $j_D \sim 1.6 \cdot 10^{10}\,\text{А/см}^2$. Интересующие нас токи порядка порогов неустойчивости, то есть $j \sim j_{th} \leq \leq 3{\cdot}10^7\,\text{А/см}^2$ [3, 4]. Таким образом, $j/j_D \sim 2{\cdot}10^{-3} \ll \ll 1$, так что реализуются условия слабой спиновой инжекции.

Отметим, кроме того, что при выводе (6) в [9] было учтено, что прецессия решетки вне слоя СБ совершается на частотах ω СВЧ-диапазона, для которых $\omega\tau \ll 1$. Тем самым, электроны реагируют на мгновенную намагниченность решетки, что объясняет, почему величина m в (6) зависит от неравновесного вектора $\hat{\mathbf{M}}$ безынерционно.

Теперь необходимо рассмотреть прохождение поперечного спинового потока через границы раздела слоев. Внутри слоя **2** справедливо уравнение ЛЛГ, которое, следуя [9], представим в виде

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \gamma A \left[\mathbf{M}, \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2}\right] + \gamma \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{sd}\right] + \\ + \gamma \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}'\right] - \kappa \left[\mathbf{M}, \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}\right] = 0, \qquad (7)$$

где $A \sim 10^{-12}\,\text{см}^2$ есть постоянная внутрирешеточного обмена, $0 < \kappa \ll 1$ характеризует диссипацию и γ – гиромагнитное отношение. Поле $\mathbf{H}' = \mathbf{H} + \mathbf{H}_a + \mathbf{H}_d$ включает внешнее поле $\mathbf{H}$, поле анизотропии $\mathbf{H}_a$ и поле размагничивания $\mathbf{H}_d$. Эффективное поле sd-обмена в данной задаче необходимо представить в виде функциональной производной [11]

$$\mathbf{H}_{sd}(x) = -\frac{\delta U_{sd}}{\delta \mathbf{M}(x)}, \qquad (8)$$

где энергия sd-обмена равна

$$U_{sd} = -\alpha \int_0^L \mathbf{m}(x', t)\mathbf{M}(x', t)\, dx', \qquad (9)$$

α есть безразмерная постоянная sd-обмена (например, $\alpha \sim 2 \cdot 10^4$). Подчеркнем, что при подстановке (9) в (8) и вычислении производной весьма существенно учитывать функциональную зависимость $m(\mathbf{M})$, которая в данном случае задается явной формулой (6). Тогда в результате прямого вычисления получаем

$$\mathbf{H}_{sd}(x) = \alpha \mu_B n Q_1 l \left(\frac{j}{j_D}\right) \times \\ \times \left(1 - \frac{\nu}{\sinh\lambda + \nu\cosh\lambda}\right) \hat{\mathbf{M}}_1 \delta(x - 0), \qquad (10)$$

причем здесь сохранена лишь неравновесная ($\sim j$) часть эффективного поля. Равновесная его часть коллинеарна с $\mathbf{M}$ и потому не дает вклада в уравнение (7). Поле $\mathbf{H}_{sd}$ описывает объемный эффект спиновой инжекции и поэтому зависит от объемных параметров слоя **2**: n, ν, L, l. Однако δ-функция в правой части (10) показывает, что это поле приложено к граничной поверхности $x \to +0$. Поэтому оно может быть учтено как некоторое дополнение к условию непрерывности поперечного потока спинов через эту границу.

Действительно, рассмотрим второе и третье слагаемые в левой части уравнения (7). После подстановки выражения (10) и прямых преобразований (см. Приложение **I** работы [9]) эти слагаемые приобретают вид

$$\gamma A \left[\mathbf{M}, \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x^2}\right] + \gamma \left[\mathbf{M}, \mathbf{H}_{sd}\right] = \frac{\partial (\mathbf{J}_M + \mathbf{J}_{sd})}{\partial x}, \qquad (11)$$

где величины

$$\mathbf{J}_M(x) = a \left[\hat{\mathbf{M}}, \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x}\right], \qquad (12)$$

$$\mathbf{J}_{sd}(x) = \gamma \alpha \mu_B n Q_1 l \frac{j}{j_D} \left(1 - \frac{\nu}{\sinh\lambda + \nu\cosh\lambda}\right) \times \\ \times \left[\mathbf{M}(+0), \hat{\mathbf{M}}_1\right] \theta(x - 0) \qquad (13)$$

играют роль потоков намагниченности решетки, вызываемых внутрирешеточным обменом и sd-обменом. Здесь $a = \gamma M A$, $\theta(x - \varepsilon) = 1$ при $x > \varepsilon$ и $\theta(x - \varepsilon) = 0$ при $x < \varepsilon$. Потоки (12) и (13) поперечны относительно вектора $\mathbf{M}$. В силу малости λ_F, два последних слагаемых в (7) можно отбросить внутри слоя СБ. Тогда на границе $x = 0$ условие непрерывности поперечного потока сведется к равенству

$$\mathbf{J}_{1\|} = \mathbf{J}_M(\lambda_F) + \mathbf{J}_{sd}(\lambda_F). \qquad (14)$$

Это равенство можно рассматривать как одно из граничных условий при решении уравнения ЛЛГ в области $\lambda_F < x < L$ слоя **2**. Другое условие возникает на границе $x = L$ и может быть записано как

$$\mathbf{J}_M(L - 0) = 0, \qquad (15)$$

поскольку поток $\mathbf{J}_{sd}(x)$, согласно (13), постоянен при $x = L$ и выпадает из условия непрерывности (15).

2. Устойчивость начального статического состояния. Самое простое начальное статическое состояние реализуется при коллинеарных векторах $\bar{\mathbf{M}}_1$, $\bar{\mathbf{M}}$, $\mathbf{H}_a$ и $\mathbf{H}$, лежащих в плоскости перехода. В таком случае уравнению (7) удовлетворяет однородное распределение намагниченности по образцу. Существуют две возможности: либо статические векторы $\bar{\mathbf{M}}_1$ и $\bar{\mathbf{M}}$ параллельны ("P-состояние"), либо они антипараллельны ("AP-состояние"). Рассмотрим далее наиболее актуальную ситуацию, когда в отсутствие тока (то есть при $j = 0$) реализуется AP-состояние, а именно: $\hat{\mathbf{M}}_1 = -\hat{\mathbf{z}}$, $\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{z}}$, $\mathbf{H} = \hat{\mathbf{z}}$, где с помощью $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{y}}$ и $\hat{\mathbf{z}}$ обозначаются орты координатных осей. При включении тока флуктуации вблизи AP-состояния могут оказаться неустойчивыми. Порог неустойчивости был рассчитан в работе [9], однако при этом сингулярное (содержащее δ-функцию) sd-обменное поле (10) учитывалось в самом уравнении движения (7), а не в потоке $\mathbf{J}_{sd}(x)$ и граничном

условии (14). В предлагаемом новом подходе сингулярность исключена из уравнений движения. Это позволяет значительно упростить решение уравнения (7) и отыскивать не только порог неустойчивости, но и нелинейные решения, возникающие в результате развития этой неустойчивости.

Флуктуации $\Delta\hat{\mathbf{M}}$ вводятся равенством $\hat{\mathbf{M}} = \hat{\mathbf{z}} + \Delta\hat{\mathbf{M}}$. Линеаризованные относительно флуктуаций уравнения (7) принимают вид (с учетом $\mathbf{H}_d = -4\pi M \Delta\hat{M}_x \hat{\mathbf{x}}$)

$$\frac{\partial^2 \Delta\hat{M}_x}{\partial x^2} - \frac{(\Omega_x - i\kappa\omega)}{a}\Delta\hat{M}_x - \frac{i\omega}{a}\Delta\hat{M}_y = 0,$$
$$\frac{\partial^2 \Delta\hat{M}_y}{\partial x^2} - \frac{(\Omega_y - i\kappa\omega)}{a}\Delta\hat{M}_y + \frac{i\omega}{a}\Delta\hat{M}_x = 0, \tag{16}$$

где $\Omega_x = \gamma(H + H_a + 4\pi M)$, $\Omega_x = \gamma(H + H_a)$, причем $\Omega_x > \Omega_y$. После линеаризации граничные условия (14) и (15) сводятся к выражениям

$$\frac{\partial \Delta\hat{M}_x}{\partial x} = k\Delta\hat{M}_y - p\Delta\hat{M}_x, \quad \frac{\partial \Delta\hat{M}_y}{\partial x} = -k\Delta\hat{M}_x - p\Delta\hat{M}_y \tag{17}$$

при $x = 0$ и к выражениям

$$\frac{\partial \Delta\hat{M}_x}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \Delta\hat{M}_y}{\partial x} = 0 \tag{18}$$

при $x = L$. Решение линейной задачи (16) – (18) приводит к дисперсионному соотношению для флуктуаций

$$q \tan qL = -p \pm ik, \tag{19}$$

в котором квадрат волнового числа равен

$$q^2 = \frac{1}{2a}\left[\Omega_x + \Omega_y - 2i\kappa\omega \pm \sqrt{(\Omega_x - \Omega_y)^2 + 4\omega^2}\right], \tag{20}$$

а параметры

$$p = \frac{\alpha\mu_B Q_1 \tau j}{eAM}\left(1 - \frac{\nu}{\sinh\lambda + \nu\cosh\lambda}\right), \; k = \frac{\mu_B Q_1 j}{e\gamma M^2 A} \tag{21}$$

описывают влияние спиновой инжекции (p) и крутильного момента (k). Дисперсионное соотношение (19) позволяет получить условие неустойчивости $\operatorname{Im}\omega > 0$. Рассмотрим достаточно малые толщины слоя **2**, удовлетворяющие неравенству $|p \pm ik|\, L \ll 1$. Это неравенство выполняется, например, при $L \sim 2 - 7$ нм. При таких толщинах условие неустойчивости принимает вид

$$\kappa^2\left(\Omega_x - \frac{ap}{L}\right)\left(\Omega_y - \frac{ap}{L}\right) - \left(\frac{ak}{L}\right)^2 < 0. \tag{22}$$

Поскольку, согласно (21), параметры p и k пропорциональны току j, для порога неустойчивости получаем из (22)

$$\frac{j_{th}}{j_\perp} = \eta\frac{\left(f^{-1} + f\right) - \sqrt{\left(f^{-1} - f\right)^2 + 4\eta^2}}{2\left(1 - \eta^2\right)}, \tag{23}$$

где обозначено $f = \sqrt{\Omega_y/\Omega_x} < 1$, $j_\perp = \kappa e M L\sqrt{\Omega_x\Omega_y}/\mu_B Q_1$ и введен важный параметр

$$\eta = \left[\gamma\alpha M\tau\kappa\left(1 - \frac{\nu}{\sinh\lambda + \nu\cosh\lambda}\right)\right]^{-1}, \tag{24}$$

который характеризует относительную роль параметров p и k, то есть спиновой инжекции и крутильного момента. При $\eta \gg 1$ доминирует крутильный момент, и из (23) следует $j_{th} \to j_\perp$. При $\eta \ll 1$ доминирует спиновая инжекция, при этом получается $j_{th} \to \eta f j_\perp \ll j_\perp$, то есть порог становится значительно ниже. Численная оценка дает $j_\perp \sim 3 \cdot 10^7\,\text{А/см}^2$, что соответствует экспериментальным данным (см. [3, 4] и др.).

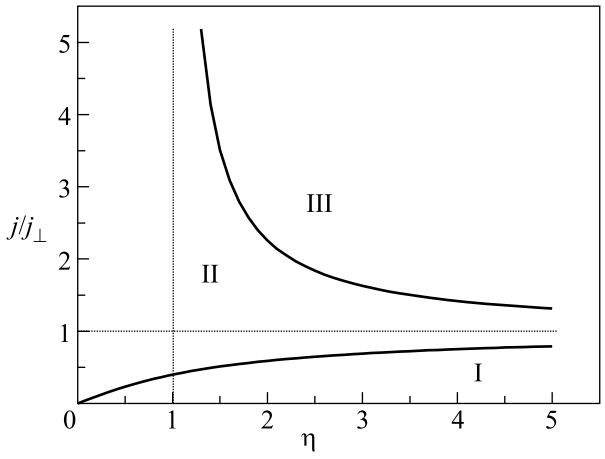
3. Эффект переключения.

Как уже отмечалось, рассматриваются переходы малой толщины, для которых $|p \pm ik|L \ll 1$ и, кроме того, $L \ll l$, $qL \ll 1$. Тогда состояние, возникающее в результате развития неустойчивости, должно оставаться пространственно однородным. Существует только два таких состояния: P и AP. Поскольку AP-состояние выбрано в качестве начального, то развитие неустойчивости может привести только к P-состоянию. Переключение состоится в том случае, если P-состояние окажется устойчивым.

Устойчивость P-состояния можно исследовать точно так же, как и в разд.2, но нужно сделать замену $\mathbf{M} \to -\mathbf{M}_1$ в выражениях (2) и (13). В условии неустойчивости (22) это приведет к замене $p \to -p$ и $k \to -k$. При положительном токе ($j/e > 0$), который мы только и рассматриваем, спиновая инжекция всегда будет давать положительный вклад в левую часть (22), то есть будет подавлять неустойчивость. Однако из-за действия крутильного момента неустойчивость все же могла бы возникнуть. Порог такой неустойчивости получается из условия (22) с указанными заменами и дается формулой

$$\frac{j_{th}}{j_\perp} = \eta\frac{\left(f^{-1} + f\right) + \sqrt{\left(f^{-1} - f\right)^2 + 4\eta^2}}{2\left(\eta^2 - 1\right)}. \tag{25}$$

На рисунке показана диаграмма, построенная по формулам (23) и (25), которая показывает области стабильности и нестабильности на плоскости (j, η). Видно, что новое P-состояние устойчиво только при



Области стабильности–нестабильности. Границы областей I и II построены соответственно по формулам (23) и (25), соответственно: I – P стабильно, AP стабильно; II – P стабильно, AP нестабильно; III – P нестабильно, AP нестабильно

не слишком больших значениях параметра η, когда нельзя игнорировать инжекцию неравновесных продольных спинов током. В противоположность распространенному мнению, один лишь механизм крутильного момента не обеспечивает устойчивого переключения. Дело в том, что крутильный момент возникает вследствие затухания прецессии в слое СБ. Это затухание существует всегда, независимо от того, параллельно или антипараллельно ориентирован в этом слое вектор $\mathbf{M}$ относительно $\mathbf{M}_1$. В то же время, параллельная ориентация указанных векторов отвечает минимуму энергии *sd*-обмена и потому является наиболее устойчивой в эффективном поле $\mathbf{H}_{sd}$. Следует заметить, что при возрастании тока значительно выше порогового значения j_{th} оба однородных состояния, P и AP, могут становиться неустойчивыми из-за влияния крутильного момента. В этом случае, по-видимому, может возникнуть новое, зависящее от времени, состояние типа турбулентности.

Авторы благодарны А. И. Крикунову и А. В. Медведю за интересное обсуждение.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, гранты # 03-02-17540 и # 04-02-08248.

1. J. C. Slonczewski, J. Magn. Magn. Mater. **159**, L1 (1996).
2. L. Berger, Phys. Rev. B **54**, 9353 (1996).
3. J. A. Katine, F. J. Albert, R. A. Buhrman et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 3149 (2000).
4. M. Tsoi, A. G. M. Jansen, J. Bass et al., Phys. Rev. Lett. **80**, 4281 (1998); **81**, 493 (E) (1998).
5. C. Heide, P. E. Zilberman, and R. J. Elliott, Phys. Rev. B **63**, 064424 (2001).
6. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн, Р. Дж. Эллиотт, Письма в ЖЭТФ **76**, 189 (2002).
7. R. J. Elliott, E. M. Epshtein, Yu. V. Gulyaev, and P. E. Zilberman, J. Magn. Magn. Mater. **271**, 88 (2004).
8. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн, Р. Дж. Эллиотт, Письма в ЖЭТФ **79**, 507 (2004).
9. Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман, Э. М. Эпштейн, Р. Дж. Эллиотт, ЖЭТФ **127**, 1138 (2005).
10. R. J. Elliott, E. M. Epshtein, Yu. V. Gulyaev, and P. E. Zilberman, http://www.arXiv.org/cond-mat/0412523.
11. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, М.: Наука, 1967.