Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 4, стр. 161 – 164 *25 августа 1984 г.*

ЗАГАДКА АКСИАЛЬНОЙ АНОМАЛИИ В СУПЕРСИММЕТРИЧНЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

А.И.Вайнштейн, В.И.Захаров, В.А.Новиков
М.А.Шифман

В рамках $n = 1$ суперсимметричных калибровочных теорий доказано, что нельзя ввести аксиального тока, который бы являлся суперпартнером к тензору энергии-импульса и помещался бы с ним в одном супермультиплете. Используемые предположения носят весьма слабый характер: теорема Адлера – Бардина в двух петлях и существование суперкалибровки Весса – Зумино.

В последее время большое внимание уделяется вопросу об аномалиях в суперсимметричных калибровочных теориях [1]. Классически существует супермультиплет сохраняющихся токов, который включает аксиальный ток a_μ, суперток $S_{\mu\alpha}$ ($\alpha = 1,2$) и тензор энергии-импульса $\Theta_{\mu\nu}$ [2]. Квантовые поправки индуцируют аномалии в $\partial_\mu a_\mu$, $\gamma_\mu S_{\mu\alpha}$, $\Theta_{\mu\mu}$. Стандартное предположение состоит в том, что эти поправки также составляют супермультиплет.

Сосредоточимся на примере чисто калибровочной суперсимметричной теории ($n = 1$) с калибровочной группой $SU(N)$. Тогда уравнение для аномалии имеет вид

$$D^\alpha J_{\alpha\dot\alpha} = \frac{1}{3}\frac{\beta(\alpha_s)}{\alpha_s}\bar{D}_{\dot\alpha}\,\mathrm{tr}\,\bar{W}^2, \tag{1}$$

$$J_{\alpha\dot\alpha} = \mathrm{tr}\,(W_\alpha e^{-gV}\bar{W}_{\dot\alpha} e^{gV}), \qquad \alpha_s = g^2/4\pi.$$

Здесь $\beta(\alpha_s)$ – функция Гелл-Манна – Лоу, D^α – спинорная производная, V – суперполе, обобщающее понятие векторного потенциала, W_α – супернапряженность, включающая поле глюино и тензор напряженности глюонного поля

$$W_\alpha = \lambda_\alpha + G_{\alpha\beta}\,\theta^\beta + D\theta_\alpha + D_{\alpha\dot\beta}\bar\lambda^{\dot\beta}\,\theta^2.$$

(D – вспомогательное поле без кинетического члена).

Проблема состоит в том, что согласно теореме Адлера – Бардина [3] дивергенция аксиального тока содержит только первый порядок по g^2, в то время как конформная аномалия пропорциональна β-функции и, таким образом, включает вообще говоря, все порядки по g^2. Суперсимметрия требует, чтобы $\partial_\mu a_\mu$ тоже была пропорциональна β-функции и вопрос состоит в том, как совместить это требование суперсимметрии с явным ответом.

Другой аспект проблемы – рассмотрение аномальной размерности a_μ [4]. Дело в том, что коль скоро a_μ не сохраняется, нет причин полагать, что его аномальная размерность равна нулю. Более того, явный расчет указывает на обратное: двухпетлевая аномальная размерность отлична от нуля [5]. С другой стороны, суперсимметрия помещает a_μ в тот же мультиплет, что и тензор $\Theta_{\mu\nu}$, который, очевидно, имеет нулевую размерность.

Общее убеждение состоит в том, что выход из указанного парадокса следующий – существуют два аксиальных тока. Один, обозначаемый через a_μ^{AB}, удовлетворяет теореме Адлера – Бардина, другой (a_μ^{SS}) вместе с $S_{\mu\alpha}$ и $\Theta_{\mu\nu}$ входит в супермультиплет $J_{\alpha\dot\alpha}$. В наиболее развернутом и ясном виде эта программа сформулирована в недавней статье Грисару и Веста [6].

В настоящей статье мы продемонстрируем, что если существует ток Адлера – Бардина a_μ^{AB}, то суперсимметричный ток a_μ^{SS} определить невозможно. Под a_μ^{SS} мы понимаем ток, который удовлетворяет двум требованиям: а) $\partial_\mu a_\mu^{SS} \sim \beta(\alpha_s)/\alpha_s$ в соответствии с (1); б) аномальная размерность a_μ^{SS} равна нулю (см. выше). Доказательство этого утверждения основано на наблюдении Грисару и Веста [6], согласно которому разница между a_μ^{SS} и a_μ^{AB} должна сводиться к вычитательной константе, которая может возникнуть из-за различия в ренормализационных процедурах. Логика нашего рассуждения такова: существует два независимых ограничения на константу (см. пп. а), б) выше) и эти ограничения несовместимы друг с другом.

Начнем с предположения, что в теории определен ток Адлера – Бардина со следующими свойствами

$$\partial_\mu a_\mu^{AB} = \frac{N\alpha_s}{4\pi} G^a_{\mu\nu}\,\tilde{G}^a_{\mu\nu}, \tag{2}$$

$$a_\mu^{AB} = \frac{1}{2}\,\bar\lambda^a\,\gamma_\mu\gamma_5\lambda^a,$$

где N – число цветов и $\widetilde{G}^a_{\mu\nu}$ – дуальный тензор, $\widetilde{G}^a_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} G^a_{\alpha\beta}$. Отметим, что хотя теорема Адлера – Бардина справедлива во всех порядках по g^2, для наших целей существенно только отсутствие в (2) членов $(g^2)^2$. Более того, на двух петлях нет нужды фиксировать определение β-функции, поскольку первые два коэффициента в ней не зависят от определения и равны [8]

$$\beta(\alpha_s) = -\frac{3N\alpha_s^2}{2\pi}\left(1 + \frac{N\alpha_s}{2\pi}\right). \tag{3}$$

Очевидно, что классически a^{SS}_μ и a^{AB}_μ совпадают друг с другом. Это в свою очередь означает, что коэффициенты $O(\alpha_s)$ в $\partial_\mu a^{SS}_\mu$ и $\partial_\mu a^{AB}_\mu$ одни и те же, поскольку они однозначно определяются мнимой частью соответствующего треугольного графика. В порядке α_s разница между двумя различными аксиальными токами сводится к вычитательным константам. Более того, в суперкалибровке Весса – Зумино [7] единственная вычитательная константа, которая имеет подходящую размерность – это член $C\,\bar{\lambda}^a\gamma_\mu\gamma_5\lambda^a$. Появление подобной вычитательной константы с коэффициентом $O(\alpha_s)$ сказалось бы на дивергенции $\partial_\mu a_\mu$ в порядке α_s^2.

Зафиксируем вычитательную константу таким образом, чтобы дивергенция суперсимметричного тока a^{SS}_μ была пропорциональна β-функции Гелл-Манна – Лоу. Тогда из (3) следует, что

$$a^{SS}_\mu = a^{AB}_\mu + \frac{N\alpha_s}{2\pi}\,\frac{1}{2}\bar{\lambda}^a\gamma_\mu\gamma_5\lambda^a. \tag{4}$$

Следующий шаг – вычисление аномальной размерности этого тока. Как уже упоминалось выше аномальная размерность тока Адлера – Бардина не равна нулю [5] и связана с двухпетлевым графиком, в котором аксиальный ток переходит в два глюона, а глюоны затем переходят в два глюино. Результат вычисления удобно представить в виде ренорминвариантной комбинации:

$$a^{AB}_\mu(\mu)\left[1 - \frac{N\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right] = \text{renorm-invariant}. \tag{5}$$

Отметим, что наш результат для аномальной размерности a^{AB}_μ совпадает с результатом Крютера [5], но отличается знаком от соответствующего выражения работы [9].

Возвращаясь снова к суперсимметричному аксиальному току, перепишем (4) так

$$a^{SS}_\mu = \left[1 + \frac{N\alpha_s(\mu)}{2\pi}\right]a^{AB}_\mu(\mu). \tag{6}$$

Если отождествить этот ток с членом того же мультиплета, в котором помещен $\Theta_{\mu\nu}$, необходимо считать, что его аномальная размерность равна нулю. Однако подобное зануление находится в прямом противоречии с формулой (5). Это завершает доказательство того факта, что не существует суперсимметричного аксиального тока, если существует ток Адлера – Бардина.

Ввиду радикальности вывода суммируем предположения на которых он основан: а) существует ток, удовлетворяющий теореме Адлера – Бардина в двух петлях; б) имеет место суперкалибровочная инвариантность супермультиплета токов (т. е. можно последовательно работать в суперкалибровке Весса – Зумино).

Противоречие обнаружено в рамках $n = 1$ калибровочных теорий без материи и, вполне возможно, потребуется радикальное изменение теории. Хотя формально, в рамках самой теории аксиальный ток является посторонним объектом, аксиальный заряд входит в набор операторов, генерирующих суперконформную группу, которая в свою очередь, является группой симметрии классических уравнений движения. Более того, классическая симметрия плюс перенормируемость теории фиксирует β-функцию в этой теории. (Детали и дальнейшие ссылки см. в [4]).

Намек на то, в каком направлении должно быть изменено понимание теории, можно извлечь из рассмотрения аномалии во внешнем гравитационном поле. (К этому примеру привлекла наше внимание Р.Каллош, см., также ее статью [10]). В этом случае сходный "парадокс" возникает уже в однопетлевом приближении, и, с этой точки зрения, задача упрощается для анализа и интерпретации. Наше понимание проблемы в этом случае таково. Стандартное вычисление треугольного графика для аксиального тока с использованием условия унитарности приводит к несуперсимметричному ответу. Именно, коэффициенты для аксиальной и конформной аномалий не удовлетворяют условию равенства, вытекающему из суперсимметрии. Решение которое было предложено в [10], исходит из того, что скалярное поле и поле антисимметричного тензора генерирует различные аномалии, хотя обе теории эквивалентны на массовой поверхности. На наш взгляд, подобное решение означает изменение мномой части и, следовательно, изменение в низкоэнергетическом содержании теории. Мы надеемся вернуться к этой проблеме в отдельной публикации.

Авторы признательны Р.Каллош, Л.Б.Окуню, К.Стелле и М.Б.Волошину за полезные обсуждения.

Литература

1. *Grisaru M.* In Recent Developments in Gravitation (Cargese Lectures, 1979) eds. M.Levy, S. Deser, Plenum Press,1979.
2. *Ferrara S., Zumino B.* Nucl. Phys., 1975, **B87**, 207.
3. *Adler S.L., Bardeen W.A.* Phys. Rev., 1969, **182**, 1517.
4. *Novikov V., Shifman M., Vainshtein A., Zakharov V.* Nucl. Phys.,1983, **B229**, 381.
5. *Crewther R.J.* Acta Phys. Austr. Suppl., 1979, XIX, 47.
6. *Grisaru M.T., West P.C.* Preprint BRX-TH-141, 1983.
7. *Wess J., Zumino B.* Nucl. Phys., 1974, **B78**, 1.
8. *Jones D.R.* Nucl. Phys., 1975, **B87**, 127.
9. *Espriu D., Tarrach R.* Z. Phys., 1982, **C16**, 77.
10. *Каллош Р.Э.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **37**, 503.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
6 июня 1984 г.