

## Основное состояние смеси резонансных конденсатов

Л. А. Манакова

Российский научный центр “Курчатовский Институт”  
123182 Москва, Россия

Поступила в редакцию 22 сентября 2000 г.

После переработки 5 декабря 2000 г.

Показано, что двухкомпонентная смесь резонансных конденсатов может быть неустойчива относительно перехода в состояние со спонтанными джозефсоновскими осцилляциями, которое отвечает абсолютному минимуму термодинамического потенциала. Переход происходит скачком при некотором критическом значении общего числа частиц или химического потенциала.

PACS: 03.75.Fi, 05.30.Jp, 32.80.Pj, 74.50.+r

1. Со времени открытия двухкомпонентных конденсатов [1] большой экспериментальный и теоретический интерес вызывают явления, обусловленные фазовой когерентностью двух конденсатных мод (см., например, [2, 3]). В довольно многочисленных работах по эффекту Джозефсона (см. [4] и ссылки там) для двух конденсатов, находящихся в разных  $m_F$  состояниях [3, 5] или в двухъямном потенциале [6, 7], рассматривались различные динамические режимы когерентных джозефсоновских осцилляций, обусловленные конкуренцией между туннелированием и внутриконденсатным взаимодействием (нелинейностью). При сравнительно слабом взаимодействии осцилляции числа частиц между конденсатами полные. Затем они подавляются, когда общее число атомов в конденсатах превышает критическое значение и поведение системы определяется нелинейностью [7]. Не изучены, однако, возможности термодинамической устойчивости состояний с относительной фазой между конденсатами.

В настоящей работе термодинамически устойчивое состояние со спонтанными джозефсоновскими осцилляциями получено в области резонанса двух конденсатов. Состояние формируется за счет конкуренции межконденсатных взаимодействий: зависящего от относительной фазы, с одной стороны, и типа “плотность-плотность” – с другой.

2. Рассмотрим два конденсата, находящихся в различных внутренних состояниях в одной ловушке. Экспериментально – это смесь двух конденсатов Rb<sup>87</sup> в состояниях  $|F = 2, m_F = 2\rangle, |F = 1, m_F = -1\rangle$ . Поскольку пространственная область перекрытия конденсатов может контролироваться экспериментально [3], то ниже для простоты рассматривается однородное перекрытие. Как известно [3, 5], в области пере-

крытия может быть приготовлена относительная начальная фаза конденсатов с помощью слабого управляющего поля (driving field). В данной работе описан механизм перехода смеси резонансных конденсатов с заданной начальной фазой в термодинамически устойчивое состояние за счет внутренних (то есть не зависящих от внешних полей) межконденсатных взаимодействий.

Предлагаемый механизм применим также к конденсатам, находящимся в асимметричном двухъямном потенциале, который представляет собой две различные ловушки, разделенные барьером. Барьер готовится с помощью лазерного света, его высота прямо пропорциональна мощности лазера и может варьироваться непосредственно [2]. В частности, при очень высоком барьере (независимые конденсаты) в каждой ловушке могут быть приготовлены конденсаты с начальными фазами или, что то же, в различных когерентных состояниях. Если затем убрать барьер так, чтобы конденсаты могли перекрываться, то мы снова приходим к задаче о возможном основном состоянии смеси двух конденсатов с заданной начальной относительной фазой. В данной работе используется двухмодовая модель, в которой невзаимодействующие между собой конденсаты описываются моделью “нулевой моды” и их гамильтониан имеет вид

$$\hat{H}_0 = \sum_{i=1,2} \hat{H}_i = \sum_{i=1,2} \left[ \mu_{0i} \hat{a}_i^+ \hat{a}_i + \frac{1}{2} \lambda_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \hat{a}_i \right]; \quad (1)$$

здесь  $\hat{a}_i^+, \hat{a}_i$  – операторы рождения и уничтожения атомов конденсатной моды, константы внутриконденсатного взаимодействия  $\lambda_i$  шкалируются объемом конденсатной моды:  $\lambda_i = U_0/V_{eff}$ . Как известно, когерентное состояние  $\hat{a}_i |\Psi_i\rangle = a_i |\Psi_i\rangle$ , где  $a_i$  –

комплексные числа, минимизирует среднюю энергию  $\langle \Psi_i | \hat{H}_i | \Psi_i \rangle$  при  $|a_i| = (n_i - 1/2)^{1/2} \approx n_i^{1/2}$ . Таким образом, волновые функции конденсатных мод могут быть представлены в виде  $\Psi_i = n_i^{1/2} \exp(i\theta_i)$ . Однородная волновая функция описывает состояния конденсатов в ловушке или с вертикальными стенками, или с параметрами, медленно меняющимися по сравнению с расстоянием между атомами, когда волновые функции конденсатов не зависят от координат. Энергии отдельных конденсатов не зависят от фазы и даются выражениями  $\varepsilon_i(n_i) = \mu_{0i}n_i + \frac{1}{2}\lambda_i n_i^2$ . Для равновесного состояния с  $d\varepsilon_i/dn_i = 0$  “химический потенциал”  $\mu_{0i} < 0$  фиксирует средние числа частиц (числа заполнения),  $n_i = \langle \hat{a}_i^+ \hat{a}_i \rangle \gg 1$ , конденсатов. То есть при заданном значении  $\mu_{0i}$  в равновесном состоянии имеем  $n_{i0} = |\mu_{0i}|/\lambda_i$ ,  $\varepsilon_{i0} = -|\mu_{0i}|^2/2\lambda_i$ . В общем случае, который рассматривается ниже,  $d\varepsilon_i/dn_i \neq 0$ . Полный гамильтониан смеси взаимодействующих конденсатов  $H = H_0 + H_{int}$ ,  $H_0(n_1, n_2) = \varepsilon_1(n_1) + \varepsilon_2(n_2)$ ; для канонически сопряженных переменных “действие – угол” взаимодействие  $n_i, \theta_i$  в общем случае может быть записано в виде

$$H_{int} \equiv g(n_1, n_2; \theta_1, \theta_2) = \sum_{l_1 l_2 \geq 0} [g_{l_1 l_2}(n_1, n_2) e^{i(l_1 \theta_1 - l_2 \theta_2)} + \text{h.c.}], \quad (2)$$

$l_1, l_2$  – целые числа, отвечающие изменению числа частиц в конденсатах при взаимодействии. Межконденсатные взаимодействия (2), зависящие от фаз, обусловлены, прежде всего, неортогональностью когерентных состояний. Условие резонанса

$$l_{1r} \frac{d\varepsilon_1}{dn_1} - l_{2r} \frac{d\varepsilon_2}{dn_2} = 0, \quad (3)$$

где пара чисел  $l_{1r}, l_{2r}$  определяет тип резонанса, для нелинейной системы зависит от числа частиц и при определении состояния системы должно учитываться самосогласованным образом. При этом ключевыми являются два момента. Во-первых, условие резонанса определяет фазу  $\phi_r = l_{1r}\theta_1 - l_{2r}\theta_2$ , которая аномально медленно меняется со временем, так как без учета флуктуаций числа частиц является приближенным интегралом движения:  $d\phi_r/dt \approx l_{1r}d\varepsilon_1/dn_1 - l_{2r}d\varepsilon_2/dn_2 \approx 0$ ;  $\phi_r^{(0)} \approx \text{const} \neq 0$ . Во-вторых, благодаря этому соотношению, в сумме (2) выделяется основной член с фазой  $\phi_r(t)$ . Все остальные члены суммы представляют собой высокочастотные возмущения, которые не будут рассматриваться в данной работе. Таким образом, для каждого типа резонанса выделен свой тип межконденсатного взаимодействия, зависящего от относительной фазы

(для краткости будем называть это взаимодействие джозефсоновским). Если взаимодействие не зависит от времени, то, как следует из уравнений движения, монотонно растет со временем разность чисел заполнения  $n_1$  и  $n_2$ , то есть имеет место динамическая неустойчивость. Эта неустойчивость отвечает внутреннему эффекту Джозефсона и “снимается” когерентными колебаниями плотности между конденсатами. Подчеркнем, что для существования неустойчивости должна быть отлична от нуля начальная относительная фаза  $\phi_r^{(0)}$ . В отличие от известных случаев эффекта Джозефсона (например, в сверхпроводниках), в данной задаче джозефсоновское взаимодействие зависит от макроскопического числа частиц, так что обе величины определяются самосогласованно из условия минимума термодинамических функций. Именно это обстоятельство приводит к существованию нового основного состояния.

При сохранении общего числа частиц  $n_0 = n_1 + n_2$  ( $dn_0/dt = 0$ ) из уравнения (3) находятся резонансные заселенности конденсатов:  $n_{1m}, n_{2m} = n_0 - n_{1m}$ . Рассмотрим состояние с флуктуациями числа частиц в области простого резонанса с  $l_{1r} = l_{2r} = 1$  и  $\phi_r = \theta_1 - \theta_2$ . В этом случае основной член в (2) имеет вид

$$g_1(n_{1m}; n_{2m}; \phi_r) = g_1 n_{1m}^{1/2} n_{2m}^{1/2} \cos(\theta_1 - \theta_2) \equiv g_{1m} \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (4)$$

и отвечает однородному перекрытию конденсатов. Воспользовавшись тем, что гамильтониан  $H_0$  взаимодействующих конденсатов является функцией одной динамической переменной, например,  $n_1$ , нетрудно записать гамильтониан вблизи резонанса в первом неисчезающем приближении по флуктуациям числа частиц:

$$H_m = H_{0m} + \lambda(\Delta n_1)^2 + g_{1m} \cos \phi_r, \quad \lambda = \left( \frac{d^2 H_0(n_0; n_1)}{dn_1^2} \right)_m = \lambda_1 + \lambda_2, \quad (5)$$

здесь  $H_{0m} \equiv H_0(n_{1m}, n_{2m})$ ,  $(\Delta n_1) = n_1 - n_{1m}$ ,  $(\Delta n_2) = -(\Delta n_1)$ . Ниже используется обозначение  $(\Delta n_1) \equiv (\Delta n)$ . Разложение по  $(\Delta n)$  в (5) написано в предположении, что ширина области вблизи резонанса, определяемая флуктуациями числа частиц, много больше характерной величины изменения взаимодействия. Иными словами, гамильтониан (5) и полученное ниже “резонансное” решение применимы при выполнении условий (для каждого значения  $n_0$ )

$$(\Delta n)_{\max} \ll n_{1m}, n_{2m}, \quad \lambda \cdot (\Delta n)_{\max} \gg (dg(n_0; n_1)/dn_1)_m, \quad (6)$$

$(\Delta n)_{\max}$  – максимально возможное изменение числа частиц вблизи резонанса. Эта величина будет вычислена позже. Благодаря второму неравенству, в уравнении (5) отсутствуют члены с производными от взаимодействия. Записывая в  $d\phi_r/dt$  линейные по  $(\Delta n)$  члены с учетом условий (6), получим, что переменные  $\phi_r$  и  $(\Delta n)$  являются канонически сопряженными. Изменение числа частиц вблизи минимума само является макроскопической величиной:  $(\Delta n) \gg 1$ . Это следует из того, что при изменении числа частиц  $n_{im}$  на  $l_{ir} \ll n_{im}$  энергия меняется мало:  $H_{0m}(n_0; n_{1m} + l_{1r}) - H_{0m}(n_0; n_{1m}) \sim l_{1r}^2 \lambda$ , в то время как  $g_{1m}$  является макроскопической величиной. Поэтому взаимодействие приводит к перестройке большого числа состояний  $(\Delta n) \sim (g_{1m}/l_{1r}^2 \lambda)^{1/2} \gg 1$ . Это позволяет использовать квазиклассическое приближение при определении квантовых состояний системы, описываемой гамильтонианом (5).

Резонанс отвечает минимуму функции  $H_0$  при  $\lambda > 0$  и только в этом случае может давать основной вклад в статистическую сумму и термодинамические функции. Области финитного движения гамильтониана (5), в которой для каждого значения энергии  $\varepsilon \equiv H_m - H_{0m}$  фаза меняется в пределах  $-\arccos(\varepsilon/g_{1m}) < \phi_r < \arccos(\varepsilon/g_{1m})$ , в квантовом случае отвечает квазиклассический дискретный спектр флуктуаций числа частиц вблизи минимума функции  $H_0(n_0; n_1)$  при  $n_{1m}$ . Состояния этого спектра представляют собой квантовый аналог джозефсоновских осцилляций. С помощью замены  $(\Delta n) \rightarrow -i\partial/\partial\phi_r$  получаем, что уравнение Шредингера для гамильтониана (5) имеет вид уравнения Матье. Как известно, уравнение Матье имеет непрерывный спектр при  $\varepsilon > g_{1m}$ , а в области  $-g_{1m} < \varepsilon < g_{1m}$  – узкие разрешенные зоны. Если пренебречь шириной этих зон, то можно говорить о дискретном спектре в ямах. Поскольку число состояний в яме должно быть велико, номер дискретного уровня определяется правилом Бора – Зоммерфельда:

$$\nu(\varepsilon) = \oint \frac{d\phi_r}{\pi} \left[ \frac{2}{\lambda} (\varepsilon - g_{1m} \cos \phi_r) \right]^{1/2} = n_c [E(\kappa) - (1 - \kappa^2)K(\kappa)], \quad (7)$$

и, соответственно, плотность состояний  $\rho_d(\varepsilon)$  в области дискретного спектра равна

$$\rho_d(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{d(\nu)}{d\varepsilon} = \frac{2^{1/2} K(\kappa)}{\pi^2 \omega_m}; \quad n_c = \frac{8}{\pi} \left( \frac{g_{1m}}{\lambda} \right)^{1/2}; \quad \kappa^2 = \frac{\varepsilon + g_{1m}}{2g_{1m}} \equiv \sin^2 \frac{\phi_r^{(0)}}{2}; \quad (8)$$

$K(\kappa)$ ,  $E(\kappa)$  – полные эллиптические интегралы первого и второго рода. Величина  $n_c \equiv (\Delta n)_{\max} \gg 1$

представляет собой максимальное число уровней в яме. В области непрерывного спектра  $\nu(\varepsilon)$  и плотность состояний  $\rho_c$  имеют вид

$$\nu(\varepsilon) = \frac{4}{\pi^2} \left( \frac{g_{1m}}{2\lambda} \right)^{1/2} E(\kappa^{-1}); \quad \rho_c(\varepsilon) = \frac{\kappa^{-1} K(\kappa^{-1})}{2^{1/2} \pi^2 \omega_m}. \quad (9)$$

Величина  $\omega_m = (\lambda g_{1m})^{1/2} \ll g_{1m}$  имеет смысл максимального расстояния между уровнями дискретного спектра. Как следует из полученных выражений, плотность состояний имеет логарифмическую особенность на границе дискретного и непрерывного спектров:  $\rho_{d,c}(\varepsilon) \sim \omega_m^{-1} \ln |1 - \varepsilon/g_{1m}|^{-1}$ ;  $\varepsilon \rightarrow g_{1m}$ . Этому отвечает обращение периода когерентных колебаний в бесконечность, то есть потеря фазовой когерентности. Все полученные величины зависят от общего числа частиц  $n_0$  как от параметра. Этот параметр может быть определен из условий минимума термодинамического потенциала.

**3.** Выясним теперь условия и характер неустойчивости относительно перехода в токовое состояние при изменении числа частиц или химического потенциала смеси. Зная плотности состояний (8), (9), получаем следующие выражения для термодинамического потенциала в областях дискретного и непрерывного спектров (в (8), (9) нужно заменить  $\varepsilon$  на  $\mu$ , причем,  $\mu$  отсчитывается от  $H_{0m}$ ):

$$\Omega(\mu) = -4E_c [(4\kappa^2 - 2)E(\kappa) + (3\kappa^2 - 2)(\kappa^2 - 1)K(\kappa)]; \quad -g_{1m} < \mu < g_{1m}; \quad (10)$$

$$\Omega(\mu) = -4E_c \kappa^3 [(4 - 2\kappa^{-2})E(\kappa^{-1}) - (\kappa^{-2} - 1)K(\kappa^{-1})]; \quad \mu > g_{1m}. \quad (11)$$

В обоих случаях имеют место выражения

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_{1m}} \right)_\mu = \frac{(3/2)\Omega + \mu N}{g_{1m}}; \quad E_c = \frac{g_{1m}}{9} \cdot \frac{n_c}{2\pi}. \quad (12)$$

Согласно определению в (8), химический потенциал и  $g_{1m}$  зависят от начальной относительной фазы. Величина  $g_{1m}$  определяет амплитуду и частоту джозефсоновских осцилляций (см. (7) и (8)). В то же время она монотонно зависит от  $n_0$  и поведение производной  $\partial\Omega/\partial g_{1m}$  полностью определяет поведение системы при изменении заселенности  $n_0$ . Из выражений (10)–(12) следует, что  $\Omega < 0$  во всей области изменения  $g_{1m}$  от 0 до  $\infty$  и с ростом  $g_{1m}$  термодинамический потенциал  $\Omega$  монотонно уменьшается, то есть

$$\left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_{1m}} \right)_\mu < 0. \quad (13)$$

Таким образом, система термодинамически неустойчива относительно роста джозефсоновских осцилляций. Увеличение  $g_{1m}$  эквивалентно или увеличению общей заселенности  $n_0$ , или увеличению межкомпонентной длины рассеяния. Чтобы найти равновесное значение  $\bar{g}_{1m}$ , нужно учесть отталкивательное взаимодействие между конденсатами, не зависящее от фаз (то есть член с  $l_1, l_2 = 0$  в (2)):  $g_{0m}(n_1, n_2) = g_0 n_{1m}(n_0 - n_{1m}) \sim \alpha g_{1m}^2$ ,  $\alpha \sim 1/|\mu_{02} - \mu_{01}|$ . С учетом этого взаимодействия, которое характеризует “жесткость” системы относительно увеличения  $g_{1m}$ , может быть записан функционал Ландау следующего вида:

$$F = \Omega(\mu, g_{1m}) + \alpha g_{1m}^2. \quad (14)$$

Равновесные значения  $\bar{g}_{1m}$  определяются из условия минимума этого функционала, то есть являются решениями уравнения

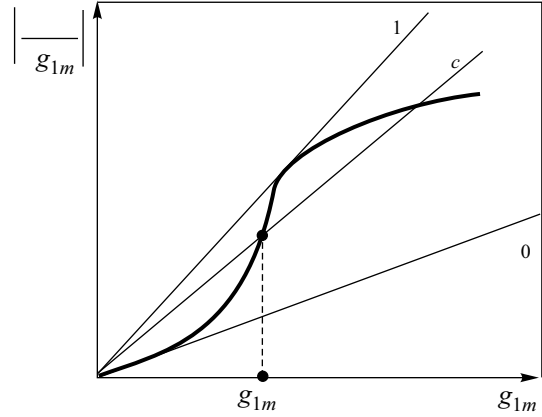
$$\left. \frac{\partial \Omega}{\partial g_{1m}} \right|_{g_{1m}=\bar{g}_{1m}} = \alpha \bar{g}_{1m}. \quad (15)$$

Существование отличного от нуля равновесного значения  $\bar{g}_{1m}$  определяет значение общего числа частиц  $\bar{n}_0$ , при котором в системе имеют место спонтанные джозефсоновские осцилляции. Иными словами, основное состояние системы является токовым, а именно, при значении химического потенциала, совпадающем с энергией одного из дискретных уровней (7), равновесное значение максимального джозефсоновского тока равно

$$|\bar{j}_{\max}^{(\nu)}| = \frac{d(\bar{\Delta}n)}{dt} = \bar{g}_{1m} \sin \frac{\bar{\mu}_\nu}{g_{1m}}. \quad (16)$$

В свою очередь, основное состояние с  $\bar{g}_{1m} = 0$  означает, что смесь конденсатов при наличии джозефсоновского взаимодействия является термодинамически неустойчивой. Это состояние отвечает заселенности одной из компонент смеси и, соответственно, отсутствию джозефсоновского тока. В этом случае при произвольном (то есть отличном от равновесного) числе частиц смеси возможны только короткоживущие динамические колебания.

Качественное поведение производной  $|\partial \Omega / \partial g_{1m}|$  показано на рисунке. Области значений  $g_{1m}$  справа и слева от точки  $g_{1m} = \mu$  отвечают дискретному и непрерывному спектрам. При этом  $|\partial \Omega / \partial g_{1m}| \sim \sim g_{1m} / (\mu \lambda)^{1/2}$  при  $\mu \gg g_{1m}$ ;  $|\partial \Omega / \partial g_{1m}| \sim (g_{1m} / 2\lambda)^{1/2}$  при  $\mu \ll g_{1m}$ ;  $|\partial^2 \Omega / \partial g_{1m}^2| \sim \ln |g_{1m} - \mu|^{-1}$  при  $|\mu - g_{1m}| \rightarrow 0$ . Значение  $\alpha_0$ , определяющее касательную к кривой  $|\partial \Omega / \partial g_{1m}|$  в нуле, равно  $\alpha_0 = \frac{1}{\pi} (\mu \lambda)^{-1/2}$ . Графическое решение уравнения (15)



(см. рисунок) дает следующие результаты. При  $\mu > 0$  и  $\alpha < \alpha_0$  состояние с  $\bar{g}_{1m} = 0$  абсолютно неустойчиво; основным состоянием системы является состояние с  $\bar{g}_{1m} \neq 0$ . При  $\alpha_0 < \alpha < \alpha_c$ ,  $\alpha_c \approx 1.14\alpha_0$ , состояние с  $\bar{g}_{1m} = 0$  становится метастабильным; основным состоянием по-прежнему является токовое состояние. При  $\alpha_c < \alpha < \alpha_1$ ,  $\alpha_1 \approx 1.25\alpha_0$ , метастабильным становится состояние с  $\bar{g}_{1m} \neq 0$ . Наконец, при  $\alpha > \alpha_1$  уравнение (15) не имеет решений с  $\bar{g}_{1m} \neq 0$ . Отметим, что состояниям с  $\bar{g}_{1m} \neq 0$  и  $\bar{g}_{1m} = 0$  отвечают области дискретного и непрерывного спектров, соответственно. Из определения  $\alpha_0$  следует, что чем больше внутриконденсатное взаимодействие  $\lambda$ , тем уже область существования токового состояния. Воспользовавшись (8), нетрудно также показать, что с увеличением значения начальной фазы  $\phi_r^{(0)}$  химический потенциал  $\mu > 0$  уменьшается, а значит, область существования токового состояния расширяется.

При  $\mu < 0$  конденсат на дискретных уровнях существует независимо от значений  $\alpha$ . В этом смысле значение  $\mu = 0$  определяет максимально неустойчивое состояние системы, которому, как легко показать, отвечает число частиц  $n_{0c} = 0.2n_c$ . В то же время, если при фиксированном  $\alpha$  уменьшать общее число частиц, то переход в токовое состояние происходит скачком при значении химического потенциала  $\mu = \mu_c = \alpha^2 / \lambda$ .

Конкуренция между джозефсоновским взаимодействием  $g_1(n_1, n_2)$  и взаимодействием  $g_0(n_1, n_2)$  типа “плотность–плотность”, благодаря которой формируется токовое основное состояние, в резонансной области играет ту же роль, что и конкуренция между туннелированием и внутриконденсатным взаимодействием для динамических нерезонансных решений [7, 4]. Переходу в динамических решениях, упомянутому в разд.1, в резонансной области соответствует переход от токового основного состояния к

состоянию, в котором смесь конденсатов с джозефсоновским взаимодействием термодинамически неустойчива, так как  $\bar{g}_{1m} = 0$ . Отметим также, что поскольку гамильтониан (5) описывает осцилляции с амплитудой много меньшей резонансных заселенностей (первое неравенство в (6)), то резонансная область по определению отвечает сильно нелинейному режиму.

Следует подчеркнуть, что работах [4, 7] резонансная область, определенная соотношениями (3), (6), не рассматривалась. Однако нетрудно показать, что для одинаковых конденсатов условия (6) применимости резонансного решения выполняются тождественно. Таким образом, решения, полученные в [4] для одинаковых конденсатов без учета условия резонанса, по меньшей мере, являются термодинамически неустойчивыми. В работе [5] не учтено, что условие резонанса определяет заселенности компонент смеси. По этой причине даже динамическое состояние, найденное в [5], по-видимому, не имеет места.

В случае резонансов с  $l_{1r}, l_{2r} \neq 1$  выражения для основных величин отличаются от полученных выше численными множителями, составленными из  $l_{1r}, l_{2r}$ . Поскольку в (2)  $g_{l_1 l_2}(n_1, n_2) \sim n_1^{l_{1r}/2} n_2^{l_{2r}/2}$ , то с ростом числа частиц смеси основной вклад в термодинамические функции могут давать резонансы все более высокого порядка. При этом характерная частота  $\omega_m$  джозефсоновских осцилляций увеличивается как  $l_{ir}$  и, соответственно, увеличиваются ширины резонанс-

ных областей  $\sim \lambda(\Delta n)_{\max} \sim \omega_m$ . Если при некотором критическом значении числа частиц становится возможным перекрытие резонансных областей, фазовая когерентность нарушается и наступает стохастический режим, при котором фаза меняется случайным образом.

Выражаю благодарность Ю.М.Кагану и Л.А.Максимову, а также В.Бабиченко и С.Бурмистрову за полезные обсуждения. Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований и INTAS (# 97-11066).

- 
1. C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Christ et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 586 (1997).
  2. A. Rohrl, M. Naraschewski, A. Schenzle, and H. Wallis, Phys. Rev. Lett. **78**, 4143 (1997).
  3. D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Phys. Rev. Lett. **81**, 1543 (1998).
  4. S. Raghavan, A. Smerzi, S. Fantoni, and V. B. Shenoy, Phys. Rev. **A59**, 620 (1999).
  5. J. Williams, R. Walser, J. Cooper et al., Phys. Rev. **A59**, R31 (1999).
  6. M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Meisner et al., Science **275**, 637 (1997).
  7. G. J. Milburn, J. Corney, E. M. Wright, and D. F. Walls, Phys. Rev. **A55**, 4318 (1997).
  8. H.-J. Meisner, D. M. Stamper-Korn, J. Stengler et al., Phys. Rev. Lett. **82**, 2228 (1999).