Письма в ЖЭТФ, том 82, вып. 7, с. 445 – 448

Конденсат, сохраняющий симметрию лагранжиана. Нарушение симметрии

В. В. Владимирский

Институт теоретической и экспериментальной физики, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 21 апреля 2005 г.
После переработки 1 августа 2005 г.

Многокомпонентное скалярное поле при нарушении устойчивости вакуума теории возмущений может сохранять симметрию лагранжиана. Это приводит к появлению вырожденного вакуума. Спектр возбуждений вырожденного вакуума несколько отличается от спектра, возникающего при спонтанном нарушении симметрии. Рассмотрено предположение о возникновении такого конденсата в вакууме квантовой хромодинамики.

PACS: 11.15.Ex

1. Постановка вопроса. После публикации статей Голдстоуна и Хиггса [1, 2] в литературе, посвященной непертурбативным эффектам в квантовой теории поля, укоренилось мнение, что при потере устойчивости тривиального вакуума теории возмущений происходит спонтанное нарушение симметрии и именно это явление приводит к появлению массы у калибровочных бозонов. Более осторожный подход к нарушению симметрии показывает, что симметрия разрушается только если есть взаимодействия, способствующие этому процессу. Массы калибровочных бозонов возникают в результате появления конденсата. Конденсат при этом может нарушать симметрию, а может быть полностью симметричным. Обязательное нарушение симметрии происходит в классической (неквантовой) теории поля. Перенос этого явления в квантовую теорию не всегда обоснован. Впрочем, взаимодействие полей материи с калибровочными полями само может способствовать нарушению симметрии, так что в конечном счете нарушение симметрии в ситуации, когда возможен механизм Хиггса, все же происходит, но не совсем так, как в классической теории. Забегая вперед, можно сказать, что если из обычного описания спонтанного нарушения симметрии исключить слово “спонтанного”, то можно сохранить все формулы и результаты. Это, однако, не означает, что описанное ниже различие между классическим и квантовым подходами к нарушению симметрии несущественно. Как нам кажется, в сложных проблемах теории поля возможно появление нетривиальных проверяемых эффектов.

Различие между классическим и квантовым подходами можно проследить на простом примере из атомной физики, в котором потери устойчивости системы не происходит. Рассмотрим движение бесспиновой частицы в центральном поле сил притяжения. Наинизшее связанное состояние обладает нулевым вращательным моментом. При классическом рассмотрении движение возможно только в радиальном направлении – вращательная симметрия нарушена. В квантовой механике возникает S-состояние, обладающее симметрией вращения, волновая функция от угловых переменных не зависит– симметрия сохранена.

Аналогичное различие должно проявляться и в других случаях вырождения лагранжиана по каким-либо координатам (в том числе обобщенным). В классической теории могут быть зафиксированы одновременно координата и ее производная по времени. В квантовой теории этому препятствуют канонические перестановочные соотношения. Это дает шанс для сохранения симметрии.

2. Простейшая модель. Рассмотрим в обычном пространстве Минковского n-компонентное вещественное скалярное поле ϕ_j с плотностью лагранжиана

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_j\partial_\mu\phi_j) - \frac{1}{2}\mu^2\phi_j\phi_j - \frac{1}{4}\lambda(\phi_j\phi_j)^2. \quad (1)$$

Обычно такая теория называется линейной сигма-моделью, а при отрицательном квадрате массы – моделью Гинзбурга–Ландау. Соответствующая функция Гамильтона (плотность энергии) равна

$$H(\pi_j,\phi_j) = \frac{1}{2}\pi_j\pi_j + \frac{1}{2}(\nabla\phi_j\nabla\phi_j) + \frac{1}{2}\mu^2\phi_j\phi_j + \frac{\lambda}{4}(\phi_j\phi_j)^2. \quad (2)$$

Здесь $\pi_j = \partial L/\partial\dot{\phi}_j$ – импульс, сопряженный полю ϕ_j, ∇_v – производные по пространственным координатам. Теперь можно выполнить каноническое квантование, введя коммутационные соотношения

$$[\phi_i(x,t),\phi_j(x',t)] = [\pi_i(x,t),\pi_j(x',t)] = 0, \quad (3)$$

$$[\pi_i(x,t),\phi_j(x',t)] = -i\delta_{ij}\delta^3(x-x') \tag{4}$$

и волновую функцию (функционал) $\Psi(\phi_j, x_\mu)$. Удобно сразу выполнить разложение Фурье по координатам функций $\phi_j(x_\mu)$:

$$\phi(x,t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{ikx}\phi(k,t), \tag{5}$$

$$H\Psi = \left(\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\phi_j\partial\phi_j} + \frac{1}{2}(k_\mu k_\mu \phi_j\phi_j) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{2}\mu^2\phi_j\phi_j + \frac{\lambda}{4}(\phi_j\phi_j)^2\right)\Psi, \tag{6}$$

индекс μ здесь пробегает только пространственные значения 1, 2, 3.

Нас будет интересовать, что происходит при потере устойчивости такой теории, или, проще говоря, при $\mu^2 < 0$. Для упрощения формул ограничимся пока случаем двух полей

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi_1\partial_\mu\phi_1 + \partial_\mu\phi_2\partial_\mu\phi_2) - \frac{\lambda}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2 - v^2)^2, \tag{7}$$

где v – вещественная константа размерности массы. С помощью подстановки

$$\varphi = \varphi_1 + i\varphi_2 = |\varphi|e^{i\theta} \tag{8}$$

перейдем к полярным координатам в пространстве полей. Теперь минимум энергии достигается при $|\varphi| = v$. Угол ϑ может быть любым, $0 < \vartheta < 2\pi$. Очевидно, что подходящим вакуумным решением для скаляра, не зависящего от координат, следует считать волновую функцию $R(\varphi)$, которая не зависит от угла ϑ и принимает существенно отличные от нуля значения только вблизи минимума энергии. Спонтанное нарушение $O(2)$-симметрии происходит в классической теории: угол ϑ принимает любое определенное значение, а его производная по времени равна нулю, $\partial\vartheta/\partial t = 0$. В квантовой теории это несовместимо с перестановочным соотношением (4), правую часть которого можно считать нулем только с большой натяжкой. Правильное квантовое решение сохраняет симметрию лагранжиана. Действительно, из (4) следует

$$\varphi[\dot{\vartheta}(\mathbf{x}), \vartheta(\mathbf{x}')] \propto -i\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}'), \tag{9}$$

угол ϑ не может быть определен одновременно со своей производной по времени. Преимущество решения $\Psi = R(\varphi)$ перед формулами, соответствующими спонтанному нарушению симметрии, не совсем очевидно, поскольку речь идет о системе с бесконечно большим объемом и бесконечно большим числом степеней свободы, однако следует учитывать, что оно является точным решением вариационной задачи по определению волнового функционала, а спонтанное нарушение симметрии никакому решению квантово-механической задачи не соответствует. Обычно волновая функция $\Psi = R(\varphi)$ не используется потому, что она соответствует бесконечному радиусу корреляции, для многих применений это неприемлемо, и для исключения такого решения используется аксиома кластерного разложения $\langle 0|\varphi(x)\varphi(y)|0\rangle \to \langle 0|\varphi(x)|0\rangle\langle 0|\varphi(y)|0\rangle$ при $|x-y| \to \infty$. Однако кластерное разложение, естественное в физике сплошных сред, к рассматриваемой модели не применимо. Значительно проще использовать взаимодействие с калибровочным электромагнитным полем, которое присутствует в таких задачах.

3. Взаимодействие с абелевым калибровочным полем. Рассмотрим лагранжиан заряженного скалярного поля, взаимодействующего с калибровочным векторным полем

$$L = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu})^2 + |D_\mu\phi|^2 - V(\phi),$$
$$F_{\mu\nu} = D_\mu A_\nu - D_\nu A_\mu, \quad D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu, \tag{10}$$
$$V(\phi) = -\mu^2\phi^*\phi + \frac{\lambda}{2}(\phi^*\phi)^2, \quad \mu^2 > 0.$$

Введение отличного от нуля заряда $e \neq 0$ сразу нарушает безразличие конденсата к выбору азимутального угла ϑ, конденсат может быть положительным, отрицательным или нейтральным. Минимум энергии имеет нейтральный конденсат. Чтобы проследить эту ситуацию достаточно определить операторы уничтожения положительных частиц

$$\phi_+ = \frac{\phi_1 - i\phi_2}{\sqrt{2}} \tag{11}$$

и отрицательных частиц

$$\phi_- = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}}, \tag{12}$$

и соответствующий вектор плотности тока:

$$j_\lambda = \frac{e}{2}[\phi^+ i\partial_\lambda\phi + (i\partial_\lambda\phi)^+\phi].$$

Нейтральный конденсат возникает, если в операторе поля конденсата в результате взаимодействия с векторным калибровочным полем A_λ остается только одна компонента из двух – либо ϕ_1 либо φ_2 ($\vartheta = 0$ или $\vartheta = \pi/2$), и называть такое нарушение симметрии спонтанным не следует. Впрочем, это вопрос терминологии. После введения взаимодействия условия выполнимости теоремы Голдстоуна нарушаются и кванты азимутального движения в групповом пространстве (изменение ϑ) должны, как минимум, приобрести массу.

В действительности ситуация оказывается несколько более сложной. Структура лагранжиана (10) не требует квантования заряда, перестановочные соотношения для скалярных и векторных полей также не содержат такого требования, поэтому возникает некоторый произвол в формульной записи взаимодействия, в частности, в оригинальной статье Хиггса [2] не используется комплексная запись заряженного поля, а вместо мнимой единицы используется перестановка полей ϕ_1, ϕ_2. В любом варианте формульной записи зарядовому сопряжению сопоставляется оператор инволюции. Основным физическим выводом из анализа рассмотренной Хиггсом модели является возможность появления ненулевой массы калибровочного поля. Этот результат не зависит от отмеченных выше особенностей модели и сохраняется при принудительном квантовании заряда. По-видимому, не следует ожидать каких-либо новых эффектов для моделей, основанных на абеловой группе симметрии или сводящихся к симметрии $U(1)$. Нечто новое может возникнуть при анализе менее изученных неабелевых групп симметрии.

4. Группа цвета. В адронной физике модель кварков и глюонов существует уже много лет, она основана на $SU(3)_{\text{col}}$-симметрии группы цвета. Никаких признаков нарушения симметрии до сих пор не появилось. В то же время есть основания полагать, что вакуум глюонного поля отличается от тривиального вакуума теории возмущений: имеется вакуумный конденсат. Переход от классической к квантовой трактовке понятия "состояние" позволяет заменить требование "вакуум должен быть синглетом по цвету" более мягким: "вакуум должен иметь свойства центра группы цвета" (коммутировать с любым генератором группы). Кроме того, в присоединенном представлении появляется симметричное по цвету состояние – дополнительный центр. Это состояние является хорошим кандидатом для вакуума КХД.

Пагельс и Томбулис [3] отмечали, что асимптотическая свобода квантованного уравнения Янга–Миллса приводит в инфракрасной области к неограниченному увеличению эффективной константы связи и, в конечном счете, к появлению вакуумного конденсата. Дальнейшее развитие этой концепции было опубликовано в работах [4 – 11]. На основании этих статей вырисовывается следующий сценарий формирования вакуумного состояния.

В исходный лагранжиан

$$L = -F^2/4g^2 \tag{13}$$

вводятся квантовые поправки. Полученный в результате эффективный лагранжиан имеет при некотором значении F^2 максимум (минимум энергии). Это и определяет величину конденсата.

Напряженность поля в ЯМ теории

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + c^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \tag{14}$$

состоит из членов с производными, которые условно можно назвать геометрическими, F_{geom}, и члена со структурной константой, который назовем алгебраическим, $F_{a\lg ebr}$. Соответственно, в квадрате напряженности поля будут геометрические, алгебраические и смешанные члены: $\langle F^2\rangle = \langle F^2_{\text{geom}}\rangle + \langle F^2_{a\lg ebr}\rangle + 2\langle F_{\text{geom}} F_{a\lg ebr}\rangle$.

Будем предполагать, что алгебраические члены в вакуумном конденсате доминируют. Это означает, что вакуумные поля в пространстве–времени изменяются не слишком быстро, и взаимодействия некоммутирующих компонент потенциала, характерные для неабелевой теории, дают основной вклад в величину конденсата.

Симметрия вакуума требует, чтобы состояние не изменялось при смещении в пространстве–времени, поворотах и глобальных групповых преобразованиях. При квантовом подходе это достигается, если вакуумный вектор в гильбертовом пространстве (волновая функция) не зависит от координат, вращений и групповых преобразований, допустима только зависимость от F^2 и, возможно, от других инвариантов группы симметрии. Групповое пространство $SU(3)$ компактно, так что волновая функция интегрируется по сфере размерности 7 в восьмимерном групповом пространстве. При этом изменяются только угловые переменные группового пространства, как в нелинейной сигма-модели. Мы считаем, что временная компонента потенциала мала или вовсе отсутствует, что соответствует гамильтоновой калибровке. Три волновых функции пространственных компонент потенциала образуют общую волновую функцию конденсата. Такой конденсат имеет следующие свойства:

$$\langle A^a_\mu\rangle = 0, \quad \langle F^a_{\mu\nu}\rangle = 0,$$
$$\langle F^2\rangle = \langle F^2_{\mu\nu} F^a_{\mu\nu}\rangle > 0. \tag{15}$$

Они совпадают с ожидаемыми феноменологическими свойствами глюонного конденсата, что может служить аргументом в пользу рассматриваемой модели.

Для применений важно выяснить, определяет ли описанная выше процедура состояние вакуума однозначно или есть несколько вырожденных состояний. По-видимому, вырождение имеется. Это следует из анализа суперсимметричных теорий [12], кроме того, структурные константы имеют различную абсолютную величину, и это может привести к вырождению при полной симметрии в фундаментальном представлении.

5. Заключение. В системах с бесконечно большим объемом вакуум многокомпонентного скалярного поля может сохранить симметрию лагранжиана даже при потере устойчивости, приводящей к выпадению конденсата. Нарушение симметрии, как правило, происходит только под действием несимметричных сил. Спонтанное нарушение симметрии в квантовой теории поля отсутствует. Наличие квантовых эффектов, способствующих сохранению симметрии, не исключает существования квантовых аномалий, которые приводят к нарушению приближенной симметрии (например, киральной). В КХД симметричный по группе цвета конденсат, соответствующий дополнительному дискретному центру группы, приводит к вырождению вакуума (две или более фазы) и, возможно, к появлению дополнительных адронных состояний.

Затронутые здесь вопросы в разное время обсуждались с М. Б. Волошиным, С. С. Герштейном, В. К. Григорьевым, О. В. Канчели, Л. В. Лаперашвили, Л. Б. Окунем и Х. Б. Нильсеном. Я выражаю им искреннюю благодарность за ценные замечания.

1. Goldstone, Nuovo Cim. **9**, 154 (1961). S. Coleman, *Secret symmetry: an introduction to spontaneous symmetry breakdown and gauge fields, in Aspects of symmetry*, Selected Erice Lectures of Sidney Coleman, Cambridge, 1985.
2. P. W. Higgs, Phys. Rev. **145**, 1156 (1966).
3. H. Pagels and E. Tomboulis, Nucl. Phys. B **143**, 485 (1978).
4. G. K. Savvidy, Phys. Lett. B **71**, 133 (1977).
5. S. G. Matinyan, Nucl. Phys, B **143**, 539 (1978).
6. Баталин, С. Г. Матинян, Г. К. Саввиди, ЯФ **26**, 407 (1977).
7. В. В. Владимирский, ЯФ **58**, 197 (1995).
8. В. В. Владимирский, ЯФ **59**, 2063 (1996).
9. В. В. Владимирский, Д. В. Перегудов, ЯФ **61**, 573 (1998).
10. В. В. Владимирский, ЯФ **65**, 330 (2002).
11. В. В. Владимирский, ЯФ **66**, 2266 (2003).
12. E. Witten, Nucl. Phys. B **202**, 253(1982); M. A. Shifman and A. I. Vainshtein, HEP-TH 9902018.