Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 9, стр. 372 – 374 *10 ноября 1985 г.*

КАК ОБНАРУЖИТЬ ДРОБНЫЙ ЗАРЯД КВАЗИЧАСТИЦ?

В.Л.Покровский, А.Л.Талапов

Вычислен минимальный заряд квазичастиц, образующихся в несжимаемой квантовой жидкости. Сильная зависимость энергетической щели от величины этого заряда позволяет проверить выводы теории.

Дробный квантовый эффект Холла, открытый Тсуи и др. [1], является объектом интенсивного изучения. Для объяснения этого эффекта Лафлин [2] выдвинул идею о квазичастицах с дробным зарядом. Он предположил, что электроны, находящиеся в сильном магнитном поле на первом уровне Ландау, при определенных концентрациях образуют несжимаемую квантовую жидкость. Эти концентрации равны

$$\nu \equiv \frac{N}{2S} = \frac{1}{m}, \tag{1}$$

где N – число электронов, $2S$ – число квантов потока через площадь, занимаемую электронами, m – нечетное целое число. Лафлин показал, что при числе квантов потока, отличающемся на единицу от определяемого формулой (1) при заданном N, лишний или недостающий квант потока связывается с локальным изменением электронной плотности. Это изменение электронной плотности можно трактовать как квазичастицу, плавающую в несжимаемой однородной квантовой жидкости. Воспользовавшись формальной аналогией с однозарядной плазмой, Лафлин получил, что модуль эффективного заряда квазичастиц $|e^*|$ равен

$$|e^*| = |e|/m, \tag{2}$$

где e — заряд электрона.

Величина заряда квазичастиц играет важную роль при вычислении поперечной проводимости σ_{xy} [3]. Поэтому представляет интерес другой вывод формулы (2), основанный на калибровочной инвариантности [4]. Результаты [4] были получены только вблизи заполнений $\nu = 1/m$. В данной работе мы вычисляем минимальный заряд квазичастиц вблизи других рациональных значений $\nu = p/q$.

Рассмотрим сначала частный случай $\nu = 1/m$ и приведем упрощенный вариант вывода [4]. Волновая функция квазидырки при $\nu = 1/m$, предложенная Лафлиным [2], имеет вид

$$\psi = \prod_{i=1}^{N} (z_i - \zeta)\, \psi_L (z_1, \ldots, z_N), \tag{3}$$

где

$$\psi_L = \prod_{\alpha<\beta}^{N} (z_\alpha - z_\beta)^m \exp[-\sum_{l=1}^{N} |z_l|^2/4]. \tag{4}$$

Здесь z — комплексные координаты электронов, ζ — координата квазидырки. В работах [5,6] показано, что (3) является точной волновой функцией основного состояния, когда кулоновское взаимодействие между электронами заменено короткодействием.

Рассмотрим большой замкнутый контур Г, внутри которого содержится n электронов. Обход квазидырки по этому контуру дает изменение фазы волновой функции (3) на величину $(-2\pi n)$. С другой стороны, из калибровочной инвариантности следует, что это изменение фазы равно $(e^*/\hbar c)\,\phi$, где ϕ — магнитный поток через площадь, ограниченную контуром Г. При $\nu = 1/m$ на каждый электрон приходится m квантов потока $\phi_0 = 2\pi\hbar c/e$. Приравнивая изменения фазы, полученные двумя способами, находим

$$-2\pi n = \frac{e^*}{\hbar c}\, nm\phi_0 = 2\pi nm\,\frac{e^*}{e}. \tag{5}$$

Отсюда получаем результат (2).

Для вычисления заряда квазичастиц не обязательно знать точный вид их волновой функции.

Пусть при некотором рациональном заполнении $\nu = p/q$ волновая функция невырождена. Изменим число квантов потока на ± 1. Если дополнительный квант связан с локальным изменением электронной плотности, то нетрудно найти заряд этого локального образования. При обходе электрона по контуру, окружающему локализованный квант, фаза волновой функции изменяется на $\pm 2\pi$. Поэтому при обходе локализованного кванта вокруг электрона фаза меняется на $\mp 2\pi$. Повторяя рассуждения, приведенные выше, получаем, что заряд, связанный с локализованным квантом потока, равен $\mp e\nu$.

Если ν равно не $1/m$, а скажем, $\nu = p/(mp \pm 1)$, где m — нечетное, а p — четное число, то квазичастицы с минимальным зарядом получаются более сложно. Согласно Холдейну [7] и Халперину [8], такие заполнения возникают из лафлиновских состояний с $\nu = 1/m$, если квазидырки или квазиэлектроны сами образуют лафлиновскую несжимаемую жидкость с концентрацией $1/p$. Новые квазичастицы с минимальным зарядом получатся одновременным увеличением числа квантов потока и числа квазиэлектронов с зарядом e/m на единицу. Минимально возможный заряд равен

$$e^*_{m,p} = \pm \frac{e}{m(mp \pm 1)}. \tag{6}$$

В частности, вблизи заполнения $\nu = 2/5$ заряд квазиэлектронов равен $e/15$, а вблизи $\nu = 2/7$ величине $e^* = e/21$.

Аналогичное рассмотрение показывает, что $e^* = e/35$ при $\nu = 3/7$.

Энергетическая щель в спектре возбуждений электронной жидкости при $\nu = p/q$ имеет порядок

$$\epsilon \sim \frac{(e^*)^2}{\kappa\, l_H^*}\,, \tag{7}$$

где κ – диэлектрическая проницаемость, l_H^* – магнитная длина

$$l_H^* = \sqrt{\frac{\hbar c}{|e^*|H}}\ . \tag{8}$$

Заметим, что $\epsilon \sim (e^*)^{5/2}$. Для близких значений заполнения ν величины щели ϵ могут сильно отличаться. Например,

$$\frac{\epsilon(\nu = 2/5)}{\epsilon(\nu = 1/3)} \sim \left(\frac{1}{5}\right)^{5/2} \approx 0{,}02\ . \tag{9}$$

Таким образом, измеряя щель в спектре, можно проверить, действительно ли заряды квазичастиц при $\nu = p/(mp \pm 1)$ подчиняются формуле (6).

Величина ϵ определяет также максимальную температуру существования ступеньки на холловской характеристике.

Литература

1. *Tsui D.C., Störmer H.L., Gossard A.C.* Phys. Rev. Lett., 1982, 48, 1559.
2. *Laughlin R.B* Phys. Rev. Lett., 1983, 50, 1395.
3. *Покровский В.Л., Талапов А.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1985, 42, 68.
4. *Arovas D., Schrieffer J.R., Wilczek F.* Phys. Rev. Lett., 1984, 53, 722.
5. *Покровский В.Л., Талапов А.Л.* J. Phys. C., 1985, 18, L691.
6. *Trugman S.A., Kivelson S.* Phys. Rev., 1985, B31, 5280.
7. *Haldane F.D.* Phys. Rev. Lett., 1983, 51, 605.
8. *Halperin B.I.* Phys. Rev. Lett., 1984, 52, 1583.

Институт теоретической физики им. Л.Д.Ландау
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
24 сентября 1985 г.