

## Проявление сверхпроводящего спаривания отталкивающихся частиц с большим суммарным импульсом при андреевском отражении

Ю. В. Копяев<sup>1)</sup>, В. М. Софронов<sup>+</sup>

*Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

<sup>+</sup> *Московский государственный институт электронной техники (ТУ), 124498 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 15 сентября 2005 г.

Рассмотрены особенности андреевского отражения на границе раздела нормальный металл – сверхпроводник при спаривании с большим суммарным импульсом  $\mathbf{K}$  из-за отталкивательного взаимодействия. Подавление интенсивности андреевского отражения по сравнению со случаем  $\mathbf{K} = \mathbf{0}$  имеет место, когда направление движения дырки, возникающей при образовании падающим электроном пары с  $\mathbf{K} \neq \mathbf{0}$ , соответствует прохождению. Другая причина подавления интенсивности состоит в том, что из-за отталкивательного взаимодействия сверхпроводящий параметр порядка имеет линию нулей, и минимум энергии квазичастиц, определяющий точку поворота, не совпадает с контуром Ферми, на котором изменяется знак заряда квазичастиц (зарядовая асимметрия).

PACS: 74.20.–z, 74.25.–q

Определение симметрии параметра порядка высокотемпературных сверхпроводящих (ВТСП) купратов имеет огромное значение для понимания физики высокотемпературной сверхпроводимости. Одним из основных методов, позволяющим зафиксировать сверхпроводящую щель и проверить ее тип симметрии, является измерение спектров андреевского отражения. В случае обычных сверхпроводников андреевское отражение приводит к тому, что проводимость перехода нормальный металл–сверхпроводник (NS) в области напряжений, меньших величины щели, увеличивается в два раза по сравнению со случаем, когда сверхпроводник находится в нормальном состоянии. Установлено, что в ВТСП купратах увеличение проводимости может быть меньше чем в два раза [1]. Вопрос о причине этого экспериментального факта до сих пор остается открытым. В работе мы рассмотрим андреевское отражение на NS границе раздела в модели сверхпроводящего спаривания с большим суммарным импульсом с отталкивательным взаимодействием ( $\mathbf{K}$ -спаривания) [2]. Как мы увидим ниже, отличие от нуля суммарного импульса пары приводит к значительному уменьшению величины дифференциальной проводимости в области напряжений, где проявляется андреевское отражение.

Как показано в работах [3, 4], синглетное сверхпроводящее спаривание с большим суммарным импульсом при отталкивательном взаимодействии ста-

новится возможным даже при сколь угодно малой константе связи, если выполнено условие зеркального нестинга. Это условие выполняется при особом виде электронного (дырочного) закона дисперсии, когда участки контура Ферми (аналог поверхности Ферми в квазидвумерной системе) совпадают с изолинией энергии относительного движения пары с выделенным суммарным импульсом  $\mathbf{K}$ . Условие зеркального нестинга может быть записано в виде

$$\varepsilon(\mathbf{K}/2 - \mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{K}/2 + \mathbf{k}), \quad (1)$$

где  $\varepsilon(\mathbf{K}/2 \pm \mathbf{k})$  – закон дисперсии частиц, составляющих пару,  $\mathbf{k}$  – импульс относительного движения пары.

Можно привести несколько примеров выполнения условия зеркального нестинга [4]. Так, например, условие (1) выполняется, если контур Ферми представляет собой четыре кармана, центрированных в точках, принадлежащих симметричным направлениям. Такие дырочные карманы наблюдаются в недодопированных купратах из-за наличия диэлектрической щели в электронном спектре [5]. Несмотря на то, что в основном объектом экспериментальных исследований являются дырочные купраты, будем рассматривать задачу андреевского отражения в терминах падающих электронов и отраженных дырок. Таким образом, будем считать, что возбуждения вне контура Ферми являются квазиэлектронами, а внутри – квазидырками.

<sup>1)</sup>e-mail: kopyaev@sci.lebedev.ru

На доступные для спаривания области импульсно-пространства накладываются определенные кинематические ограничения, связанные с тем, что частицы, образующие пару, должны обе лежать либо внутри, либо вне контура Ферми. Очевидно, что существуют четыре эквивалентные кинематически разрешенные области  $\Xi_K$ , каждая из которых определяется суммарным импульсом пары  $\mathbf{K}$ , имеющим одинаковую длину для каждой из областей.

Симметрия параметра порядка определяется взаимодействием, смешивающим состояния пар, относящихся к эквивалентным областям  $\Xi_K$ . Соответственно параметр порядка может иметь либо один и тот же знак до и после поворота на  $\pi/2$  вокруг центра 2D зоны Бриллюэна ( $s$ -тип симметрии), либо противоположные знаки ( $d$ -тип симметрии).

Когда перекрытие между эквивалентными областями  $\Xi_K$  отсутствует, можно рассматривать каждую разрешенную область независимо.

В случае синглетного сверхпроводящего спаривания отталкивающихся частиц с большим суммарным импульсом параметр порядка  $\Delta_K(\mathbf{k})$  внутри области  $\Xi_K$  меняет знак при переходе через пересекающую контур Ферми линию нулей [4]

$$\Delta_K(k) = \Delta_{0K}(1 - k^2/k_0^2), \quad (2)$$

где  $\Delta_{0K}$  определяет энергетический масштаб сверхпроводящей щели, а  $k_0$  – радиус линии нулей.

Зависимость сверхпроводящей щели от импульса относительного движения (2) приводит к тому, что минимум энергии квазичастичных возбуждений

$$E_{Kk} = \sqrt{\xi_{Kk}^2 + \Delta_{Kk}^2} \quad (3)$$

не совпадает с контуром Ферми. Здесь  $\xi_{Kk}$  – кинетическая энергия пары, отсчитанная от химического потенциала (рис.1).

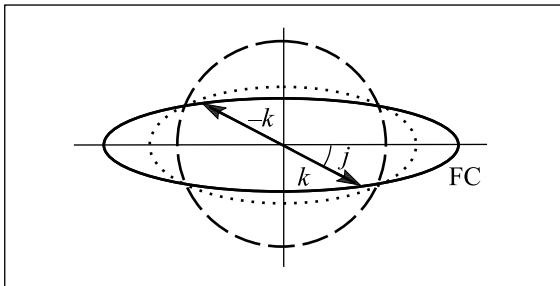


Рис.1. Один из карманов контура Ферми FC. Показана линия нулей параметра порядка (штриховая линия) и линия минимумов энергии квазичастичных возбуждений (пунктирная линия). Введен полярный угол  $\varphi$

Найдем полный ток через границу раздела между нормальным металлом N и сверхпроводником S с одинаковым законом дисперсии электронов в обеих областях.

Будем считать, что частицы в нормальной области движутся в баллистическом режиме. Кроме того, допустим, что частицы, падающие на NS-границу со стороны N области, распределены в соответствии с равновесной функцией распределения Ферми–Дирака со сдвигом по энергии из-за приложенного напряжения  $f_0(E - eV)$  [6]. Мы выбрали химический потенциал сверхпроводника за начало отсчета энергии частиц.

В отсутствие барьера на границе раздела частица, падающая из нормальной области в сверхпроводник, может либо испытать андреевское отражение, либо проникнуть в глубь сверхпроводящей области. Обозначим вероятности этих процессов  $A$  и  $B$ , соответственно

$$A + B = 1.$$

С учетом вышесказанного ток через NS-границу с нормальной стороны перехода может быть записан в виде

$$I_{NS} = \sum_{\mathbf{K}} \left( I_K + \frac{1}{eR_N} \int_{-\infty}^{\infty} T_K(E) \times [f_0(E - eV) - f_0(E)] dE \right). \quad (4)$$

Здесь суммирование проводится по векторам  $\mathbf{K}$ , имеющим нулевую или положительную проекцию на нормаль к поверхности раздела. Сопротивление определяется формулой

$$R_N = (2N(0)e^2 v_{KkF} \Omega)^{-1},$$

где  $N(0)$  – плотность состояний на контуре Ферми,  $\Omega$  – площадь перехода, скорость Ферми  $v_{KkF} = \nabla_k \xi_{Kk}|_{k=k_F}$ . Эффективный коэффициент прохождения [7]

$$T_K(E) = \int_0^{\pi/2} d\varphi \frac{\cos \varphi}{2\pi} [1 + A_K(E, \varphi)], \quad (5)$$

полярный угол  $\varphi$  отсчитывается от нормали к поверхности раздела (плоскость  $\text{CuO}_2$  перпендикулярна поверхности раздела). Компонента  $I_K$  полного тока отражает тот факт, что на каждую частицу в области  $\Xi_K$  приходится средний импульс  $\mathbf{K}/2$ ,

$$I_K \propto \mathbf{v}_K \cdot \mathbf{n} \Omega V, \quad (6)$$

где  $\mathbf{v}_K$  – скорость центра масс области  $\Xi_K$ ,  $\mathbf{n}$  – нормаль к поверхности раздела.

Рассмотрим случай, когда граница раздела ориентирована так, что нормаль к поверхности соответствует направлению одного из суммарных векторов  $\mathbf{K}$ , обозначим его  $\mathbf{K}'$  (рис.2). В отличие от

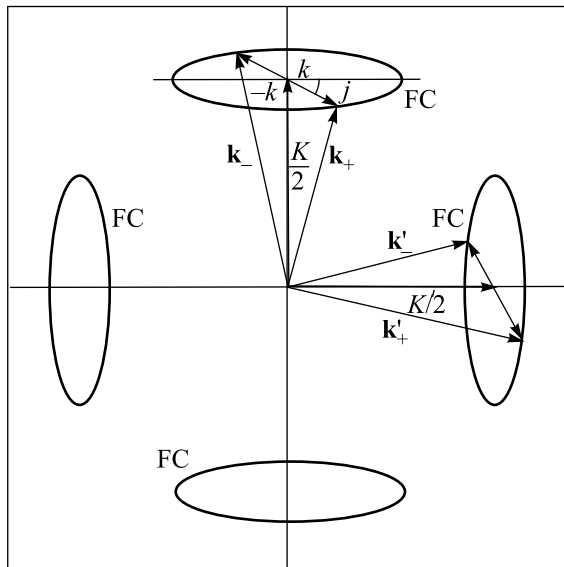


Рис.2. Образование пары с большим суммарным импульсом. Направление суммарного вектора  $\mathbf{K}'$  соответствует направлению нормали к поверхности раздела. Частица, налетающая на границу с импульсом  $\mathbf{k}_+$ , отражается по андреевски с импульсом  $\mathbf{k}_-$ , а частица, падающая с импульсом  $\mathbf{k}'_+$ , проходит в сверхпроводник как квазидырка с импульсом  $\mathbf{k}'_-$  (геометрическое андреевское прохождение)

случая с нулевым суммарным импульсом пары при спаривании с суммарным импульсом, отличным от нуля, направление движения дырки, отраженной по андреевски, не будет точно противоположно направлению падения электрона на границу раздела. При этом угол андреевского отражения определяется суммарным импульсом пары. Когда частица налетает на границу с импульсом  $\mathbf{k}'_+$ , она находит себе пару в области  $\Xi_{K'}$  с импульсом  $\mathbf{k}'_-$ . В результате направление движения возникшей квазидырки будет соответствовать прохождению ( $\mathbf{k}'_- \cdot \mathbf{n} > 0$ ). Назовем его геометрическим андреевским прохождением. Таким образом, вероятность андреевского отражения для области  $\Xi_{K'}$  равна нулю во всем диапазоне энергий,

$$A_{K'} = 0. \quad (7)$$

Ток, переносимый образующейся при геометрическом андреевском прохождении  $\mathbf{K}$ -парой, частично компенсируется током одновременно возникшей квазидырки. Следовательно, в отличие от случая  $\mathbf{K} = 0$

правый карман (рис.2) не дает вклада в полную вероятность андреевского отражения.

Если электрон налетает на границу с импульсом  $\mathbf{k}_+$  (рис.2, верхний карман), он находит себе пару с импульсом  $\mathbf{k}_-$ . В данном случае направление движения возникшей квазидырки соответствует отражению ( $\mathbf{k}_- \cdot \mathbf{n} < 0$ ).

При указанной ориентации границы раздела выражение для полного тока можно упростить. Как следует из (4)–(6) и (7),

$$I_{NS} = I_{NN}^{K'} + \frac{2}{eR_N} \int_{-\infty}^{\infty} T_K(E) \times [f_0(E - eV) - f_0(E)] dE. \quad (8)$$

Здесь  $I_{NN}^{K'}$  – вклад правого кармана в полный ток через границу раздела.

Для того чтобы найти вероятность андреевского отражения для верхнего и нижнего карманов, обратимся к уравнениям Боголюбова

$$\begin{pmatrix} \hat{\epsilon} - \mu & \Delta(\mathbf{r}) \\ \Delta^*(\mathbf{r}) & -(\hat{\epsilon} - \mu) \end{pmatrix} \Psi_S(\mathbf{r}) = E \Psi_S(\mathbf{r}), \quad (9)$$

где  $\hat{\epsilon}$  – оператор кинетической энергии,  $\mu$  – химический потенциал.

Решение системы (9) для частиц вне и внутри контура Ферми можно представить в форме

$$\Psi_S^+ = \begin{pmatrix} u_{Kk} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{K}/2) \cdot \mathbf{r}} \\ v_{Kk} e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{K}/2) \cdot \mathbf{r}} \end{pmatrix},$$

$$\Psi_S^- = \begin{pmatrix} v_{Kk} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{K}/2) \cdot \mathbf{r}} \\ u_{Kk} e^{i(\mathbf{k} - \mathbf{K}/2) \cdot \mathbf{r}} \end{pmatrix},$$

где

$$u_{Kk}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\xi_{Kk}}{E_{Kk}} \right), \quad v_{Kk}^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\xi_{Kk}}{E_{Kk}} \right).$$

На границе раздела между нормальным металлом и сверхпроводником должны выполняться граничные условия

$$\Psi_S = \Psi_N, \quad \mathbf{n} \cdot \nabla \Psi_S = \mathbf{n} \cdot \nabla \Psi_N. \quad (10)$$

Функция  $\Psi_N$  получается из  $\Psi_S$  подстановкой  $\Delta_{Kk} \equiv 0$ . Таким образом, аналогично [6], для падающей и отраженной частиц имеем

$$\Psi_{\text{inc}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{i\mathbf{k}_+ \cdot \mathbf{r}}, \quad (11)$$

$$\Psi_{\text{ref}} = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\mathbf{k}_- \cdot \mathbf{r}}. \quad (12)$$

Здесь  $\mathbf{k}_+ = \mathbf{K}/2 + \mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_- = \mathbf{K}/2 - \mathbf{k}$  – импульсы падающей и отраженной частиц, соответственно,  $a^2$  равна вероятности  $A$  андреевского отражения.

Амплитуда сверхпроводящей щели  $\Delta_{0K}$  равна нулю в глубине нормальной области и максимальна в глубине сверхпроводника. Переход от одного значения к другому происходит на конечном расстоянии, равном длине когерентности. С учетом этого процесс перехода электрона из нормальной области в сверхпроводящую при определенном полярном угле  $\varphi = \varphi_0$  представлен на рис.3. Для выбранного направления

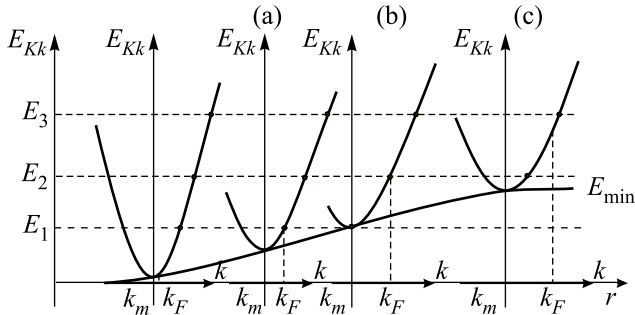


Рис.3. Процесс перехода падающего электрона из нормальной области в сверхпроводник. Показаны три процесса: андреевское отражение  $E_1$ , андреевское прохождение  $E_2$  за счет зарядовой асимметрии и обычное прохождение  $E_3$

импульс  $k_m$ , соответствующий минимуму энергии квазичастичного возбуждения (3), меньше  $k_F$ .

Частица, налетающая на границу с энергией  $E = E_1$  ( $E_1 < E_{\min}(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$ ), двигаясь в глубь сверхпроводника, сначала доходит до точки, где ее импульс равен  $k_F$  (рис.3а). Здесь изменяется знак заряда квазичастицы. Затем она достигает точки минимума энергии  $E_{Kk}$  (рис.3б). В этой точке инвертируется направление вектора скорости относительного движения  $\nabla_k E_{Kk}$ . При этом происходит андреевское отражение и в N область отражается дырка.

Частица с энергией  $E = E_2$  ( $E_{\min}(\varphi_0, x \rightarrow \infty) < E_2 < E_F(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$ ) при движении в S область пересекает контур Ферми, переходя на дырочную ветвь спектра (рис.3б). Однако она не достигает точки, определяющей поворот групповой скорости. Таким образом, возникшая квазидырка будет двигаться в глубь сверхпроводника. Процесс андреевского прохождения, то есть прохождения падающего электрона в сверхпроводник как квазидырки, возможен в случае  $\mathbf{K} = \mathbf{0}$  только при наличии граничного барьера [6]. Поскольку последний процесс возникает благодаря барьеру на NS-границе, будем называть его барьерным андреевским прохождением в отличие от рассмотренного нами андреевского прохождения за

счет несовпадения минимума энергии квазичастицы с контуром Ферми (андреевское прохождение за счет зарядовой асимметрии).

При энергии  $E = E_3$  ( $E_3 > E_F(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$ ) падающая частица не достигает ни точки  $k_F$ , ни  $k_m$ . Следовательно, происходит обычное прохождение квазичастицы в сверхпроводник (рис.3с).

Таким образом, для прошедшей частицы в диапазоне энергий  $E_{\min}(\varphi, x \rightarrow \infty) < E < E_F(\varphi, x \rightarrow \infty)$  имеем

$$\Psi_{\text{trans}} = b\Psi_S^-,$$

а при  $E > E_F(\varphi, x \rightarrow \infty)$

$$\Psi_{\text{trans}} = b\Psi_S^+.$$

Квадрат коэффициента  $b$  равен вероятности  $B$  прохождения частиц в сверхпроводящую область.

Используя граничные условия (10), получим

$$A(E, \varphi) = \begin{cases} 1, & E < E_{\min}(\varphi, x \rightarrow \infty), \\ \frac{u^2}{v^2}, & E_{\min}(\varphi, x \rightarrow \infty) < E < E_F(\varphi, x \rightarrow \infty), \\ \frac{v^2}{u^2}, & E > E_F(\varphi, x \rightarrow \infty). \end{cases} \quad (13)$$

График функции  $A(E, \varphi)$  при  $\varphi = \varphi_0$  ( $k_m < k_F$ ) представлен на рис.4а. При энергии  $E < E_{\min}(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$  вероятность андреевского отражения равна единице. В области энергий  $E_{\min}(\varphi_0, x \rightarrow \infty) < E < E_F(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$  андреевское отражение снижено, так как возникает андреевское прохождение частиц за счет зарядовой асимметрии. На контуре Ферми вероятность  $A$  равна единице. При больших энергиях  $E > E_F(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$  андреевское отражение подавлено обычным прохождением частиц в сверхпроводник.

В другом случае,  $k_m > k_F$ , ( $\varphi = \varphi_1$ ), область андреевского прохождения за счет зарядовой асимметрии отсутствует (рис.4б), поскольку при движении электрона в глубь сверхпроводника точка, определяющая поворот скорости относительного движения, достигается раньше точки изменения заряда квазичастицы.

Отношение проводимостей NS-перехода, когда сверхпроводник находится в сверхпроводящем и нормальном состояниях,  $g \equiv G_{NS}/G_{NN}$  будет снижено за счет указанных процессов геометрического андреевского прохождения и андреевского прохождения за счет зарядовой асимметрии. При  $V = 0$  уменьшение величины  $g$  по сравнению со случаем  $\mathbf{K} = \mathbf{0}$  вызвано только геометрическим андреевским прохождением. Как следует из выражения (8), в пределе  $T = 0$

$$g(0) = 1 + 2G_{NN}^K/G_{NN},$$

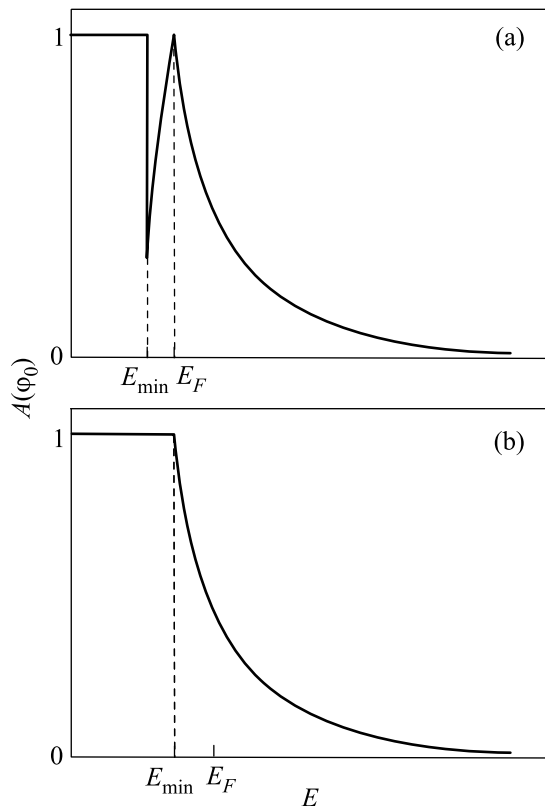


Рис.4. Вероятность андреевского отражения  $A$  как функция энергии квазичастиц  $E$  при фиксированных полярных углах: (а)  $\varphi_0$  ( $k_m < k_F$ ), в диапазоне энергий  $E_{\min}(\varphi_0, x \rightarrow \infty) < E < E_F(\varphi_0, x \rightarrow \infty)$  андреевское отражение подавлено андреевским прохождением за счет зарядовой асимметрии и (б)  $\varphi_1$  ( $k_m > k_F$ ), область энергий, соответствующая андреевскому прохождению за счет зарядовой асимметрии, отсутствует

где  $2G_{NN}^K$  – вклад верхнего и эквивалентного ему нижнего карманов в полную проводимость контакта  $G_{NN}$ ,

$$G_{NN}^K/G_{NS}^K = (T_K)^{-1}.$$

Здесь  $G_{NS}^K$  – вклад верхнего кармана в полную проводимость  $G_{NS}$ . По определению, отношение  $2G_{NN}^K/G_{NN} < 1$ , следовательно,  $G_{NS}/G_{NN} < 2$ . При  $V > 0$  начинает сказываться андреевское прохождение за счет зарядовой асимметрии. Снижение величины  $g$  с ростом приложенного напряжения становится более быстрым, чем в случае  $K = 0$ .

Таким образом, андреевское отражение при спаривании с большим суммарным импульсом  $K$  имеет ряд особенностей. А именно, подавление интенсивности андреевского отражения по сравнению со случаем  $K = 0$  имеет место, когда направление движения дырки, возникающей при образовании падающим электроном пары с  $K \neq 0$ , соответствует прохождению (геометрическое андреевское прохождение). Другой причиной подавления интенсивности является андреевское прохождение за счет зарядовой асимметрии. Этот тип прохождения возникает благодаря тому, что из-за отталкивательного взаимодействия сверхпроводящий параметр порядка имеет линию нулей и минимум энергии квазичастиц, определяющий точку поворота, не совпадает с контуром Ферми, на котором изменяется знак заряда квазичастиц.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

1. Guy Deutscher, Rev. Mod. Phys. **77**, 109 (2005).
2. В. И. Белявский, В. В. Капаев, Ю. В. Капаев, ЖЭТФ **118**, 941 (2000).
3. В. И. Белявский, Ю. В. Капаев, Ю. Н. Тогушова, С. В. Шевцов, ЖЭТФ **126**, 672 (2004).
4. В. И. Белявский, Ю. В. Капаев, В. М. Софронов, С. В. Шевцов, ЖЭТФ **124**, 1149 (2003).
5. В. И. Белявский, В. В. Капаев, Ю. В. Капаев, Письма в ЖЭТФ **81**, 650 (2005).
6. G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
7. N. A. Mortensen, K. Flensberg, and A.-P. Jauho, Phys. Rev. B **59**, 10176 (1999).