

## Вынужденный солитон в жидкости

Н. К. Шелковников<sup>1)</sup>

МГУ им. М. В. Ломоносова, физический факультет, 119899 Москва, Россия

Поступила в редакцию 29 марта 2005 г.

После переработки 11 октября 2005 г.

Рассмотрен процесс генерации и взаимодействия солитонов в кольцевом аэрогидроканале. Обнаружено, что под действием ветра в канале формируются солитоны, обладающие частицеподобными свойствами. При наличии на верхней границе жидкости поверхностно-активных веществ или флотации в процессе генерации солитона отсутствуют фазы капиллярных и гравитационно-капиллярных волн, а время зарождения солитона увеличивается.

PACS: 92.10.Nm, 92.60.—e

Процессы, происходящие в морях и океанах, во многом обусловлены волновым движением вод. Особенно значительное влияние на динамику оказывают длинные волны, к числу которых относятся цунами сейсмического и метеорологического происхождения (так называемые метеоцунами). Под метеоцунами понимается цунами с неясной природой возникновения [1]. В данной работе мы будем рассматривать метеоцунами, обусловленные воздействием ветра на водную поверхность, которые могут быть описаны уравнением КдВ с правой частью, то есть возмущенным уравнением КдВ. При исследовании волн цунами зачастую применяют уравнение КдВ:  $u_t - buu_x + u_{xxx} = 0$ . Решение такого уравнения представляет собой уединенную волну, так называемое односолитонное решение КдВ:

$$u = -\frac{c}{2} \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{\sqrt{c}}{2}(x - ct) \right] \quad (1)$$

где  $c$  и  $h$  – скорость и высота уединенной волны.

Современное возрождение уравнения КдВ и его решений в виде кноидальных и уединенных волн, открытых Расселом [2], началось с работы Ферми, Пасты и Улама, в которой была исследована задача о рождении теплового хаоса в цепочке нелинейно связанных осцилляторов. Было обнаружено отсутствие термализации энергии (то есть распределения энергии по всем модам) и возвращение системы к начальному состоянию с одной возбужденной основной модой, получившее впоследствии название “возврат ФПУ” [3]. Дальнейшее развитие эти исследования получили в численных экспериментах Забуски и Крускала [4], которые перешли от дискретной задачи в виде цепочки точечных осцилляторов к непрерывной

модели. Для удобства они рассматривали эволюцию волн на замкнутой, кольцевой траектории для плазмы. Расчеты показали, что начальный синусоидальный профиль волны со временем трансформируется в цепочку импульсов, распространяющихся вправо. Самый большой импульс оказывался самым правым, остальные сохраняли свою индивидуальность и распространялись со скоростью, пропорциональной их амплитуде. Каждый из этих импульсов приближенно может быть описан решением уравнения КдВ в виде уединенной волны. Забуски и Крускалом было показано, что в процессе столкновения импульсов друг с другом первый импульс, обладающий большей амплитудой, догонял их и последовательно сталкивался с каждым из них. При этом импульсы сохраняли свою индивидуальность (высоту, ширину и скорость). Единственным следствием столкновения являлся фазовый сдвиг: больший импульс оказывался сдвинутым вперед по отношению к ситуации до взаимодействия, а меньший – смещался назад. Такое “частицеподобное” поведение импульсов побудило Забуски и Крускала дать им особое название – “солитон” (от *solitary wave* – уединенная волна).

В дальнейшем исследования солитонов проводились многими авторами [5]. Так, Березиным и Карпманом [6] численно было показано, что первоначальное возмущение распадалось на четыре солитона и коротковолновый пакет малой амплитуды. Гарднер, Грин, Крускал и Миура [7] получили для уравнения КдВ аналитическое решение задачи Коши при произвольном начальном условии. Хаммаком и Сигуром была проведена серия экспериментов в бассейне длиной 31.6 м, глубиной 61 см и шириной 39.4 см [8]. Вертикальный поршень на одном из концов бассейна создавал возмущение поверхности воды в виде прямоугольного импульса. По мере распро-

<sup>1)</sup>e-mail: shelkovnikov@phys.msu.ru

странения этого импульса он распадался на отдельные солитоны.

В экспериментах Вейдмана и Максурфи [9] было проведено исследование случаев сильного и слабого взаимодействий солитонов. Под слабым взаимодействием авторы понимают лобовое столкновение двух солитонов, распространяющихся в противоположные стороны, происходящее в течение короткого промежутка времени. Термином “сильное взаимодействие” они обозначают длительное столкновение двух солитонов, распространяющихся в одном направлении. Было обнаружено отличие величины фазового сдвига, претерпеваемого солитонами в результате взаимодействия, от величины, рассчитанной по теории уединенных волн.

Решения уравнения КдВ в виде солитонов моделировались в лабораторном канале размерами  $36 \times 0.55 \times 1.3$  м Ренуаром, Темпервиллем и Сабро-Сантосом [10]. Изучались решения задачи об отражении солитона от стенки канала, столкновении двух солитонов, прохождении солитона над препятствием в виде подводной горы и вертикального уступа, а также затухании солитонов под действием вязкости.

Исследование влияния поля ветра на процесс развития метеоцунами рассмотрено в работе Пелиновского [1]. Для описания данного механизма использовалось уравнение Рейнольдса. Кроме обычных граничных условий, на дне и свободной поверхности для вязкой жидкости применялось условие непрерывности тангенсальных напряжений:

$$\rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} = T_s \quad (z = h), \quad \rho \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} = T_b \quad (z = -h), \quad (2)$$

где  $\nu_t = \nu + K_z$ ,  $\nu$  – коэффициент молекулярной вязкости,  $K_z$  – коэффициент турбулентной вязкости. Поверхностное напряжение  $T_s$  обусловлено полем ветра, а придонное  $T_b$  обеспечивает диссипацию энергии волн. Замыкание уравнения производилось с учетом уравнения неразрывности. Поверхностное напряжение  $T_s$  обычно параметризуется формулой  $T_s/\rho = c^*W|W|$ , где  $W$  – скорость ветра,  $c^*$  – постоянный коэффициент пропорциональности, а остальные обозначения являются общепринятыми. Считается, что цунами могут генерироваться неоднородностями поля ветра, например при прохождении тайфуна.

Большой вклад в исследование воздействия ветра на генерацию волн внес Шулейкин [11]. Он создал кольцевой канал с внешним диаметром 40 м и внутренним – 38 м. Высота канала от дна до крыши составляла 5.6 м. Ветер создавался с помощью

вентиляторов, установленных на крыше на равном расстоянии друг от друга. Шулейкин нашел уравнение семейства кривых, к которому принадлежат профили ветровых волн, в частности, и трохойдальных волн. Что касается уединенных волн, то, как следует из [11], Шулейкин их не исследовал.

Из приведенного краткого обзора работ, посвященных экспериментальному исследованию солитонов в жидкости, видно, что солитоны, как правило, создавались при помощи волнопродукторов. В такой ситуации представляется важным экспериментально выявить возможность генерации солитонов ветром. С этой целью нами были проведены специальные исследования в кольцевом аэрогидроканале (рис.1)

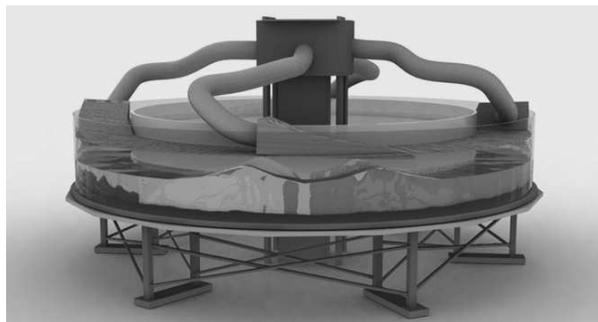


Рис.1

внешним диаметром 2.4 м, шириной 0.2 м и высотой 0.4 м, в результате был обнаружен солитон, возникающий под действием ветра. На рис.2а приведено

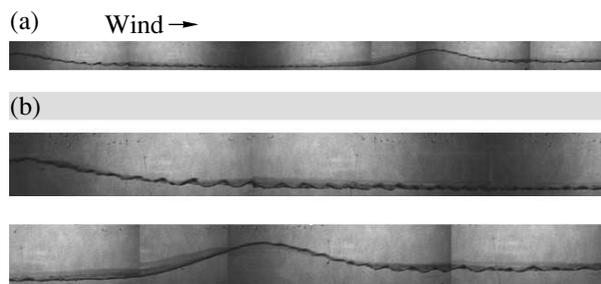


Рис.2. (а) Фотография, охватывающая весь период между двумя последовательными прохождениями одного и того же солитона (развернутый по времени кольцевой канал), (б) изображено то же самое, что и в (а), но в увеличенном виде

фото, охватывающее весь период между двумя последовательными прохождениями одного и того же солитона. Исследования проводились как видеосъемкой, так и струнными волнографами. В процессе развития солитона под действием ветра последовательно наблюдались капиллярные, гравитационно-капилляр-

ные и гравитационные волны, которые со временем увеличивались. В дальнейшем из всего разнообразия ветровых волн в результате взаимодействия формировались два солитона, между которыми также происходило взаимодействие. В случае, если их амплитуды были сравнимы, солитоны не проходили друг через друга, а сближались до минимального расстояния, равного приблизительно 70 см (рис.3), и после

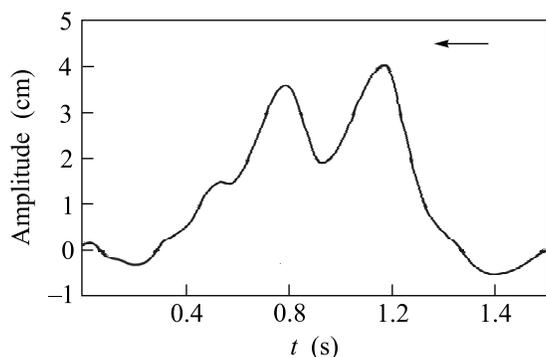


Рис.3. Взаимодействие двух ветровых солитонов в кольцевом аэрогидроканале. Регистрация проведена волнографом

взаимодействия первый солитон смещался вперед, а второй (задний) отставал от первого на расстояние примерно 1.5 м. Это происходило в результате сложного нелинейного взаимодействия между солитонами, представляющими собой устойчивые локализованные «импульсы», охватывающие всю толщу воды от поверхности до дна, причем вертикальная составляющая скорости движения частиц на переднем фронте солитона № 2 направлена вверх, а на заднем фронте солитона № 1 – вниз. Такое разнонаправленное движение может разрушать передний фронт солитона № 2 и приводить к уменьшению его амплитуды и скорости. После такого взаимодействия отставший солитон, обладающий минимальной амплитудой, под действием ветра увеличивался, его скорость росла и он начинал догонять первый солитон. Рост второго солитона приводил к увеличению экранизации первого из них от действия ветра. В результате скорость второго солитона продолжала расти, а первого незначительно уменьшалась. В итоге происходило их повторное взаимодействие, после которого второй солитон снова уменьшался, уменьшалась и его скорость, и отставал от первого до крайне левого положения (1.5 м). Затем все повторялось сначала. Такое периодическое взаимодействие двух солитонов могло наблюдаться в течении нескольких минут (один цикл взаимодействия составлял примерно 20 с), пока после очередного взаимодействия второй соли-

тон отставал настолько (на расстояние большее  $1/2$  длины канала), что оказывался уже впереди первого солитона. (Для удобства в дальнейшем мы сохраним нумерацию солитонов неизменной.) В этом случае уже первый солитон, движущийся за вторым солитоном, начинал экранировать последний (второй) солитон, скорость и амплитуда которого оказывались меньше, чем у первого солитона. В результате первый солитон, обладающий большей амплитудой, уже не отталкивался, а проходил через второй. После двукратного такого взаимодействия от второго солитона оставалось лишь малое возмущение, которое после нескольких взаимодействий исчезало совсем, и оставался один солитон. В промежутках его движения успевало возникать слабое ветровое волнение, которое поглощалось набегающим солитоном. Для иллюстрации приведен рис.2b в увеличенном масштабе, из которого видно, что после прохождения солитона на гладкой поверхности жидкости появляются ветровые волны, амплитуда которых увеличивается вплоть до последующего прохождения солитона, который их сглаживает. При этом не наблюдалось видимых изменений в параметрах солитона. Возникший солитон, при глубине жидкости  $H = 11$  см и скорости ветра  $W_a = 12$  м/с двигался со скоростью 1 м/с. Длина этого солитона, по нулевому уровню, составляла 90 см, а высота – 8 см. После выключения ветра, на начальном этапе затухания, профиль солитона сглаживался и становился более симметричным и практически совпадал с профилем солитона, вычисленного по теории КДВ.

При наличии поверхностно-активных веществ (ПАВ) на верхней границе жидкости процесс образования солитона несколько изменялся за счет отсутствия фазы капиллярных и гравитационно-капиллярных волн. Более того, происходила генерация длинных гравитационных волн, амплитуда которых со временем росла, и процесс формирования солитона происходил по вышеизложенной схеме. Аналогично происходил процесс образования солитона при наличии флотации (например, кусочков льда). В обоих случаях длительность процесса образования солитона увеличивалась примерно в 10 раз и могла достигать 1.5 ч. Как в первом, так и во втором случаях при наличии ПАВ и флотации, превышающих их критическое значение, солитон вообще не образовывался. Этот результат важен для понимания возможности формирования солитонов (метеоцунами) при наличии на поверхности океана нефтяных пленок и битого льда.

В заключение следует отметить, что в нашем случае формирование солитонов происходило в условиях

мелкой воды при близких значениях нелинейности и дисперсии, поэтому солитоны были устойчивы. На глубокой же воде под действием ветра могут возникать группы волн и солитоны огибающих, которые неустойчивы из-за большой дисперсии. Образно говоря, солитон – порождение мелкой воды, а группа волн – глубокой воды.

На основе изложенного можно сделать следующие выводы:

1. В лабораторных условиях было обнаружено явление преобразования разномасштабных ветровых волн в детерминированный импульс в виде солитона, который существовал до тех пор, пока в канале был ветер. Явление рекуррентности не наблюдалось. Обнаруженный процесс формирования волно-ветрового солитона является важным не только для теории уединенных волн и для понимания механизма развития метеоцунами, но и для выявления природы так называемых волн-убийц [11].
2. Показано, что имеет место многократное взаимодействие двух близких по амплитуде ветровых солитонов, которые проявляют при этом частицеподобные свойства. В случае разных амплитуд больший солитон многократно проходит через меньший, что приводит к исчезновению последнего. Этот вариант взаимодействия наблюдается, когда при очередном столкновении двух солитонов меньший (задний) отстает настолько (больше  $1/2$  длины канала), что оказывается впереди большего солитона.
3. Обнаружено, что при наличии флотации процесс развития ветрового солитона начинается с генерации длинных гравитационных волн, минуя фазу капиллярных и гравитационно-капиллярных волн. При развитии этих волн запускался

вышеизложенный механизм формирования солитона. Аналогичный процесс развития солитона наблюдался и при наличии ПАВ. В обоих этих случаях время развития солитона увеличивалось примерно в 10 раз и в среднем составляло 1.5 ч. При критической массе флотации и концентрации ПАВ солитон вообще не образовывался. Этот результат важен для понимания возможности формирования солитонов в виде метеоцунами при загрязнениях поверхности океана, особенно в шельфовой зоне, а также в морях, покрытых битым льдом.

1. Е. Н. Пелиновский, *Гидродинамика волн цунами*, Нижний Новгород, Институт прикладной физики РАН, 1996, стр. 276.
2. J. S. Russell, *Report on waves*, In: *Rep. 14th Meeting of the British Association for the Advancement of Science*, John Murray. London, 1844, p. 311.
3. A. Fermi, J. Pasta, and S. Ulam, *Studies of Nonlinear Problems*, I. Los Alamos Report, LA, 1955.
4. N. J. Zabusky and M. D. Kruskal, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 240 (1965).
5. *Солитоны*, Под ред. Р. Буллафа и Ф. Кодри, М.: Мир, 1983. (*Solitons*, Eds. R. K. Bullough and P. J. Coudrey, New York, 1980).
6. Ю. А. Березин, В. И. Карпман, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 1557 (1966)
7. C. S. Gardner, J. M. Green, M. Kruskal, and R. M. Miura, *Phys. Res. Lett.* **19**, 1095 (1967).
8. J. L. Hammack and X. Segur, *J. Fluid Mech.* **65**, 289 (1974).
9. P. D. Weidman and T. Maxworthy, *J. Fluid Mech.* **85**, Part 3, 417 (1978).
10. D. P. Renouard, F. J. Seabro-Santos, and A. M. Temperville, *Dynamics of Atmospheres and Oceans.* **9**, 341 (1985).
11. В. В. Шулейкин, *Физика моря*, М.: Наука, 1968.