

Состояния поля при микромазерном дисперсионном квантовом неразрушающем измерении числа фотонов

А. В. Козловский¹⁾

Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 октября 2005 г.

Проведен анализ дисперсионного квантового неразрушающего измерения (КНИ) числа фотонов в микромазерной схеме. Показано, что стационарное фоковское состояние поля в резонаторе, рассматриваемое как результат КНИ, реализуется лишь в частном случае, для строго определенных значений параметров системы, при этом малое изменение одного из параметров системы приводит к качественному изменению состояния поля. В общем случае состояние поля характеризуется высокими флуктуациями числа фотонов и средним числом фотонов, величины которых крайне чувствительны к параметрам системы. Показано, что регистрация интерференционной картины Рамзи возможна лишь при чрезвычайно высокой монокинетичности последовательности атомов, пропускаемых через резонатор.

PACS: 03.65.Ta, 42.50.Dv

Нами анализируется известная с начала 90-х годов схема эксперимента по дисперсионному квантовому неразрушающему измерению (КНИ) числа фотонов с использованием микромазера, которая, насколько нам известно, не реализована до настоящего времени. Теория такой схемы КНИ, по нашему мнению, сложна и недостаточно изучена и требует дальнейшего углубления и развития. Проведение практического эксперимента и корректная интерпретация его результатов в данном случае невозможна в отрыве от развитой его теории.

В схеме КНИ, предложенной в [1], информация о числе фотонов извлекается методом Рэмзи, путем анализа периодической структуры зависимости вероятности обнаружения выходящего из резонатора атома в нижнем или верхнем энергетическом состоянии. Эта зависимость проявляет характерную структуру интерференционных полос, интервал между которыми зависит от числа фотонов в резонаторе. При этом предполагается, что амплитуды вероятности атомных состояний при прохождении через резонатор приобретают лишь линейный по времени фазовый сдвиг, пропорциональный числу фотонов.

Дисперсионный характер взаимодействия атомов с полем обеспечивается в такой схеме большим значением отстройки частоты атома от частоты моды поля. При этом предполагается, что отстройка $\Delta = \omega_c - \omega_A$ частоты резонатора ω_c от частоты перехода атома ω_A , должна удовлетворять следующим соотношениям [1–4]:

$$\Delta^2 \gg 4g^2n, \Omega^2n, \quad (1)$$

где g – константа связи атома с полем для фиксированного положения атома в резонаторе или осредненная по положению величина, Ω – вакуумная частота Раби и n – число фотонов в поле.

Выполненные в настоящей работе расчеты позволили исследовать влияние на динамику микромазерного КНИ эффектов, связанных с движением центров масс атомов, взаимодействующих с пространственно неоднородным полем резонатора при случайном измерении состояний атомов, покидающих резонатор. Осцилляции Доплера–Раби, возникающие в подобных условиях, в резонаторе Фабри–Перо и открытом резонаторе со сферическими зеркалами исследовались в работах [5–7].

Предварительно возбужденный в состоянии $|\uparrow\rangle$ ридберговский атом [1, 3] проходит область резонансного микроволнового поля R_1 (см. рис.1), в результате чего переходит в суперпозицию состояний $|\uparrow\rangle$ и $|\downarrow\rangle$. Далее атом поступает в высокодобротный ($Q \sim 10^8$) резонатор C . На входе резонатора волновая функция системы атом + поле резонатора имеет вид в базисе фоковских состояний поля $|n\rangle$:

$$|\Psi(t_0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} b_n(t_0)(i\alpha_{\downarrow}|\downarrow\rangle + \alpha_{\uparrow}|\uparrow\rangle)|n\rangle. \quad (2)$$

Гамильтониан системы внутри резонатора может быть записан в виде суммы

$$H(t) = H_0 + V(t), \quad (3)$$

$$H_0 = \hbar\omega_c(a^+a + \sigma^z),$$

$$V(t) = -\hbar\Delta\sigma^z + \hbar g_0(t)(a^+\sigma_- + \sigma_+a) + \hbar\chi(t)a^+a\sigma_+\sigma_-, \quad (4)$$

¹⁾e-mail: kozlovsk@sci.lebedev.ru

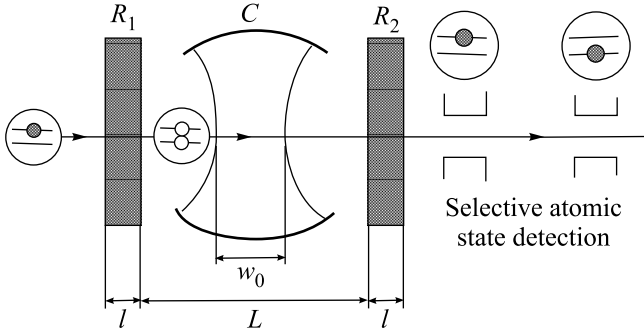


Рис.1. Схема дисперсионного КНИ с использованием микромазера. Возбужденные ридберговские атомы последовательно проходят через классическое, резонансное атомному переходу, микроволновое поле R_1 , резонатор C и микроволновое поле R_2 . После прохождения пути $R_1 - C - R_2$ атомы подвергаются селективному измерению их электронных состояний посредством ионизации в статическом электрическом поле

где атомные операторы $\sigma^z = (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|)/2$, $\sigma_+ = |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$, $\sigma_- = |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$, а $\Delta = \omega_c - \omega_A$, где ω_A — частота перехода $|\uparrow\rangle \leftrightarrow |\downarrow\rangle$, характеризуемого константой связи $g_0(t)$, $\chi(t)$ — параметр нелинейности, обусловленной взаимодействием поля с другим атомным уровнем $|i\rangle$ (см. [4]). Частота перехода $|i\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle$ и отстройка равны: ω_{A1} и $\delta = \omega_c - \omega_{A1}$. Для параметра нелинейности имеем

$$\chi(t) = g_1^2(t)/\delta, \quad |\delta| \gg 2g_1(t)\sqrt{n}, \quad (5)$$

где $g_1(t)$ — константа связи перехода $|i\rangle \leftrightarrow |\uparrow\rangle$.

Пространственная структура поля внутри открытого резонатора со сферическими зеркалами [6, 7] определяет пространственную (временную) зависимость констант связи атомных переходов, имеющих в этом случае вид $g_{0/1}(t) = g_{0/1} \exp(-(vt - L/2)^2/w_0^2)$, где v — скорость атома, w_0 — перетяжка гауссова поля, L — длина пролета атома в резонаторе.

После прохождения атома через резонатор система переходит в перепутанное состояние

$$|\Psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\Psi(t_0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (F_{\downarrow n}(t)|\downarrow\rangle + F_{\uparrow n}(t)|\uparrow\rangle)|n\rangle, \quad t = t_0 + \tau_1, \quad (6)$$

где t_1 — время пролета атома в резонаторе, $U(t, t_0)$ — оператор эволюции системы.

Разобьем интервал $[t_0, t_0 + t_1]$ на M малых временных интервалов длительностью $\Delta t = \tau_1/M$, в течение которых временной зависимостью гамильтониана системы можно пренебречь. При этом унитарный оператор эволюции, на каждом интервале Δt имеет вид $U(\Delta t) = \exp(-iV^{(1)}\Delta t/\hbar)$, где использован гамильтониан (4) в представлении взаимодействия.

Используя метод одетых состояний при диагонализации гамильтониана (см. [5–7]) в представлении взаимодействия, для вектора состояния системы после прохождения атома через резонатор ($t = t_0 + M\Delta t = t_0 + t_M$) находим

$$|\Psi(t_M)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (F_{\uparrow n}(t_M)|\uparrow, n\rangle + F_{\downarrow n}(t_M)|\downarrow, n\rangle), \quad (7)$$

где

$$F_{\downarrow n}(t_M) = b_{n-1}(t_0)\sigma_{\downarrow n-1}(t_M) + b_n(t_0)\mu_{\downarrow n}(t_M), \quad (8a)$$

$$F_{\uparrow n}(t_M) = b_n(t_0)\sigma_{\uparrow n}(t_M) + b_{n+1}(t_0)\mu_{\uparrow n+1}(t_M), \quad (8b)$$

$$\sigma_{\downarrow m}(t_M) \equiv A_{+,m}(t_M) \cos \theta_m(t_M) - A_{-,m} \sin \theta_m(t_M), \quad (9a)$$

$$\sigma_{\uparrow m}(t_M) \equiv A_{+,m}(t_M) \sin \theta_m(t_M) + A_{-,m} \cos \theta_m(t_M) \quad (9b)$$

для $m = n, n-1$, $n = 0, 1, 2, \dots$. Выражения для $\mu_{\downarrow m}$ и $\mu_{\uparrow m}$, $m = n, n+1$, получаются из (9) заменой $\sigma \rightarrow \mu$, $A \rightarrow B$ и $n \rightarrow n-1$, $n > 0$ в правых частях. В (9) использовано обозначение $\theta_n(t) = \frac{1}{2} \arctg(2g_0(t)/(\Delta - \chi(t)n))$. Кроме того, для амплитуды основного состояния системы имеем

$$F_{\downarrow 0}(t_M) = i\alpha_{\downarrow} b_0(t_0) \exp\left(-i\frac{\Delta}{2}t_M\right). \quad (10)$$

Для коэффициентов A и B , входящих в (9), находим

$$A_{+,n}(t_1) = \alpha_{\uparrow} \sin(\theta_{n,1,0}) \exp\{-i\Omega_n^{(+)}(\Delta t)\Delta t\}, \quad (11a)$$

$$A_{-,n}(t_1) = \alpha_{\uparrow} \cos(\theta_{n,1,0}) \exp\{-i\Omega_n^{(-)}(\Delta t)\Delta t\}, \quad (11b)$$

для $n = 0, 1, 2, \dots$, и

$$B_{+,n-1}(t_1) = i\alpha_{\downarrow} \cos(\theta_{n-1,1,0}) \exp\{-i\Omega_{n-1}^{(+)}(\Delta t)\Delta t\}, \quad (12a)$$

$$B_{-,n-1}(t_1) = -i\alpha_{\downarrow} \sin(\theta_{n-1,1,0}) \exp\{-i\Omega_{n-1}^{(-)}(\Delta t)\Delta t\}, \quad (12b)$$

для $n = 1, 2, \dots$, где использованы обозначения вида

$$\Omega_m^{(\pm)}(t) = \frac{\chi(t)n}{2} \mp \sqrt{g_0^2(t) + \frac{\chi(t)n - \Delta}{2}},$$

$$\theta_{m,i,j} \equiv \theta_m(t_i) - \theta_m(t_j).$$

Амплитуды A и B для произвольного момента времени t_j , $j = 1, 2, \dots, M$ вычисляются с помощью рекуррентных соотношений следующего вида:

$$A_{+,n}(t_j) = \exp\{-i\Omega_n^{(+)}(j\Delta t)\Delta t\} \times [A_{+,n}(t_{j-1}) \cos \theta_{n,j,j-1} + A_{-,n}(t_{j-1}) \sin \theta_{n,j,j-1}], \quad (13a)$$

$$A_{-,n}(t_j) = \exp \left\{ -i\Omega_n^{(-)}(j\Delta t)\Delta t \right\} \times \\ \times [-A_{+,n}(t_{j-1}) \sin \theta_{n,j,j-1} + A_{-,n}(t_{j-1}) \cos \theta_{n,j,j-1}]. \quad (13b)$$

Выражения для $B_{\pm,n-1}$ получаются из (13) заменой $A \rightarrow B$ и $n \rightarrow n-1$, $n > 0$, в обеих частях равенств.

Для решения рекуррентных соотношений для моментов времени t_2, \dots, t_M используются начальные условия для времени t_1 вида (11), (12).

После прохождения через вторую микроволновую зону вектор состояния системы приобретает вид

$$|\Psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (c_{\uparrow n} |\uparrow, n\rangle + c_{\downarrow n} |\downarrow, n\rangle), \quad (14)$$

где обозначено:

$$c_{\uparrow n} = i\beta_{\uparrow} F_{\downarrow n} + \beta_{\downarrow} F_{\uparrow n}, \quad (15a)$$

$$c_{\downarrow n} = \beta_{\downarrow} F_{\downarrow n} + i\beta_{\uparrow} F_{\uparrow n}. \quad (15b)$$

Коэффициенты β в (15) (аналогично α в (2)) определяются частотой Раби $\Omega^{(R)}$ атома в классическом резонансном поле и временем взаимодействия атома с полем τ_2 согласно

$$\beta_{\downarrow} \equiv \sin(\Omega^{(R)}\tau_2/2), \quad \beta_{\uparrow} \equiv \cos(\Omega^{(R)}\tau_2/2).$$

Для последовательности монокинетических атомов мы будем полагаться: $\beta_{\uparrow} = \beta_{\downarrow} = \alpha_{\uparrow} = \alpha_{\downarrow} = 2^{-1/2}$. При наличии разброса скоростей вблизи среднего значения v_0 эти параметры принимают значения $\beta_{\uparrow} = \alpha_{\uparrow} = \cos(\pi v_0/4v)$ и $\beta_{\downarrow} = \alpha_{\downarrow} = \sin(\pi v_0/4v)$, где v – скорость данного атома.

Вероятности нахождения выходящих из второй микроволновой зоны (R_2) атомов в верхнем и нижнем состояниях определяются согласно $P_{\uparrow} = \sum_{n=0}^{\infty} |c_{\uparrow n}|^2$ и $P_{\downarrow} = \sum_{n=0}^{\infty} |c_{\downarrow n}|^2$, соответственно. Согласно постулату фон Неймана, обнаружение состояния атома в верхнем (\uparrow) или в нижнем (\downarrow) состояниях проецирует состояние системы в следующие состояния:

$$|\Psi^{(\text{red},\uparrow)}\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{\uparrow n} |\uparrow, n\rangle / \sqrt{P_{\uparrow}} \quad (16a)$$

и

$$|\Psi^{(\text{red},\downarrow)}\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} c_{\downarrow n} |\downarrow, n\rangle / \sqrt{P_{\downarrow}}. \quad (16b)$$

Возникновение редуцированных состояний (16) означает, что обнаружение (измерение) атома в том или ином состоянии приводит к распутыванию системы атом + поле. Нами рассматривался случай, когда

регистрация состояний атомов, выходящих из резонатора, носит случайный характер. Моделирование этого процесса проводилось нами следующим образом. Пусть ξ_N – реализация равномерно распределенной случайной величины $\xi \in [0, 1]$, соответствующая N атому, прошедшему путь (R_1) – (C) – (R_2). Тогда регистрация атома в возбужденном состоянии осуществляется в случае выполнения условия $\xi_N < P_{\uparrow}$. Обратное соотношение, $\xi_N \geq P_{\uparrow}$, означает измерение нижнего энергетического состояния атома, поскольку $P_{\uparrow} + P_{\downarrow} = 1$. Распределение числа фотонов в резонаторе в результате измерения приобретает следующий вид:

$$P^{(\text{red},\alpha)}(n) = |\langle n, \alpha | \Psi^{(\text{red},\alpha)} \rangle|^2 \quad (17)$$

и равно $|c_{\uparrow n}|^2/P_{\uparrow}$, если $\alpha = \uparrow$, и $|c_{\downarrow n}|^2/P_{\downarrow}$, если $\alpha = \downarrow$. Состояние поля, характеризующееся амплитудами $b_n(t_0) = c_{\uparrow n}/\sqrt{P_{\uparrow}}$ или $b_n(t_0) = c_{\downarrow n}/\sqrt{P_{\downarrow}}$, реализующимися для того или иного исхода измерения, представляют собой начальные условия для эволюции системы при прохождении следующего атома.

С помощью формул (7)–(17) мы провели численные расчеты распределений фотонов в резонаторе, флуктуаций числа фотонов и населенностей возбужденного состояния атомов, выходящих из резонатора. В качестве исходного состояния поля в резонаторе (до начала поступления атомов в него) рассматривалось чистое когерентное состояние, с коэффициентами разложения по фоковскому базису, вида $b_n(t_0) = \alpha^n e^{-|\alpha|^2/2} / \sqrt{n!}$. Результаты систематических расчетов показывают, что эффект, связанный с пространственной зависимостью констант связи движущегося атома с полем, имеет принципиально важное значение в формировании поля и результатах КНИ.

На рис.2 приведена динамика распределения среднего числа фотонов и фактора Фано поля $F = \langle (\Delta n)^2 \rangle / \langle n \rangle$, рассчитанных с учетом пространственной зависимости поля. Для параметров системы мы использовали значения, приведенные в [2, 3]. Как показывает сравнение рис.2а и б, незначительное изменение ($\approx 2\%$) скорости атомов приводит к качественному изменению динамики изменения состояния поля в резонаторе. В случае $v = 295$ м/с (рис.2а) в стационарных условиях ($N \rightarrow \infty$) состояние поля близко к фоковскому $|1\rangle$ с $F \ll 1$, тогда как при $v = 295 + 6.5$ м/с (рис.2б) стационарное поле приближается к вакуумному с $\langle n \rangle \ll 1$ и $F = 1$ (квазидиссипация или “стирание” поля). Сравнение рис.2б и с демонстрирует чрезвычайно высокую чувствительность КНИ к изменению скоростей атомов, изменение v на 0.1 м/с приводит к качественно иной дина-

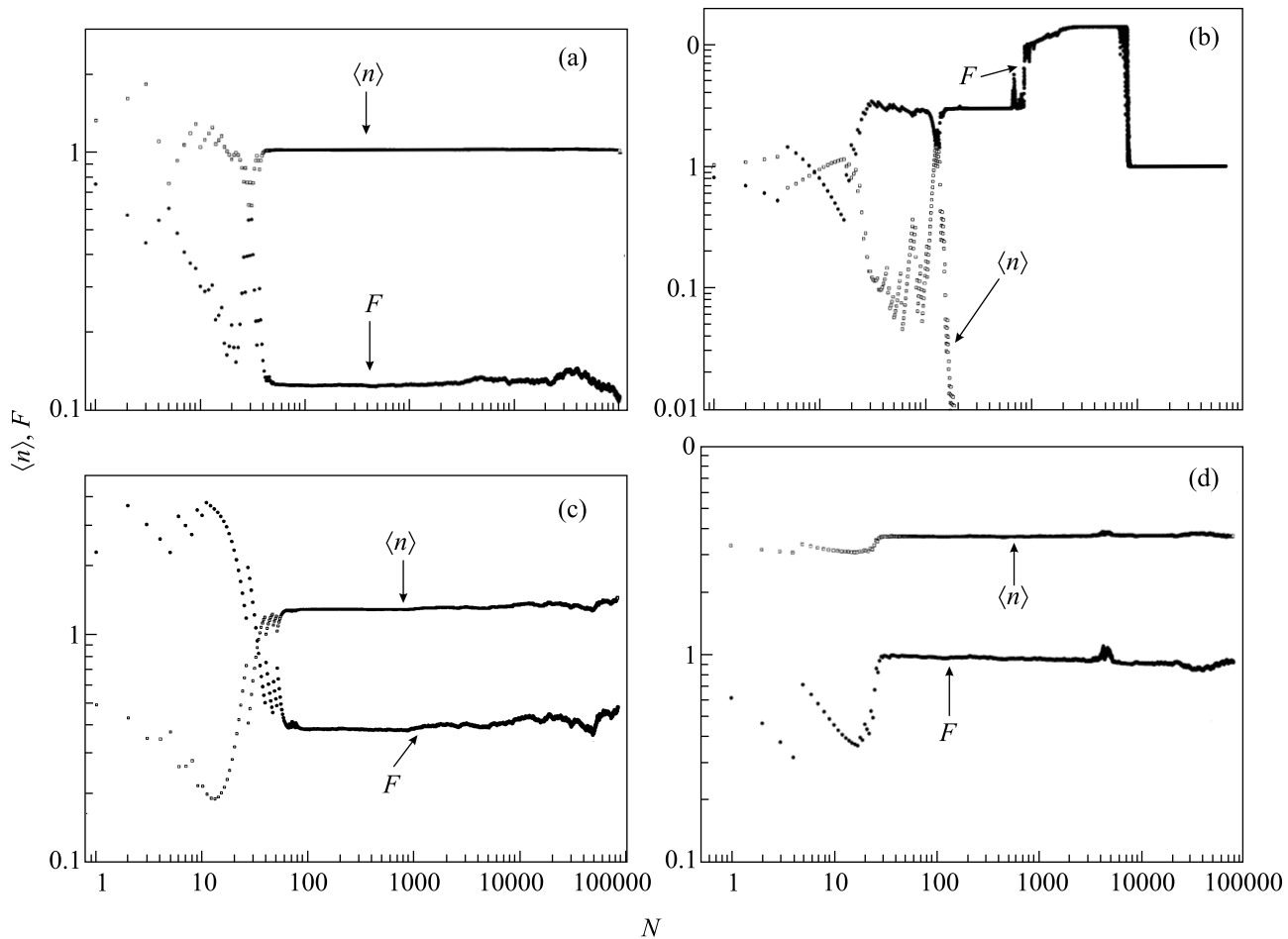


Рис.2. Зависимости среднего числа фотонов в резонаторе $\langle n \rangle$ (квадраты) и фактора Фано F (точки) от числа атомов, прошедших через резонатор N при случайном измерении состояний атомов. Начальное состояние поля в резонаторе – когерентное с $\langle n_0 \rangle = 1$ (a,b,c), $\langle n_0 \rangle = 4$ (d). Скорость движения центров масс атомов $v = 295$ м/с (a,d), $295 + 6.5$ м/с (b), $295 + 6.4$ м/с (c). Расстояние $L = 9$ см, частота атомного перехода $\omega_A = 3.21 \cdot 10^{11}$ с $^{-1}$, константы связи атом-поле $g_0 = 1.57 \cdot 10^5$ с $^{-1}$. Отстройка частоты атомного перехода от частоты резонатора $\Delta = -10^5 g_0$, константа нелинейности $\chi_0 \equiv \chi(t = L/2v) = 2.465 \cdot 10^4$ с $^{-1}$, величина перетяжки резонатора $w_0 = 0.596$ см

мике поля – присутствует лишь слабое сжатие поля ($F \approx 1$) при незначительном изменении начального среднего числа фотонов.

Расчеты показали, что состояние поля качественно зависит от среднего числа фотонов $\langle n_0 \rangle$ исходного когерентного поля. На рис.2d приведена динамика поля для значений параметров системы, идентичных случаю рис.2a, но с другим $\langle n_0 \rangle$. Сравнение этих рисунков показывает, что, вместо фоковского состояния при $\langle n_0 \rangle = 1$ (рис.2a) при $\langle n_0 \rangle = 4$ (рис.2d) присутствует состояние, близкое к исходному, даже для $N \sim 10^5$.

Крайне высокую чувствительность проявляет система к изменениям скорости v (чувствительность $\sim 10^{-5}$ см/с), отстройки Δ ($\sim 10^2$ с $^{-1}$), длины пробега атома L ($\sim 10^{-7}$ см) и величины константы связи g_0 ($\sim 10^{-4}$ с $^{-1}$). Отмечаемая чувствительность мо-

жет быть понижена лишь уменьшением отстройки Δ при выполнении условий (1). Для рассмотренной нами системы такое понижение чувствительности от указанных параметров не может превышать величину $\sim 10^3$.

Расчеты, проведенные для тех же значений параметров системы, но без учета зависимости констант связи атома с полем от положения атома в резонаторе, приводят к качественно иной динамике поля в каждом случае. Так, например, в случае, изображенном на рис.2a, такое отсутствие учета движения центра масс приводит к созданию состояния электромагнитного вакуума в резонаторе (квазидиссипация).

Приведенные выше результаты численного моделирования КНИ проведены в приближении сильно коллимированного монокинетического потока ато-

мов, проходящих через резонатор. Использование монокинетической последовательности атомов желательно в экспериментах в схеме Рамзи, поскольку в этих условиях улучшается видность интерференционной картины. Численное моделирование КНИ с учетом случайного (с гауссовским распределением) разброса скоростей атомов показало, что уже при разбросе в 1% вероятности регистрации атомов в верхнем и нижнем состояниях P_{\uparrow} и P_{\downarrow} становятся случайными величинами в интервале от 0 до 1 со средними значениями, равными 0.5, что означает отсутствие интерференционной картины Рамзи и невозможность проведения КНИ. Четкая интерференционная картина достигается лишь при разбросе по скоростям атомов менее $10^{-4}\%$.

Отметим, в заключение, что учет пространственной структуры поля взаимодействующего с движущимися атомами необходим также при анализе, подобных рассмотренной нами схеме, схем [8–11], используемых в области инженерии квантовых состояний света.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта # НШ-1512.2003.2.

1. M. Brune, S. Haroche et al., *Phys. Rev. A* **45**, 5193 (1992).
2. M. Brune, P. Nussenzveig et al., *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3339 (1994).
3. J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 565 (2001).
4. М. О. Скалли, М. О. Зубайри, *Квантовая оптика*, М.: Физматлит, 2003.
5. А. В. Козловский, *Письма в ЖЭТФ* **73**, 364 (2001).
6. А. В. Козловский, *ЖЭТФ* **320**, 529 (2001).
7. А. В. Козловский, *Квантовая электроника* **32**, 71 (2002).
8. B. M. Garraway, B. Sherman et al., *Phys. Rev. A* **49**, 535 (1994).
9. G. Harel and G. Kurizki, *Phys. Rev. A* **54**, 5410 (1996).
10. C. C. Gerry and H. Ghosh, *Phys. Lett. A* **229**, 17 (1997).
11. B. T. H. Varcoe, S. Brattke, and H. Walther, *New J. Phys.* **6**, 97 (2004).