Письма в ЖЭТФ, том 83, вып. 1, с. 12 – 15 © 2006 г. 10 января

Об устойчивости системы линейных доменов в планарных нематиках к осциллирующему сжатию

О. А. Капустина[1)]

Акустический институт им.Н.Н.Андреева, 117036 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 ноября 2005 г.

Исследована устойчивость системы линейных доменов, сформированной в планарном слое нематического жидкого кристалла под воздействием периодической деформации сдвига, к периодической деформации сжатия. Найдено критическое значение амплитуды этого осциллирующего сжатия, при котором данная система теряет устойчивость и происходит ее трансформация, проявляющаяся в образовании пространственно-модулированных структур различной конформации.

PACS: 61.30.–v

В последние годы значительный прогресс достигнут в исследованиях системы линейных доменов, возникающих вследствие ориентационной неустойчивости планарных слоев нематических жидких кристаллов (НЖК) в акустически индуцированном осциллирующем потоке Куэтта, цель которых – поиск новых путей акустического управления оптическими свойствами мезофазы на частотах звукового диапазона [1 – 4]. Определенный интерес представляет изучение возможности создания на основе таких систем пространственно-модулированных структур различной конформации с периодом, несоразмерным с периодом исходной линейной системы.

В настоящей работе сообщается о наблюдении в планарном слое НЖК эффекта трансформации одномерных пространственно-модулированных структур (линейных доменов), индуцированных колебаниями сдвига, в двумерные структуры при воздействии на слой НЖК колебаний сжатия той же частоты, а также обсуждается модель, предложенная для феноменологического описания одной из стадий этого явления.

Упрощенная схема установки, на которой проводились наблюдения, представлена на рис.1a. Пластины *1* и *2* составляют плоскую ячейку, заполняемую НЖК (эвтектическая смесь МББА и ЭББА). Края слоя – свободные, причем конструкция ячейки позволяет варьировать толщину слоя НЖК в процессе наблюдений путем перемещения пластины *1* и изменения зазора между пластинами *1* и *2* в пределах 15–60 мкм, при этом граничные условия в ячейке не нарушаются и энергия сцепления молекул НЖК с ее стенками остается постоянной. Это позволяет устранить флуктуации пороговых уровней воздействия, связанные с влиянием этих факторов. Ориентация молекул НЖК – планарная: единичный вектор $\mathbf{n}$, который определяет направление преимущественной ориентации молекул ("директор" НЖК), лежит в плоскости слоя (плоскость xy на рис.1a) вдоль оси y. Контроль однородности исходной планарной структуры слоя *3* НЖК в ячейке и наблюдения за изменениями ее упорядочения при внешнем воздействии проводился традиционным поляризационно-оптическим методом в отраженном свете [5]. Пластины *1* и *2* совершают колебания, задаваемые возбудителями электродинамического типа, в направлении осей y и z, соответственно. Амплитуды этих колебаний измеряли по смещениям нанесенных на боковую поверхность пластин рисок с помощью микрометрического окуляра микроскопа, который был предварительно прокалиброван по тест-объекту (сетка с шагом 500 мкм). Возбудители питались от одного генератора через усилитель с двумя независимыми отдельно регулируемыми входами.

Были проведены две серии опытов с планарными слоями НЖК толщиной 15–60 мкм при частотах воздействия, варьируемых в пределах от 0.1 до 20 Гц. Первая серия опытов выполнена в условиях, когда работал только возбудитель колебаний сдвига, индуцирующий осциллирующий поток Куэтта. Амплитуду этих колебаний повышали до критического значения $\xi_{0y\,\mathrm{cr}}$, при котором в слое формировалась система одномерных линейных доменов. На рис.1b приведена типичная оптическая картина искажения в виде системы чередующихся темных и светлых полос, которая наблюдается в поляризованном свете ($\mathbf{E}||x$). Эти полосы имеют пространственный период $L_x = 2\pi/q_x$ по оси x и расположены параллельно оси y. (Здесь q_x – волновое число периодической вдоль оси x линейной структуры). Толщина слоя 60 мкм, частота 5 Гц.

[1)]e-mail: oakapustina@ yandex.ru

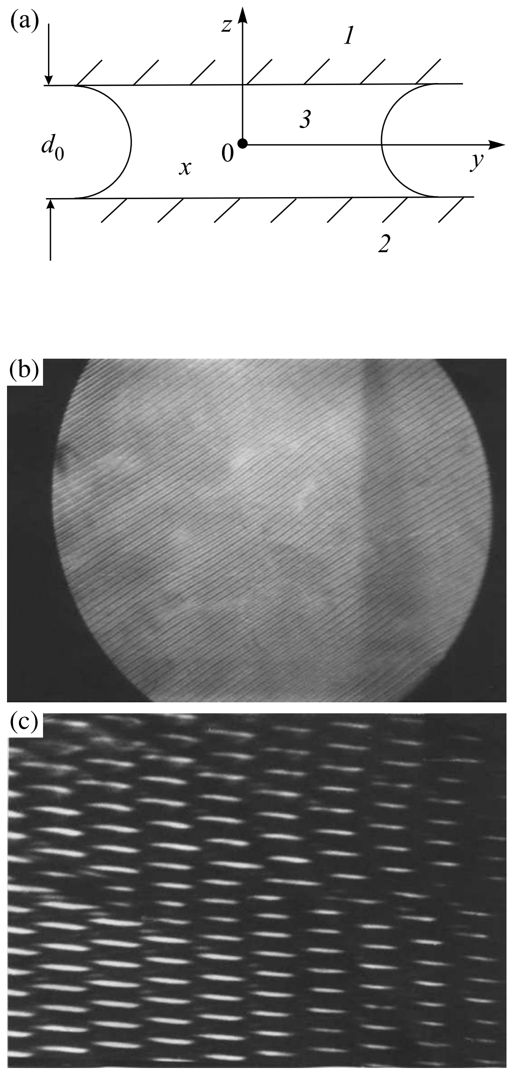

Рис.1. К анализу устойчивости системы линейных доменов при осциллирующем сжатии слоя НЖК: (a) упрощенная схема эксперимента: *1*, *2* – стеклянные пластины, составляющие ячейку; *3* – НЖК; (b) оптическая картина искажения НЖК, наблюдаемая на пороге образования системы линейных доменов в условиях воздействия только колебаний сдвига; толщина слоя НЖК 60 мкм, частота 5 Гц; (c) несоразмерные структуры (система "черточек"), наблюдаемые при одновременном воздействии на планарный слой НЖК колебаний сдвига и сжатия; толщина слоя 60 мкм, частота 3 Гц

Во второй серии опытов слой НЖК подвергался одновременному воздействию сдвиговых колебаний с амплитудой ξ_{0y}, превышающей критическую для образования линейных доменов амплитуду $\xi_{0y\,\mathrm{cr}}$, и колебаний сжатия (в направлении оси z) с той же частотой и амплитудой ξ_{0z}. Наблюдения показали, что по мере повышения этой амплитуды происходит трансформация исходной системы линейных доменов в двумерные структуры, причем это превращение имеет несколько стадий, и его характер зависит от толщины слоя НЖК, частоты колебаний и соотношения между амплитудами колебаний ξ_{0y} и ξ_{0z}. На первой стадии этого процесса наблюдали изгиб доменов и их отклонение от исходного направления (вдоль оси y). Вторая стадия трансформации состоит в локальном разрыве полос и формировании новой структуры: система "черточек", расположенных в шахматном порядке (рис.1c). Далее, на следующей стадии трансформации, по мере повышения амплитуды колебаний сжатия происходит некоторое "упорядочение" этой системы: "черточки" группируются в некие регулярные "столбообразные" структуры, разделенные весьма правильной формы полосами шириной $(1-10)L_x$, которые располагаются в направлении оси x, то есть ортогонально направлению колебаний сдвига. Если амплитуда колебаний сжатия продолжает расти, то на одних частотах происходит расширение этих полос, а на других – их деформация, в ходе которой они либо изгибаются, либо теряют регулярность.

Задача точного описания этих надпороговых явлений на основе известных уравнений нематодинамики [6], традиционно применяемых для анализа ориентационных переходов НЖК при внешних воздействиях различного вида, выходит за рамки рассмотрения. Ниже предлагается феноменологическая модель для качественного описания явления вторичной пространственной модуляции первичного искажения НЖК, чей период L_y оказывается несоразмерным по отношению к периоду L_x исходной системы линейных доменов. Рассмотрение проводится для такой области звуковых частот, где соотношение толщины слоя НЖК d_0 и длин вязкой λ_{vis} и ориентационной λ_{or} волн таково, что справедливо следующее неравенство: $\lambda_{\mathrm{or}} < d_0 < \lambda_{\mathrm{vis}}$.

Примем следующую геометрию задачи: молекулы НЖК в слое ориентированы в среднем вдоль оси y, и в том же направлении пластина *1* ячейки совершает сдвиговые колебания с частотой ω по закону $\xi_y = \xi_{0y}\cos\omega t$; пластина *2* колеблется вдоль оси z с той же частотой и амплитудой ξ_{0z}, что вызывает периодическое сжатие слоя и изменение его толщины d_0, которое удобно записать в следующем виде: $d(t) = d_0(1+\chi\cos\omega t)$. Здесь параметр $\chi = \xi_{0z}/d_0$.

Проведем анализ устойчивости системы одномерных линейных доменов, сформированных при воздействии колебаний сдвига, к периодическому сжатию слоя НЖК. Согласно теории [4], под воздействием колебаний сдвига при заданных значениях ω и d_0 в слое НЖК формируется система линейных доменов, которые располагаются в направлении колебаний и имеют единственно возможное (оптимальное) значение волнового числа $q_{x\,\mathrm{opt}}$. Можно предположить, что при периодическом изменении толщины слоя НЖК значение этого оптимального волнового числа также должно "осциллировать", а система доменов вынуждена "перестраиваться": домены будут уплотняться/раздвигаться (соответственно, при уменьшении/увеличении толщины d_0 слоя НЖК), изгибаться и поворачиваться на некоторый угол относительно оси y. Рассматривая систему линейных доменов как некую упругую структуру, введем энергии, которые характеризуют эти ее деформации (поступательное движение, изгиб и поворот доменов):

$$\Delta F_1 = \frac{1}{2}C_1(q_x - q_{x\,\mathrm{opt}})^2, \tag{1}$$

$$\Delta F_2 = \frac{1}{2}C_2 q_y^2 \alpha^2, \tag{2}$$

$$\Delta F_3 = \frac{1}{2}C_3 q_z^2 \alpha^2. \tag{3}$$

Здесь эффективные модули C_i описывают постулируемые в модели деформации системы линейных доменов: рассогласование реального, $q_{x\,r}$, и оптимального, $q_{x\,\mathrm{opt}}$, значений их волнового числа q_x, изгиб доменов и их поворот на постоянный угол α относительно оси y (значения $i = 1, 2, 3$, соответственно). Если учесть факт уменьшения расстояния между доменами при повороте на этот угол α, так что истинное значение их волнового числа оказывается равным $q_x(\alpha) = q_x(0)/\cos\alpha = q_x(0)(1 + \frac{1}{2}\alpha^2)$, то полную свободную энергию искажения системы можно записать в следующем виде:

$$\Delta F = \frac{1}{2}\left\{C_1\left[q_x\left(1 + \frac{1}{2}\alpha^2\right) - q_{x\,\mathrm{opt}}\right]^2 + \right.$$
$$\left. + C_2 q_y^2 \alpha^2 + C_3 q_z^2 \alpha^2\right\}. \tag{4}$$

Полагая $q_{x\,\mathrm{opt}}(t) = q_x(0)(1 + \delta\cos\omega t)$ и $\zeta = (q_{x\,\mathrm{opt}} - q_{x\,r})/q_{x\,\mathrm{opt}}$ и преобразуя (4), находим упругий момент

$$\mathrm{M_e} = -\partial\Delta F/\partial\alpha =$$
$$= -[C_1 q_x^2(\zeta + \delta\cos\omega t + \alpha^2/2)^2 + C_2 q_y^2 + C_3 q_z^2]\alpha. \tag{5}$$

Если в этой формуле член в квадратных скобках принимает отрицательное значение, то исходное положение системы (угол $\alpha = 0$) оказывается неустойчивым. В такой ситуации доменам энергетически выгоднее повернуться так, чтобы реальное значение волнового числа $q_{x\,r}$ оказалось наиболее близким к его оптимальному значению $q_{x\,\mathrm{opt}}$, хотя это и потребует дополнительной энергии на деформацию изгиба доменов.

Чтобы описать динамику доменов, составим уравнение движения типа второго закона Ньютона:

$$I d^2\alpha/dt^2 = M_\mathrm{e} + \mathrm{M_{vis}}, \tag{6}$$

где $M_{\mathrm{vis}} = \eta_{\mathrm{ef}} d\alpha/dt(q_z/q_y)^2$ – вязкий момент, $I = \rho/q_y^2$ – момент инерции, η_{ef} – "эффективная" вязкость изгибного/поступательного движения доменов, ρ – плотность. Сопоставим в уравнении (6) для угла α инерционный и вязкий члены. В рассматриваемом диапазоне частот, где длина вязкой волны $\lambda_{\mathrm{vis}} \gg d$, отношение $(I d^2\alpha/dt^2)/\mathrm{M_{vis}} \sim 1/(q_z\lambda_{\mathrm{vis}})^2 \ll 1$, так что можно пренебречь инерционным членом в этом уравнении и привести его к следующему виду:

$$\left[C_1 q_x^2\left(\zeta + \delta\cos\omega t + \frac{1}{2}\alpha^2\right) + C_2 q_y^2 + C_3 q_z^2\right]\alpha +$$
$$+ \eta_{\mathrm{ef}}(q_z/q_y)^2 d\alpha/dt = 0. \tag{7}$$

Применим далее известную методику разложения функции $\alpha(t)$ в ряд Фурье. Ограничив рассмотрение нулевой и первой гармониками, имеем: $\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_1\sin\omega t + \alpha_2\cos\omega t$. После ее подстановки в формулу (7) получаем следующую линеаризованную систему уравнений на коэффициенты этого разложения:

$$\begin{gathered}
(C_1 q_x^2\zeta + C_2 q_y^2 + C_3 q_z^2)\alpha_0 + \tfrac{1}{2}C_1 q_x^2\delta\alpha_2 = 0,\\
(C_1 q_x^2\zeta + C_2 q_y^2 + C_3 q_z^2)\alpha_1 - \eta_{\mathrm{ef}}\omega(q_z/q_y)^2\alpha_2 = 0,\\
C_1 q_x^2\delta\alpha_0 + \eta_{\mathrm{ef}}(q_z/q_y)^2\alpha_1 +\\
+ (C_1 q_x^2\zeta + C_2 q_y^2 + C_3 q_z^2)\alpha_2 = 0.
\end{gathered} \tag{8}$$

Так как в среднем за период колебаний различий в значениях волновых чисел $q_{x\,r}$ и $q_{x\,\mathrm{opt}}$ быть не должно, то есть справедливо равенство $\langle q_{x\,\mathrm{opt}} - q_{x\,r}\rangle = 0$, можно положить $\zeta = 0$, что позволяет упростить систему уравнений (8). Из условия существования у нее нетривиальных решений (детерминант $\Delta = 0$) находим вид функции $\delta(q_y)$, которая описывает неустойчивость системы линейных доменов к осциллирующему сжатию слоя НЖК:

$$\delta^2 = 2[(C_2 q_y^2 + C_3 q_z^2)^2 + (q_z/q_y)^2(\eta_{\mathrm{ef}}\omega)^2]/C_1^2 q_x^4. \tag{9}$$

Если эта функция имеет минимум для некоторого набора значений q_y, то можно утверждать, что при осциллирующем сжатии в слое НЖК развивается ориентационная неустойчивость исходной системы линейных доменов. Это проявляется в возникновении вдоль оси y искажения с волновым числом $q_{y\,\mathrm{opt}}$, которое отвечает положению минимума функции $\delta(q_y)$ и критическому значению сжатия $\delta_{\mathrm{cr}} = \delta(q_{y\,\mathrm{opt}})$. Из условия $\partial\delta^2/\partial q_y^2 = 0$ имеем следующие соотношения для пороговых характеристик неустойчивости этой системы:

$$\delta^2 = 2(q_z/q_x)^4[(C_3/C_1)^2 + 2(C_2/C_1)^2(\omega/\omega^*)], \quad (10)$$

$$q_y = q_z(\omega/\omega^*)^{1/4}. \quad (11)$$

Здесь $\omega^* = C_2 q_z^2/\eta_{\mathrm{ef}}$ – параметр, имеющий размерность частоты. Сведения о величинах коэффициентов C_i и η_{ef} отсутствуют, поэтому вопрос об определении численных значений δ_{cr} и $q_{y\,\mathrm{opt}}$ пока остается за рамками данного анализа. Однако качественное сопоставление некоторых теоретических и экспериментальных данных можно провести. На

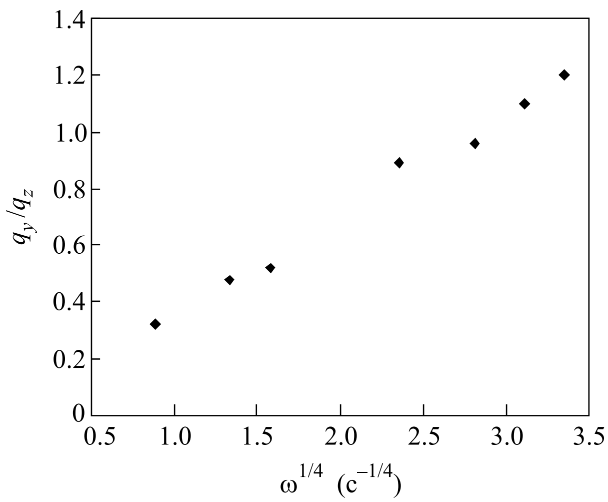

Рис.2. Влияние частоты колебаний в области 0.1–20 Гц на пороговое волновое число q_y искажения, периодического вдоль оси y, для слоя НЖК толщиной 60 мкм; нормирование проведено на волновое число $q_z = \pi/d_0$

рис.2 приведены полученные в опытах значения порогового волнового числа q_y искажения, периодического вдоль оси y, в слое НЖК толщиной 60 мкм при частотах колебаний 0.1–20 Гц. (Здесь значения q_y нормированы на волновое число $q_z = \pi/d_0$.) Как видно, в этой области частот пороговое волновое число растет с повышением частоты колебаний, и эту зависимость аппроксимирует функция вида $q_y/q_z \sim \omega^{1/4}$, что соответствует выводу, следующему из модели. Исходя из значения углового коэффициента графика этой функции и формулы (11), можно оценить коэффициент упругости C_2, характеризующий деформацию изгиба доменов. Он составляет $3\cdot 10^{-11}$ Н, что вполне укладывается в рамки представлений континуальной теории НЖК об упругих свойствах этой мезофазы [6].

Проведенный анализ показывает, что неустойчивость системы линейных доменов в НЖК при воздействии осциллирующего сжатия развивается вследствие рассогласования реального периода доменов этой системы и его оптимального периода, осциллирующего вместе с периодическими изменениями толщины слоя, и эта неустойчивость приводит к возникновению в НЖК структур с периодом L_y, несоразмерным по отношению к периоду L_x исходной системы.

Автор признателен профессору Э. Гийону за полезные дискуссии при постановке работы. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований # 04-02-17454.

1. *Handbook of Liquid Crystals*, Wiley, Germany, Weinheim, 1998.
2. O. Kapustina, *Ultrasonic Properties*, in: *Physical Properties of Liquid Crystals*, Wiley, Germany, Weinheim, 1999.
3. О. А. Капустина, Кристаллография **49**, 759 (2004).
4. Д. И. Аникеев, О. А. Капустина, ЖЭТФ **110**, 1328 (1996).
5. П. Де Жен, Физика жидких кристаллов, М: Мир,1997.
6. С. А. Пикин, *Структурные превращения в жидких кристаллах*, М.: Наука,1981.