Письма в ЖЭТФ, том 42, вып. 10, стр. 414 – 416 *25 ноября 1985 г.*

КРИТИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ В XXZ МАГНЕТИКЕ ГЕЙЗЕНБЕРГА

А.Г.Изергин, В.Е.Корепин

Рассматриваются корреляционные функции XXZ магнетика Гейзенберга при нулевой температуре. Исследуется их асимптотическое поведение на бесконечности.

Гамильтониан магнетика Гейзенберга имеет вид

$$H = -\sum_{n=1}^{N} \{\sigma_n^x \sigma_{n+1}^x + \sigma_n^y \sigma_{n+1}^y + \cos 2\eta(\sigma_n^z \sigma_{n+1}^z - 1) + h(\sigma_n^z - 1)\} . \qquad (1)$$

Здесь σ – матрицы Паули, расположенные на периодической решетке с N-узлами, h – магнитное поле, η – константа связи. Рассмотрим следующую антиферромагнитную область: $0 < 2\eta \leqslant \pi$. Модель была решена в работе [1] с помощью анзатца Бете. Основное состояние гамильтониана получается при заполнении моря Дирака. Функция $\rho(\lambda)$, описывающая распределение частиц в море, удовлетворяет интегральному уравнению:

$$\rho(\lambda) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\Lambda}^{\Lambda} K(\lambda, \mu)\rho(\mu)d\mu = \frac{\sin 2\eta}{2\pi \operatorname{ch}(\lambda + i\eta)\operatorname{ch}(\lambda - i\eta)}; \qquad (2)$$

$$K(\lambda, \mu) = \sin 4\eta\, [\operatorname{sh}(\lambda - \mu + 2i\eta)\operatorname{sh}(\lambda - \mu - 2i\eta)]^{-1}. \qquad (3)$$

Полная плотность моря D равна:

$$D = \int_{-\Lambda}^{\Lambda} \rho(\lambda)d\lambda . \qquad (4)$$

Она определяет среднее значение σ^z в вакууме: $\langle \sigma_n^z \rangle = 1 - 2D$. В этих формулах λ – это аддитивный спектральный параметр. Голые импульс и энергия частиц в море Дирака следующим образом выражаются через λ:

$$p_0(\lambda)=i\ln\frac{\operatorname{ch}(\lambda-i\eta)}{\operatorname{ch}(\lambda+i\eta)}\;;\;\;\epsilon_0(\lambda)=-2\sin 2\eta\,\frac{dp_0(\lambda)}{d\lambda}+2h\,. \qquad (5)$$

Величина Λ – это значение спектрального параметра на границе зоны Ферми. Важную роль играет также функция одетого заряда $z(\lambda)$ [2]. Она определяется интегральным уравнением

$$z(\lambda)-\frac{1}{2\pi}\int_{-\Lambda}^{\Lambda}K(\lambda,\mu)z(\mu)d\mu=1. \qquad (6)$$

В нулевом магнитном поле $(h\to 0,\ \Lambda\to\infty)$ в области $|\lambda|\ll\Lambda$ заряд равен $z(\lambda)=\pi/4\eta$, т.е. сводится к одетому заряду элементарного возбуждения [2]. В этой модели элементарное возбуждение строится как дырка в море Дирака и обладает фермионными квантовыми числами. Другая важная характеристика модели – это скорость звука v:

$$v=\partial\epsilon/\partial p\,|_{p=\Lambda}\,. \qquad (7)$$

Здесь $\epsilon(\lambda)$ и $p(\lambda)$ – это одетые (наблюдаемые) энергия и импульс элементарного возбуждения [1]. При нулевом магнитном поле $v=2\pi\sin 2\eta/(\pi-2\eta)$ [3].

Мы исследовали асимптотику одновременных корреляторов при конечном магнитном поле. У нас получилось следующее представление (см. (4))

$$\langle\sigma^z_{n+1}\sigma^z_1\rangle-\langle\sigma^z_n\rangle^2=\frac{a}{n^2}+\frac{b\cos(2\pi Dn)}{n^\theta}\qquad(n\to\infty), \qquad (8)$$

причем критический индекс θ оказался равным

$$\theta=2[z(\Lambda)]^2\;;\quad 0\leqslant h<4\sin^2\eta. \qquad (9)$$

Отметим, что в области $0<2\eta<\pi/2$ лидирует первое слагаемое в (8) $(\theta>2)$, а в области $\pi/2<2\eta<\pi$ лидирует второе слагаемое $(\theta<2)$. Поясним аргументы, приводящие к формуле (9). Важную роль играет алгебраическая формулировка анзатца Бете [4]. В работах [5,6] были проклассифицированы все модели, обладающие данной R-матрицей, и было показано, что произвольная модель, связанная с данной R-матрицей, параметризуется двумя произвольными функциями $p_0(\lambda)$ и $\epsilon_0(\lambda)$, которые заменяют (5). Из работы [7] следует, что критический индекс θ не зависит от этих произвольных функций. Он определяется R-матрицей и величиной Λ. Именно это соображение является решающим. Формула (9) согласуется с результатами теории возмущений. В окрестности свободных фермионов $(2\eta\sim\pi/2)$ при $h=0$ корреляторы были исследованы в работах [8-10], где было показано, что один критический индекс определяет асимптотики всех корреляторов, включая разновременные. Основываясь на этом, для асимптотики разновременных корреляторов выскажем следующую гипотезу:

$$\langle\sigma^-_{n+1}(t)\sigma^+_1(0)\rangle=C(n^2-v^2t^2)^{-1/2\,\theta}\qquad(n\to\infty).$$

Здесь v задается формулой (7), а θ – формулой (9). Рассмотрим теперь предел нулевого магнитного поля $(h\to 0,\ \Lambda\to\infty)$; при этом $D=1/2$; $\langle\sigma^z\rangle=0$; $z(\Lambda)=\sqrt{\pi/4\eta}$, таким образом $\theta=\pi/2\eta$. Отметим, что эта формула присутствует в работе [9]. Случай $2\eta=\pi$ соответствует антиферромагнитному случаю для XXX магнетика Гейзенберга. В этом случае получаем для одновременных корреляторов

$$\langle\sigma^z_{n+1}\sigma^z_1\rangle=b(-1)^n/n\,;\quad\langle\sigma^-_{n+1}\sigma^+_1\rangle=C/n\qquad(n\to\infty).$$

Подчеркнем еще раз, что полученная выше формула (9) для критического индекса является универсальной для любой одномерной интегрируемой модели, обладающей R-матрицей XXZ или XXX моделей Гейзенберга [5,6]. Во всех этих моделях (для данной R-матрицы) критический индекс является одинаковой функцией Λ (значения спектрального параметра на границе зоны Ферми). Однако, если выразить критический индекс как функцию одетого импульса Ферми (плотности), то он несомненно будет зависеть от конкретной модели. Например, в случае одномерного бозе-газа с точечным взаимодействием формула (9) (после замены ядра K в (6) на рациональное: $K(\lambda, \mu) = 2c/[c^2 + (\lambda - \mu)^2]$) воспроизводит известные результаты [11-13].

В заключение выражаем благодарность за обсуждения Л.Д.Фаддееву, В.Н.Попову, Н.М.Боголюбову, А.Забродину, Н.А.Славнову.

Литература

1. *Yang C.N., Yang C.P.* Phys. Rev., 1966, **150**, 321.
2. *Корепин В.Е.* ТМФ, 1979, **41**, 169.
3. *Johnson J.D., Krinsky S., McCoy B.M.* Phys. Rev., 1973, **A8**, 2526.
4. *Фаддеев Л.Д., Тахтаджян Л.А.* УМН, 1979, **34**, 13.
5. *Корепин В.Е.* ДАН СССР, 1982, **265**, 1361.
6. *Izergin A.G., Korepin V.E.* Lett. Math. Phys., 1984, **8**, 259.
7. *Izergin A.G., Korepin V.E.* Comm. Math. Phys., 1985, **99**, 271.
8. *Lieb E., Schultz T., Mattis D.* Ann. Phys., 1961, **16**, 407.
9. *Luther A., Peschel I.* Phys. Rev., 1975, **B12**, 3908.
10. *Fogedby H.C.* Journ. Phys., 1978, **C11**, 4767.
11. *Попов В.Н.* ТМФ, 1972, **11**, 354.
12. *Ефетов К.Б., Ларкин А.И.* ЖЭТФ, 1975, **69**, 764.
13. *Haldane F.D.M.* Phys. Rev. Lett., 1981, **47**, 1840.

Ленинградское отделение
математического института им. В.А.Стеклова
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
18 июля 1985 г.