

ТЕОРИИ СТРУН БЕЗ ДВУМЕРНЫХ АНОМАЛИЙ

А.А.Цейтлин

Проанализированы условия сокращения вейлевских и лоренцевых аномалий в двумерных киральных супергравитациях. Установлено существование трех свободных от аномалий теорий, имеющих двумерную суперсимметрию $N = 1/2$, $N = 1_{++}$ и $N = 3/2_{++}$ и отвечающих теориям струн с критическими размерностями $D = 10$ (гетеротическая струна), $D = 2$ и $D = 2$ соответственно.

В настоящее время большой интерес вызывают попытки построения единой теории фундаментальных взаимодействий на основе теории суперструн ¹. Наилучшие шансы на получение реалистической низкоэнергетической феноменологии, по-видимому, имеются в случае $E_8 \times E_8$ -модели гетеротических суперструн ². Действие гетеротической струны может быть представлено как действие $d = 2$, $N = 1/2$ супермультиплетов, взаимодействующих с $d = 2$, $N = 1/2$ супергравитацией ¹⁾. В этой связи представляется важным найти все возможные непротиворечивые теории струн, основанные на киральных $d = 2$ супергравитациях.

1) Простейшая алгебра суперсимметрии в $d = 2$ имеет майорана-вейлевский генератор (см., например, ^{3,4}). N будет обозначать полное число таких генераторов; например, $N = 2_{+++}$ отвечает теории с тремя "левыми" супер-генераторами и одним "правым".

Простейшим условием непротиворечивости (по-видимому, являющимся необходимым для существования безмассовых мод в основном состоянии струны) является сокращение двумерных аномалий в струнном действии. Как было показано в ^{5,6} и ⁷, значения критических размерностей (26, 10 и 2) для трех известных до последнего времени струнных моделей могут быть найдены из условия сокращения (супер)вейлевских аномалий в соответствующих $N = 0, 1$ и 2 (некиральных) суперсимметричных теориях. Как было отмечено в ⁷, в теориях, основанных на $N > 2, d = 2$ супергравитациях, обязательно имеется вейлевская аномалия. Ввиду этого, мы ограничимся рассмотрением киральных $N \leq 2, d = 2$ супергравитаций ($N = \frac{1}{2}, N = 1_{++}, N = \frac{3}{2}_{+++}, N = \frac{3}{2}_{++-}, N = 2_{++++}, N = 2_{+++-}$), которые могут быть получены "транкированием" (и киральными "поворотами" части полей) из некиральной $N = 2, d = 2$ супергравитации ⁸, включающей гравитон e_m^a , два майорановских гравитино χ_m^A и вектор A_m ($a, m, A = 1, 2$). $N = 2$ теория инвариантна относительно вейлевских преобразований ($\delta e_m^a = \lambda e_m^a$), общекоординатных преобразований (X), локальных лоренцевых преобразований (L), "обычной" ($\delta \chi_m^A = D_m \epsilon^A$) и "конформной" ($\delta \chi_m^A = \gamma_m \zeta^A$) суперсимметрий, а также относительно "фазовых" ($\delta A_m = \partial_m \alpha$) и "аксиальных" ($\delta A_m = \epsilon_{mn} \partial^n \beta$) преобразований. Предполагая, что X - инвариантность сохраняется на квантовом уровне, аномалии можно сгруппировать в два мультиплет: $(\lambda, \zeta^A, \beta)$ - супервейлевские (СВ) аномалии и (L, ϵ, α) - суперлоренцевы (СЛ) аномалии. Последние автоматически сокращаются в некиральных теориях, тогда как для сокращения СВ-аномалий к $N = 2$ супергравитации необходимо добавить $D = 2$ ⁷ $N = 2$ скалярных мультиплетов $(\chi^\mu, \psi^\mu, \psi^{\mu A})$ ($\mu = 1, \dots, D$). Мы будем исследовать условия сокращения лишь вейлевских и лоренцевых аномалий, что является достаточным для сокращения СВ- и СЛ- (однопетлевых) аномалий в теориях, суперсимметричных на классическом уровне.

Конечные части эффективного действия для вещественного скаляра и майорановского спинора во внешнем гравитационном поле в $d = 2$ имеют вид (см., например, ⁵)

$$\Gamma_0 = \frac{1}{2} \ln \det \Delta_0 = - \frac{1}{96\pi} \int R \Delta_0^{-1} R, \quad \Delta_0 = -\nabla_m \nabla^m, \quad (1)$$

$$\Gamma_{1/2} = - \frac{1}{2} \ln \det (i\gamma^m D_m) = - \frac{1}{4} \ln \det \Delta_{1/2} = \frac{1}{2} \Gamma_0, \quad (2)$$

$$D_m = \partial_m + i\omega_m \gamma_3, \quad \Delta_{1/2} = -D^2 + \frac{1}{4} R.$$

Эффективные действия для гравитона и майорановского гравитино в $d = 2$ даются вкладами духов, отвечающих X - и ϵ -калибровкам $g_{mn} = e^\rho \delta_{mn}, \chi_m = \gamma_m \chi$ ⁵⁻⁷.

$$\Gamma_2 = - \frac{1}{2} \ln \det \Delta_1 = -26\Gamma_0, \quad \Delta_{1mn} = -\nabla_{mn}^2 - \frac{1}{2} R g_{mn}, \quad (3)$$

$$\Gamma_{3/2} = 2 \ln \det (i\gamma_m^T D_m) = \ln \det \tilde{\Delta}_{1/2} = 11\Gamma_0, \quad \tilde{\Delta}_{1/2} = -D^2 - \frac{1}{4} R. \quad (4)$$

В случае (анти) самодуального антисимметричного тензора ("кирального скаляра") и майорано-вейлевского спинора и гравитино эффективное действие имеет мнимую часть, обусловленную гравитационной лоренцевой аномалией ^{9,10}

$$\Gamma_{0\pm} = \frac{1}{2} \ln \det (\partial_m \pm i\epsilon_{mn} \partial^n) = - \frac{1}{192\pi} \int R \Delta_0^{-1} (R \mp i\nabla_m \omega^m), \quad (5)$$

$$\Gamma_{1/2\pm} = - \frac{1}{4} \ln \det (i\gamma^m D_m)_\pm = \frac{1}{2} \Gamma_{0\pm}, \quad \gamma_3 \psi_\pm = \pm \psi_\pm,$$

$$\Gamma_{3/2 \pm} = 2 \cdot \frac{1}{2} \ln \det (i\gamma_m^T D_m)_{\pm} = 11 \Gamma_{0 \pm}. \quad (6)$$

Таким образом, коэффициенты при вещественной и мнимой части Γ (т.е. коэффициенты W и L вейлевской и лоренцевой аномалий) в теории с одним гравитоном и киральными скалярами, спинорами и гравитино имеют вид

$$W = \frac{1}{2} (n_{0+} + n_{0-}) + \frac{1}{4} (n_{1/2+} + n_{1/2-}) + \frac{11}{2} (n_{3/2+} + n_{3/2-}) - 26, \quad (7)$$

$$L = n_{0+} - n_{0-} + \frac{1}{2} (n_{1/2+} - n_{1/2-}) - 11 (n_{3/2+} - n_{3/2-}). \quad (8)$$

Заметим, что киральный скаляр можно всегда заменить на два майорана-вейлевских спинора.

Обсудим решения уравнений $W = L = 0$, начиная со случая $N = 0$ — суперсимметрии. Выбирая $n_{0+} = n_{0-} = D$ из $L = 0$ имеем $n_{1/2+} = n_{1/2-} = n$, т.е. $W = D + \frac{1}{2}n - 26$. При $n = 0$ мы получаем обычную бозонную струну, тогда как $n = 2r \neq 0$ отвечает струне Бардакчи — Халперна¹¹. В случае $N = 1/2$ — суперсимметрии мы можем рассмотреть взаимодействие $N = 1/2_+$ супергравитации (e_m^a, χ_{m+}) с $D N = 1/2_+$ — скалярными мультиплетами (x^μ, ψ^μ) и с $n_{1/2+}$ спинорными мультиплетами (λ_{+}^I, F^I) (F^I — вспомогательное поле, не дающее вклада в Γ). В этом случае уравнения $W = D + \frac{1}{4}D + \frac{1}{4}n_{1/2+} + 11/2 - 26 = 0$ и $L = \frac{1}{2}n_{1/2+} - \frac{1}{2}D - 11 = 0$ имеют единственное решение: $D = 10$, $n_{1/2+} = 32$, отвечающее гетеротической струне².

$N = 1_{++}$ — супергравитация включает следующие поля: $e_m^a, \chi_{m+}^A, A_{m+} = \epsilon_{mn} A_n^+$. Помимо гравитона и двух гравитино в эффективное действие дает также вклад один киральный скалярный дух, отвечающий калибровке $A_{m+} = 0$ (см. ⁷), так что мы имеем $n_{0-} = -2$. Добавляя $D N = 1_{++}$ скалярных мультиплетов $(x^\mu, y_\mu^A, \psi^{\mu A})$ и некоторое число спинорных мультиплетов (т.е. "синглетных" спиноров положительной киральности) мы получаем: $W = D + \frac{1}{2}D - 1 + \frac{1}{2}D + \frac{1}{4}n_{1/2+} + 11 - 26$, $L = 2 - D + \frac{1}{2}n_{1/2+} - D - 22$, откуда следует, что аномалии сокращаются при $D = 2$ и $n_{1/2+} = 48$.

В случае $N = 3/2_{+++}$ вклад супергравитации в Γ совпадает с суммарным вкладом $N = 1_{++}$ и $N = 1/2_-$ — супергравитаций (при условии, что вклад гравитона учитывается лишь один раз). Добавляя D скалярных мультиплетов $(x^\mu, y_\mu^A, \psi_+^{\mu A}, \psi_-^\mu)$ и $n_{1/2+}$ "синглетных" киральных спиноров мы получаем, что уравнения $W = L = 0$ имеют единственное решение: $D = 2$, $n_{1/2+} = 24$. Аналогичный анализ показывает, что оставшиеся киральные теории с $N = 3/2_{+++}$, $N = 2_{++++}$ и $N = 2_{+---}$ имеют либо лоренцеву, либо вейлевскую аномалию. Например, в случае $N = 2$ — теорий, взаимодействующих с $D N = 2$ скалярными мультиплетами $W = 3(D - 2)$ ⁷. Для сокращения лоренцевой аномалии приходится вводить дополнительные майорана-вейлевские спиноры, дающие положительный вклад в W (в результате $W \neq 0$ даже при $D < 2$).

Таким образом, полный список свободных от двумерных аномалий теорий струн таков:

1) $N = 0, D = 26$; 2) $N = 1/2_+, D = 10$ ($n_{1/2+} = 32$); 3) $N = 1_{+-}, D = 10$; 4) $N = 1_{++}, D = 2$ ($n_{1/2+} = 48$); 5) $N = 3/2_{+++}, D = 2$ ($n_{1/2+} = 24$); 6) $N = 2_{+---}, D = 2$. Киральные теории 2), 4), 5) могут быть интерпретированы как "киральные комбинации"² теорий 1), 3), 6) (например, заменяя 24 киральных спинора на 48 киральных скаляра, $N = 3/2_{+++}$ -теорию можно рассматривать, как комбинацию "левой" части $N = 2_{+---}$ -теории и "правой" части $N = 1_{+-}$ -теории²).

Условие сокращения $d = 2$ аномалий в свободном действии струны дает лишь весьма грубое ограничение на структуру теории. Более жесткие ограничения могут возникнуть при рассмотрении сокращения $d = 2$ аномалий в действии струны, взаимодействующей с внешними полями (в рамках подхода эффективного действия, предложенного в¹²). Например, подключая к действию гетеротической струны бозонные поля $N = 1, D = 10$ супергравитации и Янга — Миллса, можно найти (в древесном приближении в теории струн, т.е. на S^2), что для сокращения

соответствующих $d = 2$ киральных и лоренцевых аномалий необходимо предположить, что антисимметричный тензор $B_{\mu\nu}$ должен преобразовываться при $D = 10$ — лоренцевых и калибровочных преобразованиях по закону, который был найден в ¹ из условия сокращения $D = 10$ -аномалий (см. также ¹³). Можно высказать предположение, что условие сокращения $d = 2$ аномалий на торе (что отвечает однопетлевому приближению в теории струн) приведет к ограничениям на калибровочную группу "внешнего" калибровочного поля ($E_8 \times E_8$ или $SO(32)$), а также, возможно, на структуру основного состояния теории.

Литература

1. Green M.B., Schwarz J.H. Phys. Lett., 1984, 149B, 117; Candelas P., Horowitz G.T., Strominger A., Witten E. Nucl. Phys., 1985, B258, 46.
2. Gross D.J., Harvey J.A., Martinec E., Rohm R. Phys. Rev. Lett., 1985, 54, 502; Nucl. Phys., 1985, B256, 253.
3. Siegel W. Nucl. Phys., 1984, B238, 307; Sakamoto M. Phys. Lett., 1985, 151B, 115.
4. Tani Y. Preprint Tokyo Inst. Technology TIT-HEP-85, 1985.
5. Polyakov A.M. Phys. Lett., 1981, 103B, 207.
6. Polyakov A.M. Phys. Lett., 1981, 103B, 211.
7. Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Phys. Lett., 1981, 106B, 63.
8. Brink L., Schwarz J.H. Nucl. Phys., 1977, B121, 285.
9. Alvarez-Gaume L., Witten E. Nucl. Phys., 1983, B234, 269.
10. Leutwyler H. Phys. Lett., 1985, 153B, 51.
11. Bardakci K., Halpern M.B. Phys. Rev., 1971, D3, 2493.
12. Фрадкин Е.С., Цейтлин А.А. Письма в ЖЭТФ, 1985, 41, 169; Fradkin E.S., Tseytlin A.A. Phys. Lett., 1985, 158B, 316, Nucl. Phys., 1985, B261, 1.
13. Hull C.M., Witten E. Princeton preprint, 1985; Callan C., Martinec E., Perry M., Friedan D. Princeton preprint, 1985; Sen A. Fermilab preprint, 1985.