

## Релаксация спина в двумерных системах малых размеров

И. С. Любинский<sup>1)</sup>

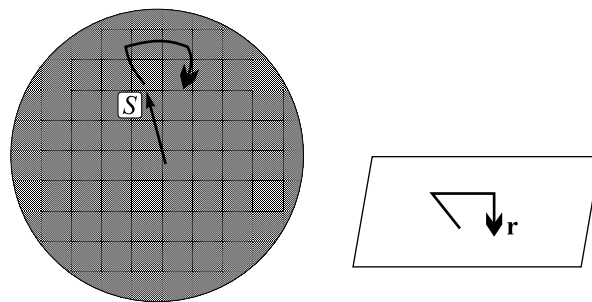
Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 13 марта 2006 г.

Исследована релаксация спина электронов в двумерной диффузионной системе малых размеров. Показано, что скорость спиновой релаксации в такой системе может быть параметрически мала по сравнению со скоростью релаксации в бесконечной двумерной системе, причем скорость релаксации для разных компонент спина различается параметрически. Рассматриваемая система является промежуточной по отношению к бесконечной двумерной системе и квантовой точке и может демонстрировать как классическое, так и квантовое поведение. Указан предел применимости классического рассмотрения и найдена температурно-зависимая поправка к скорости спиновой релаксации, обусловленная квантово-интерференционными эффектами.

PACS: 71.70.Ej, 73.63.-b, 75.40.Gb, 85.75.-d

Изучение процессов спиновой релаксации в низкоразмерных полупроводниковых структурах представляет интерес как с теоретической точки зрения, так и ввиду возможных приложений в области спинтроники [1]. Основным механизмом релаксации спина свободных электронов в структурах с расщепленным по спину спектром является механизм Дьяконова–Переля [2]. Наличие спинового расщепления приводит к появлению эффективного магнитного поля  $\mathbf{V}_p$ , зависящего от импульса электрона  $\mathbf{p}$ . За счет рассеяния на примесях импульс  $\mathbf{p}$  и, соответственно, поле  $\mathbf{V}_p$  хаотически меняются со временем. В результате спин электрона релаксирует за счет случайных вращений. В двумерных системах расщепление спектра по спину может быть обусловлено асимметрией квантовой ямы (эффект Бычкова–Рашба [3]) или отсутствием центра инверсии в объемном материале, из которого выращена квантовая яма (эффект Дрессельхауза [4, 5]). В обоих случаях поле  $\mathbf{V}_p$  связано с вектором  $\mathbf{p}$  линейным соотношением. В результате движение вектора спина  $\mathbf{S}$  по сфере радиуса  $1/2$  (см. рисунок) жестко связано с движением электрона в пространстве на малых масштабах времени, таких, что кривизной сферы можно пренебречь. Ограничение движения электрона в некоторой области пространства приводит к ограничению движения вектора  $\mathbf{S}$  в некоторой области на сфере и к подавлению механизма Дьяконова–Переля. Данный эффект рассматривался применительно к ряду систем, включая двумерный канал конечной ширины [6–8] и баллистическую квантовую точку с характерными размерами, превышающими длину волны электрона  $\lambda$  [9].



Движение электрона на плоскости сопровождается движением вектора спина  $\mathbf{S}$  по сфере радиуса  $1/2$ . На малых временах отклонение вектора  $\mathbf{S}$  жестко связано со смещением электрона в пространстве  $\mathbf{r}$ . Нарушение этой связи происходит за счет некоммутативности поворотов

В настоящей работе исследуется релаксация спина в двумерной диффузионной области малых размеров. Предполагается, что

$$\lambda \ll l \ll a \ll v/\Omega_p, \quad (1)$$

где  $l$  – длина свободного пробега,  $a$  – характерный размер области локализации,  $\Omega_p$  – частота прецессии спина в поле  $\mathbf{V}_p$ ,  $v$  – скорость электрона. Первые два неравенства в (1) являются условиями применимости классического и диффузионного приближений, соответственно. Третье неравенство обеспечивает малость поворота спина при смещении электрона на расстояние порядка  $a$ .

В работе показано, что локализация электрона в двумерной диффузионной области малых размеров приводит к подавлению механизма спиновой релаксации Дьяконова–Переля, при этом скорость спиновой релаксации для разных компонент спина различает-

<sup>1)</sup>e-mail: ilyalyu@mail.ru

ся параметрически. Обсуждается вопрос о пределах применимости классического описания и о переходе от классического к квантовому поведению в рассматриваемой системе.

Вращение спина электрона  $\mathbf{S}$  в эффективном магнитном поле описывается уравнением

$$d\mathbf{S}/dt = [\mathbf{\Omega}_{\mathbf{p}(t)} \times \mathbf{S}], \quad (2)$$

где  $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{p}(t)} = \hat{\alpha}\mathbf{p}(t)$  для двумерной системы,  $\hat{\alpha}$  – тензор  $3 \times 2$ ,  $\mathbf{p}(t)$  – импульс электрона в момент времени  $t$ . Как движение электрона в пространстве, так и угловое движение вектора спина  $\mathbf{S}$  носят диффузионный характер. Для того чтобы оценить коэффициент угловой диффузии спина, достаточно рассмотреть эволюцию спина на малых масштабах времени, таких, что вектор  $\mathbf{S}$  не успевает сильно отклониться от начального направления. В этом случае в первом приближении по  $\alpha$

$$\mathbf{S}(t) \approx \mathbf{S}_0 + [m\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t) \times \mathbf{S}_0], \quad (3)$$

где  $m$  – эффективная масса электрона,  $\Delta\mathbf{r}(t)$  – смещение электрона за время  $t$ . Если движение электрона не ограничено в пространстве, то характерное смещение  $\Delta r$  и, соответственно, характерное отклонение спина  $\Delta S$  нарастают по диффузионному закону  $\Delta r, \Delta S \sim \sqrt{t}$ . Диффузионное распыление вектора  $\mathbf{S}$  по сфере приводит к релаксации спина, при этом обратное время спиновой релаксации [2]

$$1/\tau_S \sim D_S \sim (m\alpha)^2 D, \quad (4)$$

где  $D_S$  – коэффициент угловой диффузии спина,  $D$  – коэффициент диффузии электрона,  $\alpha$  – характерная величина компонент тензора  $\hat{\alpha}$ .

Пусть движение электрона ограничено областью с характерным размером  $a \ll 1/m\alpha$ . Тогда, как следует из (3), на временах  $t > t_D$  характерное отклонение спина  $\Delta S \sim m\alpha\Delta r \sim m\alpha a \ll 1$ , то есть диффузионное распыление вектора  $\mathbf{S}$  по сфере отсутствует. Для того чтобы получить конечное время спиновой релаксации, необходимо рассмотреть в  $\Delta S$  следующие порядки по  $\alpha$ , для чего удобно воспользоваться преобразованием

$$\mathbf{S}(t) = \hat{T}(m\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t))\mathbf{S}'(t), \quad (5)$$

где  $\hat{T}(\phi)$  – матрица  $3 \times 3$ , описывающая поворот вектора на угол  $\phi$  вокруг оси  $\phi$ . В рассматриваемом случае  $\hat{T}(m\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)) \approx 1$  при всех возможных значениях вектора  $\Delta\mathbf{r}(t)$ . Таким образом, релаксация спина возможна только за счет затухания вектора  $\mathbf{S}'(t)$ .

Подставляя (5) в (2), находим с точностью до второго порядка по  $\alpha$ :

$$d\mathbf{S}'/dt = \frac{1}{2}[\mathbf{\Omega}'(t) \times \mathbf{S}'], \quad (6)$$

где  $\mathbf{\Omega}'(t) = [\hat{\alpha}\mathbf{p}(t) \times m\hat{\alpha}\Delta\mathbf{r}(t)]$ . Так как векторы  $\mathbf{p}(t)$  и  $\Delta\mathbf{r}(t)$  лежат всегда в одной плоскости (допустим, в плоскости  $(x, y)$ ), то вектор  $\mathbf{\Omega}'(t)$  всегда направлен вдоль оси  $\mathbf{e}_0 = [\hat{\alpha}\mathbf{e}_x \times \hat{\alpha}\mathbf{e}_y]$ . В результате компонента спина, параллельная  $\mathbf{e}_0$ , в данном приближении сохраняется, а две другие компоненты релаксируют за счет угловой диффузии, при этом скорость спиновой релаксации пропорциональна  $\alpha^4$ . Релаксация компоненты спина, параллельной  $\mathbf{e}_0$ , может быть получена в шестом порядке по  $\alpha$ .

Для строгого описания динамики спина воспользуемся кинетическим уравнением [2]

$$\frac{\partial \mathbf{S}_{\mathbf{p}}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{S}_{\mathbf{p}} = [\hat{\alpha}\mathbf{p} \times \mathbf{S}_{\mathbf{p}}] + \frac{\mathbf{S}_i - \mathbf{S}_{\mathbf{p}}}{\tau} + St \mathbf{S}_i, \quad (7)$$

$$St \mathbf{S}_i = \frac{\partial}{\partial \mathcal{E}} \kappa(T) \left[ T \frac{\partial \mathbf{S}_i}{\partial \mathcal{E}} - (1 - 2f)\mathbf{S}_i \right]. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{S}_{\mathbf{p}}$  – функция распределения спина, то есть спин, приходящийся на единицу фазового объема,  $\mathbf{S}_i$  – изотропная часть функции распределения, получаемая усреднением  $\mathbf{S}_{\mathbf{p}}$  по направлениям импульса электрона,  $\tau$  – транспортное время,  $St \mathbf{S}_i$  – интеграл столкновений, описывающий неупругое рассеяние на фононах,  $\kappa(T)$  – некоторая функция температуры, зависящая от типа фононов и силы электрон-фононного взаимодействия,  $f$  – фермиевская функция распределения. Функция распределения спина связана с плотностью спина  $\mathbf{S}(\mathbf{r})$  соотношением  $\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \int \mathbf{S}_i g d\mathcal{E}$ , где  $g$  – плотность состояний,  $\mathcal{E}$  – энергия электрона. Кроме того, будем считать, что на границе выполняется условие зеркального отражения

$$\mathbf{S}_{p_{\perp} p_{\parallel}} = \mathbf{S}_{-p_{\perp} p_{\parallel}} |_{F(\mathbf{r})=0}, \quad (9)$$

где  $p_{\perp}$  и  $p_{\parallel}$  – компоненты импульса в направлении, перпендикулярном и параллельном границе, соответственно, уравнение  $F(\mathbf{r}) = 0$  задает положение границы локализованной области.

В случае, когда транспортное время  $\tau \rightarrow 0$ , функцию  $\mathbf{S}_{\mathbf{p}}$  можно представить в виде суммы изотропной части  $\mathbf{S}_i$  и малой анизотропной добавки:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{p}} = \mathbf{S}_i + \mathbf{S}_1 \cos \phi + \mathbf{S}_2 \sin \phi, \quad (10)$$

где  $\phi$  – угол вектора  $\mathbf{p} = (p \cos \phi, p \sin \phi)$ . Подставляя (10) в (7) и (9), выделяя слагаемые при осциллирующих множителях  $\sin \phi$  и  $\cos \phi$  в отдельные уравнения

и исключая  $\mathbf{S}_{1,2}$  из получившейся системы уравнений, находим:

$$\partial \mathbf{S}_i / \partial t = D_{\mathcal{E}} \sum_{\alpha=x,y} \left( \partial / \partial r_{\alpha} - \hat{I}_{\alpha} \right)^2 \mathbf{S}_i + St \mathbf{S}_i, \quad (11)$$

$$(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{S}_i = [m \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{S}_i] |_{F(\mathbf{r})=0}, \quad (12)$$

где операторы  $\hat{I}_{x,y}$  задаются выражением  $\hat{I}_{x,y} \mathbf{S}_i = [m \hat{\alpha} \mathbf{e}_{x,y} \times \mathbf{S}_i]$ ,  $\mathbf{n}$  – вектор нормали к границе локализованной области. Интегрируя (11) и (12) по энергии и учитывая, что  $\int St \mathbf{S}_i d\mathcal{E} = 0$ <sup>2)</sup>, находим:

$$\partial \mathbf{S} / \partial t = D \sum_{\alpha=x,y} \left( \partial / \partial r_{\alpha} - \hat{I}_{\alpha} \right)^2 \mathbf{S}, \quad (13)$$

$$(\mathbf{n} \nabla) \mathbf{S} = [m \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{S}] |_{F(\mathbf{r})=0}, \quad (14)$$

где коэффициент диффузии  $D = \int D_{\mathcal{E}} f(1-f) d\mathcal{E} / T$  получается усреднением  $D_{\mathcal{E}}$  с собственной функцией уравнения  $St \mathbf{S}_i = 0$ <sup>3)</sup>. Отметим, что хотя граничные условия (14) получены из условия сохранения спина при рассеянии на границе, тем не менее, они отличаются от граничных условий для сохраняющейся величины (так, для концентрации  $\mathbf{n} \nabla \rho = 0$ ). Такие же граничные условия могут быть получены для случая диффузного рассеяния на границе. Влияние эффектов несохранения спина при рассеянии на границе, а также прецессии спина в баллистической области вблизи границы, на граничные условия подробно рассмотрено в [10]. Подобные эффекты могут оказать существенное влияние на релаксацию спина в рассматриваемой системе, учитывая, что релаксация внутри локализованной области сильно подавлена, однако их учет выходит за рамки настоящей статьи.

В (13) и (14) удобно перейти к безразмерным переменным  $t' = (m\alpha)^2 Dt$ ,  $\mathbf{r} = \mathbf{r}' / m\alpha$ ,  $\hat{\alpha} = m\alpha \hat{\alpha}'$ :

$$\partial \mathbf{S} / \partial t' = \sum_{\alpha=x,y} \left( \partial / \partial r'_{\alpha} - \hat{I}'_{\alpha} \right)^2 \mathbf{S}, \quad (15)$$

$$(\mathbf{n} \nabla') \mathbf{S} = [\hat{\alpha}' \mathbf{n} \times \mathbf{S}] |_{F(\mathbf{r}'/m\alpha)=0}, \quad (16)$$

где  $\hat{I}'_{x,y} \mathbf{S}_i = [\hat{\alpha}' \mathbf{e}_{x,y} \times \mathbf{S}_i]$ . Уравнения (15) и (16) содержат единственный параметр – характерный размер локализованной области  $m\alpha \ll 1$  (данный параметр

неявно присутствует в граничных условиях (16), а именно, определяет характерное расстояние до границы локализованной области). Таким образом, для заданной формы границы локализованной области и для фиксированного соотношения между компонентами тензора  $\hat{\alpha}'$  (то есть для фиксированного соотношения между вкладами в спиновое расщепление, обусловленными эффектами Бычкова–Рашба и Дресельхауза) скорость спиновой релаксации в безразмерных переменных есть некоторая функция  $m\alpha\alpha$ :  $1/\tau'_S = g(m\alpha\alpha)$ . Учитывая, что  $m\alpha\alpha \ll 1$ , достаточно взять первый член в разложении функции  $g$  в ряд Тейлора. В результате находим для скорости спиновой релаксации:

$$1/\tau_S = c_k (m\alpha)^2 D (m\alpha\alpha)^{2k}, \quad (17)$$

где  $k$  – целое число,  $c_k$  – численный коэффициент, зависящий от конкретного вида тензора  $\hat{\alpha}'$  и формы локализованной области. Как следует из анализа уравнения (6),  $k = 1$  для компонент спина, перпендикулярных вектору  $\mathbf{e}_0 = [\hat{\alpha}' \mathbf{e}_x \times \hat{\alpha}' \mathbf{e}_y]$ . Для компоненты спина, параллельной  $\mathbf{e}_0$ ,  $k = 2$ .

Благодаря наличию малого параметра, уравнения (15) и (16) могут быть решены приближенно. Мной было получено решение для локализованной области радиуса  $a$  и эффективного магнитного поля, такого, что  $\mathbf{\Omega}_p = \alpha[\mathbf{e}_z \times \mathbf{p}]$  (такое соотношение реализуется в случае, когда расщепление спектра по спину обусловлено эффектом Бычкова–Рашба). Три медленно затухающих решения:

$$\mathbf{S}_{\alpha}(t) = \hat{T}(m\alpha[\mathbf{e}_z \times \mathbf{r}]) \mathbf{e}_{\alpha} \exp[-t/\tau_S^{(\alpha)}], \quad (18)$$

$$1/\tau_S^{(x,y)} = (m\alpha)^2 D (m\alpha\alpha)^2 / 4, \quad (19)$$

$$1/\tau_S^{(z)} = (m\alpha)^2 D (m\alpha\alpha)^4 / 48, \quad (20)$$

где собственные функции  $\mathbf{S}_{\alpha}(t)$  получены с точностью до второго порядка по  $\mathbf{r}$ . Остальные решения затухают на временах порядка  $t_D = a^2 / D$ . Если в начальный момент времени в системе было создано однородное распределение спина  $\mathbf{S}_0$ , то на временах  $t > t_D$  установится следующее решение:

$$\mathbf{S}(t) \approx \sum \mathbf{e}_{\alpha} S_{0\alpha} \exp[-t/\tau_S^{(\alpha)}]. \quad (21)$$

Рассмотрим пределы применимости классического приближения, использованного в настоящей работе. Невозможность классического описания может быть связана, с одной стороны, с влиянием интерференционных процессов, обусловленных волновыми свойствами электронов, а с другой, – с дискретностью уровней. Основным параметром, характеризующим волновую природу электронов, является отношение  $\lambda/l$ . Первый порядок в разложении квантовых

<sup>2)</sup> Данное равенство отражает тот факт, что перемешивание частиц по энергии не меняет локальную концентрацию.

<sup>3)</sup> Как правило, зависящие от энергии величины усредняются с фермиевской функции распределения  $f$ . Дополнительный множитель  $1-f$  в данном случае можно интерпретировать как плотность состояний, не заполненных неполяризованными по спину носителями.

поправок к проводимости и ряду других макроскопических величин по малому параметру  $\lambda/l$  известен как слабая локализация [11]. Эффект слабой локализации обусловлен интерференцией электронных волн, обходящих замкнутую траекторию в противоположных направлениях. Фазы волн сбиваются за счет неупругих процессов, что приводит к разрушению интерференции на длинных траекториях и, как следствие, к появлению температурной зависимости в слаболокализационной поправке. Влияние слабой локализации на релаксацию спина рассматривалось в ряде работ [12–14]. В случае, когда время сбоя фазы  $\tau_\phi \ll \tau_S$ , влияние эффекта слабой локализации сводится к перенормировке коэффициента диффузии  $D$ , входящего в  $1/\tau_S$ . В этом случае слаболокализационную поправку к времени спиновой релаксации можно представить в виде [14]

$$\delta\tau_S/\tau_S = \frac{\lambda l}{\pi} \int_{\tau}^{\infty} W(t) e^{-t/\tau_\phi} dt/\tau, \quad (22)$$

где  $W(t)$  – плотность вероятности диффузионного возврата в исходную точку,  $\lambda l$  – характерная площадь, в которую должен произойти возврат для эффективной интерференции. Для бесконечной двумерной системы  $W(t) = 1/4\pi Dt$ , что приводит к логарифмической поправке  $\delta\tau_S/\tau_S = (\lambda/2\pi^2 l) \ln \tau_\phi/\tau$ , аналогичной слаболокализационной поправке к проводимости. Для области с характерным размером  $a$  и площадью  $A \sim a^2$  плотность вероятности  $W(t) = 1/A$  на временах  $t > t_D$ . Тогда для  $t_D \ll \tau_\phi \ll \tau_S$  находим:

$$\delta\tau_S/\tau_S = \lambda v \tau_\phi / \pi A \sim \tau_\phi \Delta\mathcal{E} / \hbar, \quad (23)$$

где  $\Delta\mathcal{E} = \hbar^2/ma^2$  – характерное расстояние между уровнями энергии в локализованной области. Таким образом, квантово-интерференционные эффекты малы при  $\tau_\phi \ll \hbar/\Delta\mathcal{E}$ , а также на временах  $t \ll \hbar/\Delta\mathcal{E}$  при больших  $\tau_\phi$  <sup>4)</sup>.

Рассмотрим случай малых температур, таких что  $\tau_{in} \gg \hbar/\Delta\mathcal{E}$ , где  $\tau_{in}$  – время неупругого рассеяния. Как следует из приведенных выше рассуждений, на временах  $t \ll \hbar/\Delta\mathcal{E}$  квантово-интерференционными эффектами можно пренебречь и поведение электрона можно описывать в классическом приближении. В то же время, на временах  $t \gg \hbar/\Delta\mathcal{E}$  локализованная область должна вести себя как квантово-размерная система, в частности, следует ожидать, что спин будет

<sup>4)</sup>Здесь мы предполагаем, что  $\tau_S \gtrsim \hbar/\Delta\mathcal{E}$ . В противоположном случае слабая локализация будет приводить к неэкспоненциальной зависимости спиновой поляризации от времени при  $\tau_S < t < \hbar/\Delta\mathcal{E}$  [14] (для конечной системы  $S(t) \sim S_0 \tau_S \Delta\mathcal{E}/\hbar$  на больших временах, когда основной вклад экспоненциально подавлен).

осциллировать вокруг некоторого стационарного значения с характерным периодом порядка  $\hbar/\Delta\mathcal{E}$ . Величину стационарного значения можно оценить как  $S_0 \exp(-C\hbar/\tau_S \Delta\mathcal{E})$  с точностью до некоторой численной константы  $C$  в показателе экспоненты.

В заключение отметим, что рассмотренная нами система сочетает в себе свойства как классических, так и квантово-размерных систем, что делает ее потенциально более интересным объектом для изучения, чем бесконечная двумерная система или квантовая точка. Уже в классическом режиме в рассматриваемой системе может наблюдаться сильное подавление спиновой релаксации по сравнению с бесконечной системой, а также возникать анизотропия в скорости спиновой релаксации. По мере понижения температуры квантовые эффекты приводят сначала к замедлению спиновой релаксации, а затем к появлению неэкспоненциальной временной зависимости в спиновой поляризации.

Автор признателен В.Ю. Качоровскому и А.П. Дмитриеву за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранта РАН, гранта ведущих научных школ РФ, а также фонда Династия – ICFPM.

1. *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation*, Eds. D.D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth, Springer-Verlag, Berlin, 2002.
2. М. И. Дьяконов, В. И. Перель, ФТТ **13**, 3581 (1971).
3. Ю. А. Бычков, Е. И. Рашба, Письма в ЖЭТФ **39**, 66 (1984).
4. G. Dresselhaus, Phys. Rev. **100**, 580 (1955).
5. М. И. Дьяконов, В. Ю. Качоровский, ФТП **20**, 178 (1986).
6. A. Bournel, P. Dollfus, P. Bruno, and P. Hesto, Eur. Phys. J AP **4**, 1 (1998).
7. A. G. Mal'shukov and K. A. Chao, Phys. Rev. B **61**, R2413 (2000).
8. A. W. Holleitner, V. Sih, R. C. Myers et al., cond-mat/0602155 (2006).
9. C. H. Chang, A. G. Mal'shukov, and K. A. Chao, Phys. Rev. B **70**, 254309 (2004).
10. V. M. Galitski, A. A. Burkov, and S. D. Sarma, cond-mat/0601677 (2006).
11. Л. П. Горьков, А. И. Ларкин, Д. Е. Хмельницкий, Письма в ЖЭТФ **30**, 248 (1979).
12. A. Singh, Phys. Rev. B **39**, 505 (1989); **40**, 783 (1989).
13. A. G. Mal'shukov, K. A. Chao, and M. Willander, Phys. Rev. Lett. **76**, 3794 (1996).
14. I. S. Lyubinskiy and V. Yu. Kachorovskii, Phys. Rev. B **70**, 205335 (2004).