

Строение и адиабатическое сжатие гало темной материи: простая аналитическая модель

Е. А. Васильев¹⁾

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, 117333 Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 февраля 2006 г.

После переработки 19 мая 2006 г.

Рассмотрена аналитическая модель для описания внутренних областей гало темной материи. В ее основу положено предположение, что плотность темной материи меняется по степенному закону. Модель имеет дело с функцией распределения в фазовом пространстве, выраженной через адиабатические инварианты (радиальное действие и угловой момент). Для угловой части функции распределения принимается два варианта: узкое и широкое распределения. Модель позволяет в явном виде описать процесс адиабатического сжатия гало вследствие изменения гравитационного потенциала, вызванного конденсацией барионной материи в центре. Рассчитано изменение плотности гало темной материи и показано, что стандартный алгоритм расчета адиабатического сжатия переоценивает плотность гало, особенно для случая сильной радиальной анизотропии.

PACS: 95.35.+d, 98.35.–a

1. Введение. Строение и эволюция гало темной материи широко обсуждается в последнее время (см, например, [1]). Большое количество работ посвящено исследованию профиля плотности гало $\rho(r)$, как численному [2, 3], так и аналитическому [4]. Недавно появились работы, описывающие общие свойства решения уравнения Джинса [5, 6]. Уравнение Джинса для равновесной сферически-симметричной самогравитирующей системы записывается следующим образом:

$$\frac{d}{dr}(\rho \sigma_r^2) + \frac{2\beta}{r}(\rho \sigma_r^2) + \rho \frac{GM(r)}{r^2} = 0. \quad (1)$$

Здесь σ_r^2 и σ_t^2 – дисперсии скоростей в радиальном и тангенциальном направлениях, $\beta = 1 - \sigma_t^2/2\sigma_r^2$ – параметр анизотропии Бинни (системы с $0 < \beta < 1$ радиально анизотропны, с $\beta < 0$ – тангенциально анизотропны, а $\beta = 0$ отвечает случаю изотропии).

Дополнительно предполагается следующее эмпирически установленное свойство гало темной материи: обобщенная фазовая плотность частиц темной материи является степенной функцией от расстояния r до центра гало:

$$\rho(r)/\sigma_r^\epsilon(r) \propto r^{-\alpha}. \quad (2)$$

Это свойство подтверждено численным моделированием [7] и некоторыми аналитическими моделями [6].

Для получения замкнутой системы уравнений нужно задать β . Здесь можно выделить два под-

хода: в [6] принималось $\beta = 0$ (изотропный случай), а в [5] использовалось соотношение между β и логарифмическим наклоном профиля плотности $\gamma = -d \ln \rho(r)/dr$:

$$\beta = \beta_0 + b(\gamma - \gamma_0). \quad (3)$$

Это эмпирическое соотношение было предложено в [8] на основании анализа различных численно смоделированных ситуаций.

Исследования показали, что при сделанных предположениях существует весьма ограниченное количество самосогласованных моделей гало. Наиболее правдоподобным представляется семейство моделей, в котором профиль плотности имеет степенную асимптотику как при малых, так и при больших радиусах (так называемые $\alpha\beta\gamma$ -модели [9]).

Однако этот подход, являясь весьма плодотворным, не описывает в явном виде функцию распределения частиц. Он имеет дело только со вторым моментом относительно скорости, то есть дисперсией скоростей. Наиболее же полное описание структуры гало может быть сделано в терминах функции распределения в фазовом пространстве $f(r, v)$. Попытка работать с полной функцией распределения по скоростям была сделана в [10], где использовалась формула инверсии Эддингтона для получения функции распределения по скоростям для степенного профиля плотности. Однако это рассмотрение было ограничено изотропным случаем.

Более перспективным, с нашей точки зрения, представляется подход, основанный на использова-

¹⁾e-mail: eugvas@lpi.ru

нии некоторых физических предположений относительно вида функции распределения. Он позволяет избежать постулирования эмпирических соотношений типа (2), (3), которые, впрочем, во многих случаях оказываются справедливыми. При этом функцию распределения удобно записывать в переменных, являющихся адиабатическими инвариантами при медленном изменении потенциала. Это позволяет легко описывать процесс адиабатического сжатия гало темной материи вследствие конденсации барионной материи в его центре, который имеет место при образовании галактик. Именно такой подход принят нами в данной работе.

Статья организована следующим образом. Во втором разделе описываются две модели строения внутренних областей гало и физически обосновываются заложенные в них предположения о структуре функции распределения. В разд.3 вычисляются параметры анизотропии скоростей. Далее, в разд.4 исследуется реакция гало на адиабатическое сжатие. Результат сравнивается с предсказаниями других исследований. В заключение приводятся выводы.

2. Структура фазового пространства гало.

Гало темной материи – это сложные протяженные объекты, формирующиеся под влиянием различных физических процессов (роста начальных возмущений плотности, коллапса, иерархического сгущивания и слияния, а в дальнейшем – барионного сжатия). Нас будет интересовать внутренняя область гало, на которую, предположительно, меньше влияют слияния с другими гало темной материи и больше – конденсирующиеся к центру барионы. Большинство существующих моделей гало предполагает степенное поведение профиля плотности в центре:

$$\rho_d(r) = K r^{-\gamma}, \quad 1 \leq \gamma < 2. \quad (4)$$

Мы также примем это предположение, имея в виду, что рассматривается только область меньше радиуса, где наклон профиля плотности начинает меняться. Коэффициент анизотропии примем равным β в этой области ($0 \leq \beta < 1$, согласно результатам аналитических расчетов и численного моделирования [11]). В этих условиях зависимость f от энергии имеет также степенной характер [12].

Мы будем записывать функцию распределения в переменных действие – угол. Переменными действия являются угловой момент m , его проекция на одну из осей m_z , и радиальное действие I_r , определенное как $I_r = \frac{1}{2\pi} \oint v_r(r) dr$. От соответствующих углов квазистационарная функция распределения не зависит, а в силу сферической симметрии она не зависит и от m_z .

Радиальное действие в степенном потенциале хорошо аппроксимируется выражением

$$I_r = A E^{\frac{2-\gamma/2}{2-\gamma}} \left(1 - \frac{m}{m_c(E)} \right), \quad (5)$$

где $m_c(E)$ – угловой момент круговой орбиты с данной энергией [13].

Мы рассмотрим две модели строения центральных областей гало, отличающиеся зависимостью функции распределения от углового момента.

В модели А угловой момент частицы m связан с ее радиальным действием:

$$m = l_0 I_r. \quad (6)$$

Такая связь, согласно работе [14], возникает в результате динамического перемешивания в центре коллапсирующего сгустка темного вещества. Начальный пик плотности темной материи, из которого в дальнейшем образуется гравитационно связанный объект, представляется в виде трехосного эллипсоида. Гравитационный коллапс и дальнейшее фазовое перемешивание, как показано в этой работе, приводят к формированию сферически-симметричной структуры, в которой частицы имеют некоторый угловой момент, прямо связанный с их начальным расстоянием до центра и, следовательно, с их радиальным действием. Величина l_0 в соотношении (6) связана с эксцентриситетом орбит частиц: при $l_0 = 0$ все орбиты будут радиальными, а при $l_0 \rightarrow \infty$ – круговыми.

Функция распределения в модели А выглядит следующим образом:

$$f(I_r, m) = f_0 E^{1/2} \delta(m^2 - l_0^2 I_r^2). \quad (7)$$

В модели В функция распределения задается следующим выражением:

$$f(E, m) = f_0 E^\mu m^{-2B}, \quad \mu = \frac{1}{2} - \frac{4-\gamma}{2-\gamma} (1-B). \quad (8)$$

Это простейшее обобщение изотропной степенной модели на случай произвольной радиальной анизотропии, определяемой параметром B [12, 15].

Таким образом, рассматриваемые две модели представляют собой, в каком-то смысле, два предельных случая – узкое и широкое распределение по угловому моменту при заданной энергии. В дальнейших расчетах мы выражаем энергию через переменные I_r и m согласно (5), записывая функцию распределения в переменных действие – угол.

Отметим, что мы не рассматриваем возможное изменение функции распределения в процессе дальнейшей эволюции и иерархического сгущивания, которое не так существенно для внутренних областей

гало, как показано в аналитических расчетах [16] и при численном моделировании [17].

Вследствие масштабной инвариантности соотношение (2) выполняется естественным образом, причем $\alpha = (1 - \gamma/2)\epsilon$. При $\gamma < 2$ и $\epsilon > 2$ показатель степени α несколько превышает 2. Это свойственно также и ESIM (Extended Secondary Infall) моделям, описанным в [6], в которых плотность также имеет степенной вид при малых радиусах.

3. Анизотропия скоростей. Из функции распределения в переменных действие – угол можно вычислить функцию распределения по скоростям для заданного радиуса и, следовательно, получить радиальную и тангенциальную дисперсии скоростей σ_r^2 и σ_t^2 . Очевидно, они также имеют степенной вид $\sigma^2 \propto r^{2-\gamma}$.

В модели А показатель анизотропии β связан с показателем степени профиля плотности γ через дополнительный параметр l_0 (рис.1). Это соотношение

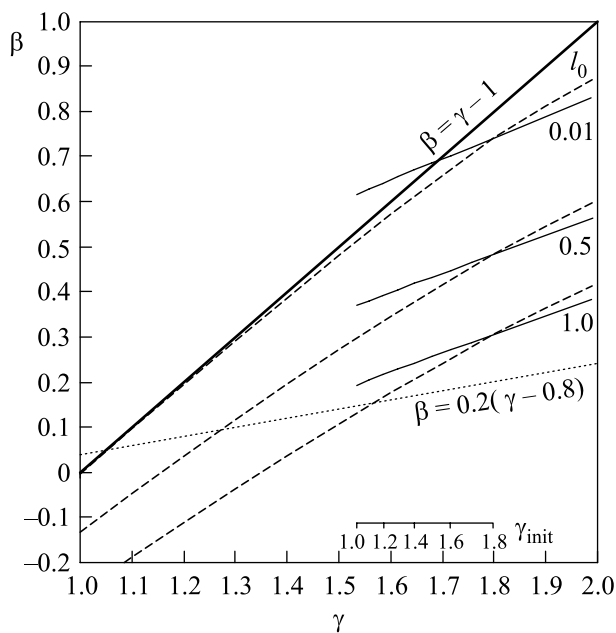


Рис.1. Связь показателя анизотропии β с наклоном профиля плотности γ в модели А: штриховые линии – начальная анизотропия для различных значений параметра l_0 ; сплошные линии – анизотропия после сжатия. Соответствующие линии пересекаются при $\gamma = \Gamma = 1.8$. По горизонтали отложен показатель степени γ для исходного (несжатого) гало и показатель γ' для сжатого гало, который связан с γ согласно (11). Соответствующие исходные γ отложены внизу на вспомогательной оси. Толстая линия – верхний предел $\beta = \gamma - 1$; точечная линия – эмпирическое соотношение из работы [8]

можно аппроксимировать формулой

$$\beta \approx \gamma - 1 - 0.27 l_0 \gamma. \quad (9)$$

Таким образом, при заданном l_0 связь между γ и β носит линейный характер (3), хотя коэффициенты в соотношении другие, чем в [8]. Верхний предел для β равен $\gamma - 1$, что совпадает с результатом работы [18].

В модели В показатель анизотропии β в точности равен параметру В в выражении (8) [12]. Отметим, что в ней возможна ситуация, когда $\beta > \gamma - 1$, если учесть, что степенной закон (4) перестает выполняться при больших радиусах. В этом случае величина дисперсии скоростей определяется масштабом обрезания профиля плотности и зависит от радиуса как $\sigma^2 \propto r^{\gamma-2\beta}$. Верхний предел на β равен $\gamma/2$, согласно работе [15]. В модели А это невозможно, так как из соотношений (5), (6) следует, что скорость частиц в каждой точке пространства лежит в ограниченном диапазоне, пропорциональном $\sqrt{\Phi(r)}$, и, следовательно, для достаточно малых радиусов масштаб обрезания плотности не может влиять на дисперсию скоростей.

4. Реакция на адиабатическое сжатие. Как известно, в центральных частях галактик преобладающим является барионное вещество, которое, охлаждаясь, падает в гравитационную потенциальную яму, образованную темной материей. Реакция гало темной материи на конденсацию барионов обычно вычисляется в адиабатическом приближении. Наиболее распространенным методом для расчета сжатия гало является метод Блюментала [19], в котором предполагается сохранение углового момента частиц темной материи. Он строго применим только к частицам на круговых орбитах. Конечный радиус орбиты частицы r_f связан с ее начальным радиусом r_i соотношением

$$(M_{\text{fin},DM}(r_f) + M_{\text{fin},\text{bar}}(r_f)) r_f = M_{\text{in},DM}(r_i) r_i, \quad (10)$$

где $M_{\text{fin},DM} + M_{\text{fin},\text{bar}}$ – полная масса барионов и темной материи после сжатия, а $M_{\text{in},DM}$ – начальная масса темной материи в пределах данного радиуса.

В общем случае некруговых орбит также сохраняется радиальное действие, которое является адиабатическим инвариантом. Однако, как правило, это не очень помогает расчетам, так как радиальное действие в общем случае неизвестно. В усовершенствованном методе, предложенном в [20], используется комбинация $M(\bar{r}) r$, где \bar{r} – усредненный орбитальный радиус частицы. В этом методе сжатие гало оказывается меньше, в лучшем согласии с результатами численного моделирования. Кроме того, можно ис-

пользовать итерационный метод для расчета профиля плотности и радиального действия в потенциале, определяемом барионами [21].

В наших простых моделях мы имеем возможность рассмотреть адиабатическое сжатие в явном виде, так как функция распределения уже записана в переменных, являющихся адиабатическими инвариантами в процессе сжатия (предполагая, что характерное время этого процесса много больше динамического времени). Требуется только вычислить радиальное действие в новом потенциале и пересчитать профиль плотности. Во многих случаях можно считать, что плотность барионов также является степенной функцией от радиуса: $\rho_b(r) = K_B r^{-\Gamma}$ с показателем степени $\Gamma \leq 2$ (близким к изотермическому профилю). Это предположение также справедливо только в центральных областях галактики, то есть в балдже. Будем считать, что $\Gamma > \gamma$.

Очевидно, что модифицированный профиль плотности темной материи будет также степенным: $\rho'_d(r) = K' r^{-\gamma'}$. Новый показатель степени γ' дается соотношением

$$\gamma' = \frac{3\Gamma + \gamma - \Gamma\gamma}{4 - \gamma}. \quad (11)$$

Показатель степени, полученный по методу Блюменталю, разумеется, оказывается таким же, однако нормировка плотности меняется. Введем величину $\eta = K'/K'_{std}$ – отношение нормировок плотности в нашей модели и в методе Блюменталю (см. рис.2). Видно, что $\eta < 1$, в согласии с результатами [20] и [21], где было показано, что гало с преобладанием радиальных орбит сжимаются меньше, чем предсказывается в методе Блюменталю. Величина η уменьшается с уменьшением показателя степени γ и увеличением параметра анизотропии β . В работе [22] численные расчеты также подтверждают этот результат; авторы объясняют его тем, что при заданном β с увеличением γ увеличивается преобладание круговых орбит над радиальными, что делает метод Блюменталю более применимым. (Отметим, что при приближении β к $\gamma - 1$ в модели А и $\gamma/2$ в модели В на нормировку плотности все больше влияет радиус обрезания степенного профиля, так что значения η оказываются заниженными).

В качестве примера проведем количественный расчет для нашей Галактики. Плотность барионов в балдже возьмем в следующем виде [23]: $\rho_b = 0.6 \cdot 10^9 M_\odot/\text{kpc}^3 (r/1 \text{ kpc})^{-\Gamma}$, $\Gamma = 1.8$. Гало темной материи нормируется на плотность $0.3 \text{ ГэВ}/\text{см}^3$ при $r = 8.5 \text{ kpc}$ [24]. (Отметим, что это означает различную массу в пределах 1 кпс для разных γ , от

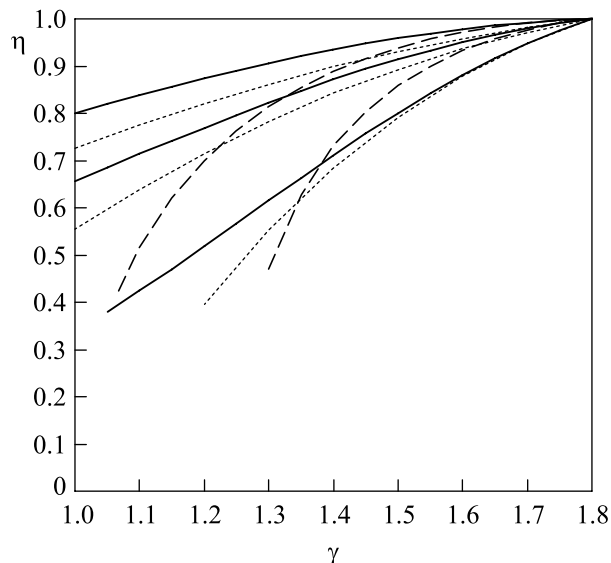


Рис.2. Величина η – отношение нормировки плотности в нашей модели к нормировке в стандартной модели адиабатического сжатия для разных значений показателя анизотропии β . штриховые линии – модель А, $\beta = 0$ и 0.25 (сверху вниз); сплошные и точечные линии – модели А и В, соответственно, для $\beta = 0, 0.25$ и 0.5 (сверху вниз), для модели А используется показатель β' после сжатия

$4 \cdot 10^8 M_\odot$ для $\gamma = 1$ до $3 \cdot 10^9 M_\odot$ для $\gamma = 1.8$. Масса барионов в пределах 1 кпс равна $6 \cdot 10^9 M_\odot$).

Вычислим отношение массы темной материи после сжатия к начальной массе в пределах 1 кпс (рис.3). Снова видно, что при увеличении β (то есть при бо-

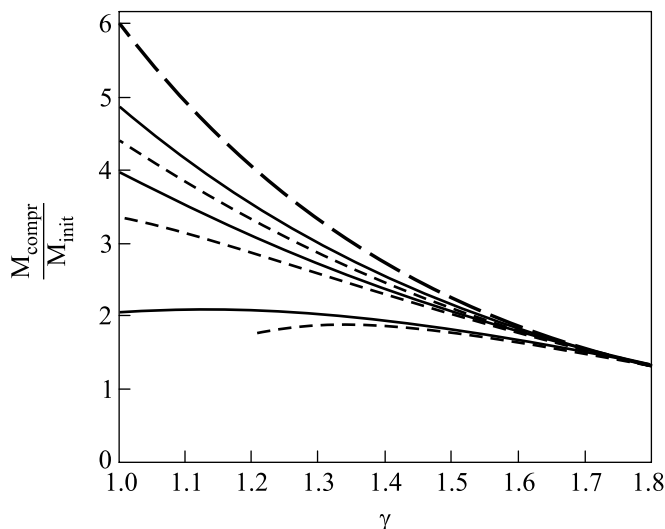


Рис.3. Отношение массы темной материи после сжатия к начальной массе в пределах 1 кпс в нашей Галактике: длинные штрихи – по стандартному методу Блюменталю; сплошные и штриховые линии – модели А и В, соответственно, с $\beta = 0, 0.25$ и 0.5 (сверху вниз); в модели А используется показатель β' после сжатия

лее радиально вытянутых орбитах) степень сжатия становится меньше. Увеличение массы темной материи тем больше, чем больше различие в показателях степени γ и Γ , то есть сжатие более заметно для гало с меньшим показателем степени начального профиля плотности.

И наконец, рассчитаем показатель анизотропии скоростей β' для гало после сжатия (см. рис.1). Видно, что в модели А он оказывается в целом больше, чем для соответствующего несжатого гало, что означает, что преобладание радиальных скоростей частиц еще увеличивается. В то же время, соотношение между β' и γ' становится более пологим (этот же эффект можно увидеть на рис.2 работы [8], если сравнить результаты космологического моделирования с результатами совместного моделирования темной материи и охлаждающихся барионов).

Учитывая, что при $\Gamma = \gamma = \gamma'$ профиль не меняется, можно аппроксимировать показатель анизотропии следующей формулой:

$$\beta' \approx \beta(\Gamma) + 0.4(\gamma' - \Gamma). \quad (12)$$

В модели В показатель анизотропии незначительно меняется в сторону уменьшения (максимальная разница $\beta - \beta' \approx 0.04$ при $\gamma = 1, \beta = 0$). Отметим, что из-за увеличения β' в модели А она больше приближается к модели В по характеру реакции на барионное сжатие, если откладывать коэффициент сжатия как функцию от β' , а не β (сплошные и штриховые линии на рис.2 и 3).

5. Выводы. Рассмотрены две простые аналитические модели строения центральных областей гало темной материи. В обеих функция распределения степенным образом зависит от энергии, а зависимость от углового момента имеет δ -образный вид в модели А и степенной в модели В. Простота моделей позволяет рассчитать ряд интересных свойств гало, а именно: анизотропию скоростей и реакцию на адиабатическое сжатие, вызванное конденсацией барионов. Эти расчеты дают качественное представление о некоторых свойствах гало темной материи и позволяют сделать следующие выводы.

1. Чем больше преобладание радиальных скоростей, тем меньше степень сжатия гало.

2. Чем более плоское начальное распределение (меньше величина γ), тем меньше степень сжатия по сравнению с методом Блюментала. То есть стандартный метод систематически переоценивает эффект от адиабатического сжатия.

3. Изученные модели предсказывают умеренное (от 2 до 4 раз) увеличение массы темной материи в балдже. Причем чем более плоское начальное распре-

деление, тем больше увеличение массы темной материи в балдже. Этот результат существенно увеличивает оценки интенсивности возможного аннигиляционного излучения из центра Галактики [13, 24, 25].

Я благодарю М.И. Зельникова за плодотворное обсуждение работы, С. Хансена, обратившего внимание на несколько интересных моментов, и рецензента, высказавшего ряд ценных рекомендаций. Работа выполнена при поддержке Landau Foundation (Forschungszentrum Jülich) и Российского фонда фундаментальных исследований (гранты ## 01-02-17829, 03-02-06745).

1. G. Bertone and D. Merritt, *Mod. Phys. Lett. A* **20**, 1021 (2005).
2. J. Navarro, E. Hayashi, C. Power et al., *MNRAS* **349**, 1039 (2004).
3. J. Diemand, M. Zemp, B. Moore et al., *MNRAS* **364**, 665 (2005).
4. Y. Lu, H. Mo, N. Katz, and M. Weinberg, *MNRAS* (in press), astro-ph/0508624.
5. W. Dehnen and D. McLaughlin, *MNRAS* **363**, 1057 (2005).
6. C. Austin, L. Williams, E. Barnes et al., *Astrophys.J.* **634**, 756 (2005).
7. J. Taylor and J. Navarro, *Astrophys. J.* **563**, 483 (2001).
8. S. Hansen and B. Moore, *New Astron.* **11**, 333 (2006).
9. H. Zhao, *MNRAS* **278**, 488 (1996).
10. S. Hansen, D. Egli, L. Hollenstein, and C. Salzmann, *New Astron.* **10**, 379 (2005).
11. G. Mamon and E. Lokas, *MNRAS* **363**, 705 (2005).
12. J. Binney and S. Tremaine, *Galactic Dynamics*, Princeton Univ. Press, 1987.
13. P. Gondolo and J. Silk, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1719 (1999).
14. А. В. Гуревич, К. П. Зыбин, *УФН* **165**, 723 (1995).
15. J. An and N. Evans, *Astrophys. J.* **642**, 752 (2006).
16. W. Dehnen, *MNRAS* **360**, 869 (2005).
17. S. Kazantzidis, A. Zentner, and A. Kravtsov, *Astroph. J.* **641**, 647 (2006); astro-ph/0510583.
18. S. Hansen, *MNRAS* **352**, L41 (2004).
19. G. Blumenthal, S. Faber, R. Flores, and J. Primack, *Astrophys. J.* **301**, 27 (1986).
20. O. Gnedin, A. Kravtsov, A. Klypin, and D. Nagai, *Astrophys. J.* **616**, 16 (2004).
21. J. Sellwood and S. McGaugh, *Astrophys.J.* **634**, 70 (2005).
22. J. Choi, Y. Lu, H. Mo, and M. Weinberg, astro-ph/0604587.
23. V. Cardone and M. Sereno, *Astron. & Astroph.* **438**, 545 (2005).
24. G. Bertone and D. Merritt, *Phys. Rev. D* **72**, 103502 (2005).
25. М. И. Зельников, Е. А. Васильев, *Письма в ЖЭТФ* **81**, 115 (2005).