

СРАВНЕНИЕ СВОЙСТВ ЖИДКИХ He^3 И He^4

А.М.Дюгаев

При высоких температурах для жидких He^3 и He^4 справедлив закон соответственных состояний: выбором температурного масштаба можно скомпенсировать разницу в массах атомов He^3 и He^4 . Это дает возможность на основе экспериментальных данных для He^4 определить все термодинамические и кинетические характеристики He^3 при $T > 4 \text{ K}$.

1. В отличие от идеальных газов для жидких He^3 и He^4 обменные эффекты тем слабее, чем больше их плотность n . Температура вырождения He^3 T_F и температура перехода He^4 в сверхтекучее состояние T_λ уменьшаются с ростом n . Средние же кинетические энергии $\bar{E}_3(n, 0)$ и $\bar{E}_4(n, 0)$ при $T=0$ возрастают при увеличении n . Поэтому существует область n и T , где He^3 и He^4 являются квантовыми, но не вырожденными жидкостями^{1,2}: $T_{F,\lambda} < T < \bar{E}_{3,4}(n, 0)$. Во всем интервале температур: $T_{F,\lambda} < T < E_\infty$, где E_∞ – энергия ионизации атомов He^3 и He^4 , – параметры $\bar{E}_3(n, 0)$ и $\bar{E}_4(n, 0)$ являются единственными характерными энергетическими масштабами для жидких He^3 и He^4 , так как в этой области T можно считать, что $T_F = T_\lambda = 0$, а $E_\infty = \infty$. Потенциал взаимодействия атомов He^3 и He^4 одинаков, поэтому для указанных температур единственным отличием жидких He^3 и He^4 является разная масса атомов. В настоящей работе показано, что параметры \bar{E}_3 и \bar{E}_4 при одинаковой плотности $n_3 = n_4 = n$ отличаются лишь множителем $\lambda = m_3/m_4 = 0,754$: $m_4 \bar{E}_4(n, 0) = m_3 \bar{E}_3(n, 0)$; и что это дает возможность, воспользовавшись свободой в выборе температурного масштаба, получить соотношения между кинетическими и термодинамическими характеристиками жидких He^3 и He^4 :

$$\begin{aligned} C_3(n, T) &= C_4(n, \lambda T), & \eta_3(n, T) &= \eta_4(n, \lambda T), \\ \kappa_3(n, T) &= \frac{1}{\lambda} \kappa_4(n, \lambda T). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь C_3, C_4 – теплоемкость на одну частицу; κ_3, κ_4 – теплопроводность; η_3, η_4 – вязкость соответственно He^3 и He^4 . Соотношения (1) применимы при $T > 4/3 T_\lambda$, их точность растет при увеличении n и T . Для зависимости давления P_3, P_4 от T ниже получено соотношение:

$$P_3(n, T) = \frac{1}{\lambda} P_4(n, \lambda T) + n^2 \beta. \quad (2)$$

Параметр β не зависит от n и T . Выражение (2) применимо при всех T , так как обменный вклад в давление P_3, P_4 мал. Если считать, что атомы He^3 и He^4 являются твердыми шарами радиуса r_0 , и не различать их статистику, то соотношения (1), (2) являются точными, а параметр β равен нулю. В самом деле, система твердых шаров не имеет другого энергетического масштаба, кроме параметра \hbar^2/mr_0^2 , и соотношения (1), (2) можно получить обычным анализом размерности величин C, P, η и κ ³. Таким образом, чтобы оправдать соотношения (1), (2), нужно лишь показать, что приближение твердых шаров справедливо для жидких He^3 и He^4 , и дать определение параметру β в (2).

2. Обратимся к точному выражению для полной энергии жидкости на одну частицу $E^* = \bar{E} + \bar{V}$.

$$\bar{E}(n, T) = \frac{\nu}{n} \int n_p(n, T) \frac{p^2}{2m} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3}; \quad \bar{V} = \frac{n}{2} \int u(r) g(r, n, T) d^3 r. \quad (3)$$

Здесь n_p – функция импульсного распределения частиц, g – парная корреляционная функция, u – парный потенциал, $\nu = 1$ для He^4 и $\nu = 2$ для He^3 . Жидкие He^3 и He^4 отличаются от дру-

гих жидкостей тем, что в них ближний порядок слабо выражен. С другой стороны, He^3 и He^4 существенно отличаются и от идеальных газов, так как даже при низких T числа заполнения n_p малы, и эффекты, связанные со статистикой атомов, ослаблены. Пренебрегая ближним порядком и обменными эффектами, т.е. считая жидкости полностью бесструктурными как в координатном, так и в импульсном пространстве, можно определить среднюю потенциальную энергию \bar{V} на основе квазиклассической оценки: $g_3 = g_4 = 1$ при $r > \tilde{r}_0$; $g_3 = g_4 = 0$ при $r < \tilde{r}_0$. Точка поворота \tilde{r}_0 находится из равенства: $v(\tilde{r}_0) = \bar{E}$. На малых r потенциал v экспоненциально растет ⁴:

$$v(r) = v_0 \left\{ \exp \left[\gamma \left(1 - \frac{r}{r_0} \right) \right] - \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right\} \quad \begin{array}{l} \gamma \approx 11 \\ v_0 \approx 40 \text{ K} \\ r_0 \approx 2,76 \text{ \AA} \end{array}$$

поэтому значение \tilde{r}_0 слабо зависит от T даже в классическом пределе, когда $\bar{E} = \frac{3}{2} T$:

$$\tilde{r}_0 = r_0 \left(1 - \frac{1}{\gamma} \ln \frac{T}{v_0} \right) \quad T \gg v_0.$$

Таким образом, \bar{V} слабо зависит от T и массы атома m .

$$\bar{V} = \frac{1}{2} n \bar{v} \quad \bar{v} = \int_{r_0} v(r) d^3r.$$

Зависимость же средней кинетической энергии от m при $T = 0$ можно найти из тождества:

$$m \frac{\partial E^+(n, 0)}{\partial m} = -\bar{E}(n, 0) \quad (4)$$

Так как зависимость \bar{V} от m мы не учитываем, из (3), (4) следует, что $\bar{E}(n, 0) = \hbar^2/m l^2$, где l — параметр размерности длины, который не зависит от m , но зависит от n . Энергия $\bar{E}(n, 0)$ является единственным квантовым масштабом жидкости, так как параметр \bar{V} в выбранном приближении не содержит величины \hbar . Поэтому, учитывая, что в классическом пределе $\bar{E} = \frac{3}{2} T$ даже для неидеальной жидкости ⁵, можно определить зависимость \bar{E} от T :

$$\bar{E}(n, T) = \bar{E}(n, 0) f(n, \tau) \quad \tau = \frac{T}{\bar{E}(n, 0)}. \quad (5)$$

Таким образом, значение \bar{E} при $T = 0$ определяет масштаб \bar{E} при всех T . Функция f в (5) нормирована условиями: $f(0) = 1$; $f = \frac{3}{2} \tau$ при $\tau \gg 1$. Результаты этой работы не зависят от явного вида функции f , важно лишь, что она одна и та же для He^3 и He^4 .

Выражения для C , P и параметра β можно теперь получить на основе термодинамических тождеств:

$$C = \partial E^+ / \partial T \quad P - T \frac{\partial P}{\partial T} = n^2 \frac{\partial E^+}{\partial n}.$$

Параметр β удобно выразить через значение плотности He^3 при $T = 0, P = 0$:

$$n^2 \beta = - \frac{1}{6} n^2 \bar{v} = \frac{n^2}{n_0^2} 11,72 \text{ бар}; \quad n_0 = 0,01635 \text{ \AA}^{-3}$$

Этому значению n_0 отвечает молярный объем $V_0 = 36,84 \text{ см}^3/\text{моль}$.

3. Соотношения (1), (2) выражают закон соответственных состояний для квантовых жидкостей. Физический смысл этого закона состоит в возможности найти такие комбинации наблюдаемых величин, которые не содержат постоянною Планка \hbar . Поэтому ясно, что соотно-

шения (1), (2) имеют правильный классический предел при $\bar{E}(n, 0) \ll T$. Связь C_3 , C_4 (1) с точностью до 1% согласуется с данными работы ⁶ для $7 < T < 29$ К и $2,3 < n/n_0 < 3$. Соотношение для k_3 , k_4 (1) находится в согласии с данными работы ⁷ при $T \approx 4$ К. Связь P_3 и P_4 (2) согласуется с данными работы ⁸ при $T < 13$ К. Для области $T \approx 3 - 5$ К и $n \approx n_0$, когда обменные эффекты наиболее ярко выражены, данных по He^3 удивительно мало. Представляют интерес специальные измерения C , P , k и η на изохорах $n_3 = n_4$ при $4T_4 = 3T_3$, для определения области применимости полученных соотношений. Такие измерения давали бы уникальную возможность разделить квантовые и обменные эффекты для жидких He^3 и He^4 .

Приятно поблагодарить Д.Е.Хмельницкого и Г.М.Элиашберга за обсуждения, а Л.А.Толочко за помощь в работе.

Литература

1. Дюгаев А.М. ЖЭТФ, 1984, 87, 1232; Phys. Lett., 1985, 108A, 105.
2. Дюгаев А.М. ЖЭТФ, 1985, 89, 1220.
3. Гиршфельдер Д., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей, М.: ИМЛ, 1961, 428.
4. Slater J.C., Kirkwood J.G. Phys. Rev., 1931, 37, 682.
5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика, М.: Наука, 1976, 116.
6. Dugdale J.S., Franck J.P. Phil. Roy. Soc. (London), 1964, 257A, 1.
7. Kerrisk J.F., Keller W.E. Phys. Rev., 1969, 177, 341.
8. Богоявленский И.В., Карнацевич Л.В.; Конарева В.Г. ФНТ, 1978, 4, 549.