

# Контролируемая квантовая интерференция мессбауэровского излучения при резонансном рассеянии

Э. К. Садыков<sup>+1)</sup>, А. А. Юричук<sup>+</sup>, Ф. Г. Вагизов<sup>+\*</sup>, О. А. Кочаровская<sup>\*</sup>

<sup>+</sup>Казанский государственный университет, 420008 Казань, Россия

<sup>\*</sup>Texas AM University, College Station, TX, 78743, USA

Поступила в редакцию 13 июня 2006 г.

Ранее нами был описан эффект квантовой интерференции (“вентильный эффект”), которого следует ожидать при резонансном рассеянии мессбауэровских квантов в режиме ЯМР. В этой работе показано, что подобные эффекты имеют место и в спектрах резонансного рассеяния в точке антипересечения ядерных подуровней. В связи с этим рассмотрено также явление динамического антипересечения уровней.

PACS: 61.18.Fs

Интерференция амплитуд, как один из базовых принципов квантовой теории, учитывается при формировании отклика системы на внешнее воздействие. Этот принцип позволяет, например, легко предсказать поведение спектров излучения на мессбауэровском переходе после его возбуждения импульсом синхротронного излучения [1, 2]. Временной спектр последующего спонтанного излучения квантов в этом случае (скажем, для некогерентного по спину рассеяния) определяется интерференцией амплитуд сверхтонких переходов мессбауэровского ядра. В недавней работе [3] был рассмотрен другой пример: формирование энергетического спектра рассеяния мессбауэровского излучения на ядре, находящемся в условиях ЯМР на возбужденном состоянии. Было показано, что интенсивность рамановского канала рассеяния может значительно превышать интенсивность упругого канала рассеяния (“вентильный эффект”). Этот эффект объясняется квантовой интерференцией (КИ) неразличимых амплитуд рассеяния внутри каждого канала рассеяния, которые появляются в данном случае в результате расщепления Раби резонансного уровня. Существенно то, что интерференция амплитуд в данном случае является *контролируемой*, то есть она может иметь деструктивный характер в случае упругого рассеяния и конструктивный в случае рамановского рассеяния, в зависимости от частоты Раби радиочастотного (РЧ) поля и энергии рассеиваемого мессбауэровского кванта.

Способ формирования двух близких уровней и двух неразличимых амплитуд посредством РЧ резонанса – не единственный. Далее мы рассматриваем аналоги “вентильного эффекта” в спектрах мессбау-

эровского рассеяния в условиях антипересечения [4] ядерных подуровней.

Явление “антипересечения” уже рассматривалось в качестве механизма реализации эффектов КИ в ряде работ (см., например, [5, 6]). В этих работах речь идет об эффекте прозрачности, индуцируемой КИ, нас же интересуют эффекты КИ в схеме резонансного рассеяния мессбауэровского излучения.

Как известно [4], явление “антипересечения” состоит в отталкивании энергий пересекающихся подуровней в результате взаимодействия, перемешивающего эти уровни (см. рис.1а). Рассмотрим это яв-

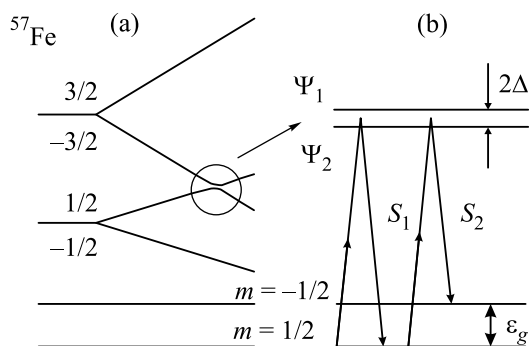


Рис.1. (а) Схема подуровней возбужденного состояния мессбауэровского изотопа  $^{57}\text{Fe}$  в условиях антипересечения; (б) Эквивалентная схема для расчета рассеяния

ление на примере сверхтонких подуровней возбужденного состояния ядра изотопа  $^{57}\text{Fe}$  (ядерный спин  $I = 3/2$ ) с гамильтонианом вида:

$$\hat{H} = -\omega_0 \hat{I}_z + q \left( 3 \hat{I}_z^2 - I(I+1) \right) + \delta \left( \hat{I}_+^2 + \hat{I}_-^2 \right). \quad (1)$$

Здесь  $\omega_0, q$  – параметры, описывающие зеемановское и квадрупольное расщепления, соответственно,

<sup>1)</sup>e-mail: esad@ksu.ru

$\delta$  – малый параметр, описывающий взаимодействие, перемешивающее уровни, в данном случае это малая неаксиальность градиента электрического поля (ГЭП). Далее энергии приводятся в частотных единицах.

В области пересечения подуровней  $M_1 = |-3/2\rangle$  и  $M_2 = |1/2\rangle$  ( $\omega_0 \sim 3q$ ) образуются два смешанных состояния  $\Psi_1 = 1/\sqrt{2}(|M_1\rangle + |M_2\rangle)$  и  $\Psi_2 = 1/\sqrt{2}(|M_1\rangle - |M_2\rangle)$  с энергиями

$$E_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2} \pm \sqrt{(\omega_0 - 3q)^2 + 12\delta^2}.$$

При  $\omega_0 = 3q$  расщепление в точке пересечения  $2\Delta = 4\sqrt{3}\delta$ .

Рассмотрим теперь рассеяние мессбауэровского излучения на такой системе (см. рис.1б). Спектр рассеяния можно вычислить, пользуясь формулой [3]

$$S_{m_i \rightarrow m_j} = \int dE_{k1} |A_{m_i \rightarrow m_j}|^2 \times \delta(E_{m_j} - E_{m_i}) f_L(E_{k1} - E_{k0}). \quad (2)$$

Здесь  $A_{m_i \rightarrow m_j}$  – амплитуда рассеяния гамма-кванта,  $m_i, m_j = \pm 1/2$  – начальное и конечное состояния в процессе рассеяния (см. рис.1б),  $E_{k1}$  – энергия начального мессбауэровского кванта,  $f_L$  – форма линии источника (функция Лоренца с центром на энергии  $E_{k0}$ ).

$A_{m_i \rightarrow m_j}$  запишем во втором порядке теории возмущений:

$$A_{m_i \rightarrow m_j} \sim \sum_{q=1,2} \int_0^\infty dt \exp(-\Gamma t/2) \times \langle m_j, t | \mathbf{k}_2 | \Psi_q(t) \rangle \langle \Psi_q(0) | \mathbf{k}_1 | m_i, t=0 \rangle, \quad (3)$$

где  $\langle m | \mathbf{k}_i | \Psi \rangle$  – матричный элемент оператора гамма-перехода, индексы  $k_1$  и  $k_2$  означают начальный и рассеянный кванты, соответственно,  $\Gamma$  – естественная ширина возбужденного уровня ядра  $^{57}\text{Fe}$ . Подставляя выражения для энергий и собственных функций, найдем выражения для амплитуд рассеяния (см. рис.1б):

$$A(k_1, \sigma_1; k_2, \sigma_2)_{m_1 \rightarrow m_1} \sim i \langle m_1 | \mathbf{k}_2 | M_2 \rangle \langle M_2 | \mathbf{k}_1 | m_1 \rangle \left( \frac{1}{ip+\Delta} + \frac{1}{ip-\Delta} \right), \quad (4)$$

$$A(k_1, \sigma_1; k_2, \sigma_2)_{m_1 \rightarrow m_2} \sim i \langle m_2 | \mathbf{k}_2 | M_1 \rangle \langle M_2 | \mathbf{k}_1 | m_1 \rangle \left( \frac{1}{ip+\Delta+\varepsilon_g} - \frac{1}{ip-\Delta+\varepsilon_g} \right) + i \langle m_2 | \mathbf{k}_2 | M_2 \rangle \langle M_2 | \mathbf{k}_1 | m_1 \rangle \left( \frac{1}{ip+\Delta+\varepsilon_g} + \frac{1}{ip-\Delta+\varepsilon_g} \right). \quad (5)$$

Здесь  $m_1, m_2 = \pm 1/2$  – начальное и конечное состояния в процессе рассеяния,  $\varepsilon_g$  – значение сверхтонкого расщепления для основного состояния ядра,  $p = -i(E_{k2} - E_c) + \Gamma/2$ ,  $E_{k2}$  – энергия рассеянного гамма-кванта,  $E_c = E_0 - \omega_0/2$  – энергия точки пересечения уровней,  $E_0$  – энергия возбужденного уровня ядра  $^{57}\text{Fe}$ . Выражение (4) описывает упругий канал рассеяния ( $S_1, m_i = m_j = 1/2$  на рис.1б), а выражение (5) – неупругий канал ( $S_2, m_i = 1/2, m_j = -1/2$ ).

Амплитуды рассеяния (4) и (5) приводят к различным типам КИ. Упругое рассеяние проявляет деструктивную интерференцию (при  $\Delta > \Gamma/2$ ). В то же время неупругое рассеяние может быть изменено благодаря как деструктивной, так и конструктивной КИ. Легко заметить, что результирующий эффект интерференции в последнем случае зависит от соотношения матричных элементов  $\langle m_2 | \mathbf{k}_2 | M_1 \rangle$  и  $\langle m_2 | \mathbf{k}_2 | M_2 \rangle$ . Поскольку зависимость этих матричных элементов от направления распространения рассеянного гамма-кванта и его поляризации разная, это приведет к тому, что интерференция для этой линии будет зависеть от направления рассеяния.

Что касается поляризации, тут необходимо отметить, что обычные источники мессбауэровского излучения не поляризованы, и в расчетах необходимо выполнить усреднение выражения (2) по поляризациям начального,  $\sigma_1$ , и конечного,  $\sigma_2$ , гамма-квантов. Энергетический спектр рассеяния приведен на рис.2.

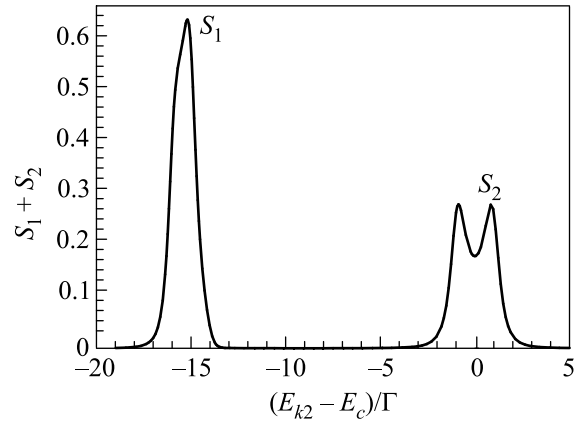


Рис.2. Энергетический спектр линии рассеяния,  $\varepsilon_g = 15$ ,  $\Delta = 1$ ,  $\beta_1 = \pi/2$ ,  $\beta_2 = \pi/2$

Как и в случае радиочастотного перемешивания уровней [3], мерой квантовой интерференции (“вентильного эффекта”) может служить изменение отношения интенсивностей упругой и неупругой линии рассеяния  $I_2/I_1$  в зависимости от параметра перемешивания  $\delta$ . Здесь  $\delta$  играет такую же роль, как час-

тота Раби в случае РЧ перемешивания. Зависимость отношения  $I_2/I_1$  от энергии падающего гамма-кванта  $E_{k0}$  приведена на рис.3. Несимметричность этой ре-

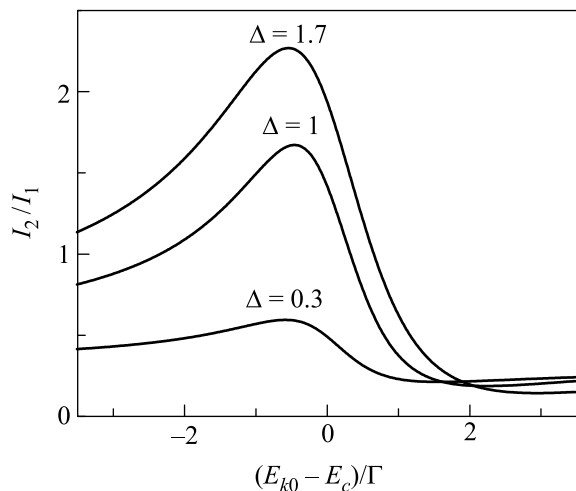


Рис.3. Зависимость отношения интенсивностей  $I_2/I_1$  от энергии падающего гамма-кванта ( $E_{k0}$ ) при различных значениях параметра перемешивания,  $\varepsilon_g = 15$ ,  $\beta_1 = \pi/2$ ,  $\beta_2 = \pi/2$

зонансной зависимости можно объяснить наличием как деструктивных, так и конструктивных интерференционных слагаемых в (5).

Следует отметить, что отношение интенсивностей  $I_2/I_1$ , то есть мера квантовой интерференции, не зависит от угла  $\beta_1$  между направлением распространения падающего гамма-кванта и направлением сверхтонкого магнитного поля, однако необходимо выбрать такие углы рассеяния, при которых интенсивность рассеяния имеет приемлемую для измерения величину. Поскольку интенсивность рассеяния при использовании обычного мессбауэровского источника мала, мы далее будем рассматривать геометрию, соответствующую максимуму интенсивности ( $\beta_1 = \pi/2$ ). Зависимости интенсивностей линий  $S_1(\beta_2)$  и  $S_2(\beta_2)$  от направления рассеянного гамма-кванта приведены на рис.4 для различных значений параметра перемешивания.

Антипересечение уровней может иметь место и в случае сверхтонкого взаимодействия, зависимость которого от времени отличается от условия обычного резонанса (в противоположность условиям [3]). В качестве примера рассмотрим мессбауэровское ядро, помещенное в постоянное сверхтонкое поле ( $H_0$ ) и дополнительное поле ( $H_1$ ), вращающееся в плоскости, перпендикулярной направлению постоянного поля. Такие условия можно реализовать, воздействуя внешним РЧ полем на магнитоупорядоченный обра-

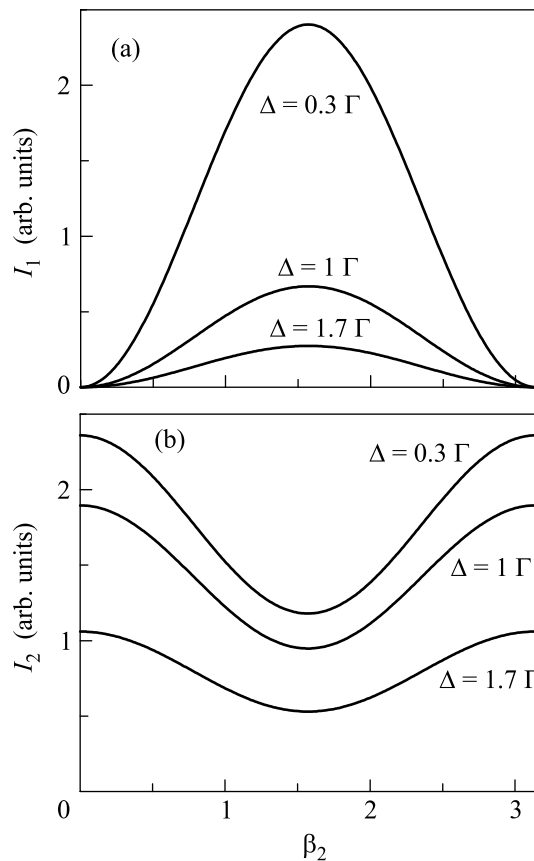


Рис.4. Зависимость интенсивностей линий рассеяния от направления рассеянного гамма-кванта ( $\beta_2$ ) при различных значениях параметра перемешивания ( $\beta_1 = \pi/2$ ). (а) Упругая линия рассеяния, (б) Неупругая линия рассеяния

зец (см. [7]). В этом случае, так же как и в [3], спинные функции ядра (скажем, возбужденного состояния  $^{57}\text{Fe}$ ) представляют собой квазиэнергетические состояния (КС):

$$\begin{aligned} \Psi_{M'} &= e^{-i\varepsilon_{M'}t} \sum_{M=-3/2}^{3/2} d_{M'M}^{3/2}(\beta) |M\rangle e^{-iM(\omega t + \varphi)} = \\ &= \sum_{M=-3/2}^{3/2} d_{M'M}^{3/2}(\beta) |M\rangle e^{-i(E_{M'}M t + M\varphi)}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $E_{M'M} = \varepsilon_{M'} + M\omega$ ,  $\varepsilon_{M'} = M' \sqrt{(\omega_0 + \omega)^2 + \omega_1^2}$ ,  $d_{M'M}^{3/2}(\beta)$  – матрицы вращения,  $\varphi$  – фаза РЧ поля,  $\beta = \arctan[\omega_1/(\omega_0 + \omega)]$ ,  $\omega_{0,1} = -\gamma H_{0,1}$ ,  $\gamma$  – гиромагнитное отношение,  $|M\rangle = |3/2, M\rangle$  – собственные функции оператора проекции спина ядра  $I_z$ .

Как видно из (6), каждое КС представляет собой линейную комбинацию четырех состояний  $|M\rangle$  с раз-

личными временными экспонентами при них. Следовательно, каждому КС можно сопоставить четыре различных энергетических параметра  $E_{M'M}$ .

Далее, примем  $\omega_0 = 0$  (постоянное поле отсутствует), то есть сверхтонкое поле как целое вращается в плоскости с частотой  $\omega$ . На рис.5 приведено

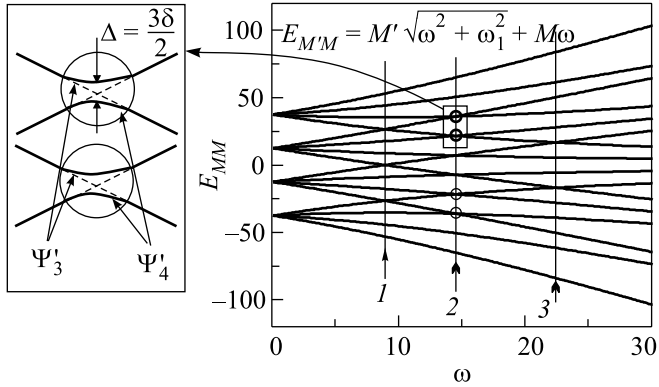


Рис.5. Зависимость энергетических параметров КС  $E_{M'M}$  от частоты вращения сверхтонкого поля  $\omega$  при постоянной его амплитуде  $\omega_1$ , 1), 2), 3) – разные типы точек пересечения, дополнительно отмечены точки типа 2), в которых возможно динамическое антипересечение

поведение энергетических параметров для этого случая. Нас будут интересовать точки пересечения, которые можно разделить на три типа по правилам отбора: 1)  $\Delta M' = \pm 1$  и  $\Delta M = \pm 3$ ; 2)  $\Delta M' = \pm 1$  и  $\Delta M = \pm 2$ ; 3)  $\Delta M' = \pm 2$  и  $\Delta M = \pm 3$ . Для них выполняются следующие соотношения: 1)  $3\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega^2}$ , 2)  $2\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega^2}$ , 3)  $3\omega = 2\sqrt{\omega_1^2 + \omega^2}$ .

В этих точках пересечения следует ожидать эффекта антипересечения, по аналогии с [4], при наличии возмущения, перемешивающего уровни. Это приведет к образованию в этих точках новых состояний с близкими значениями энергии, которые могли бы быть возбуждены одним гамма-квантом, делая тем самым возможной интерференцию амплитуд рассеяния, как это имело место выше. Необходимые возмущения могут быть представлены в лабораторной системе координат (СК) операторами типа  $H_\delta = \delta(\hat{I}_+^2 + \hat{I}_-^2)$  в случае 2) и  $H_\delta = \delta(\hat{I}_+^3 + \hat{I}_-^3)$  в случаях 1) и 3), соответственно. В СК, вращающейся с частотой  $\omega$ , этим возмущениям соответствуют переменные поля с частотой  $n\omega$  ( $n = 2, 3$ ). Теперь условия, записанные выше, можно интерпретировать как условия резонанса во вращающейся системе координат.

Далее рассмотрим более подробно тип пересечения 2) с гамильтонианом возмущения  $H_\delta = \delta(\hat{I}_+^2 +$

$+\hat{I}_-^2)$ , соответствующим малой неаксиальности ГЭП (параметр  $\delta$ ). Матрица возмущения, вычисленная на КС, как базисных, оказывается зависящей от времени как в лабораторной, так и во вращающейся системах координат. Удобно в этом случае воспользоваться теорией возмущений, развитой для композитного гильбертова пространства [8]. Тогда необходимые матричные элементы вычисляются согласно правилу

$$\begin{aligned} & \langle \langle \Psi_{M'_1}(\mathbf{r}, t) H_\delta \Psi_{M'_2}(\mathbf{r}, t) \rangle \rangle = \\ & = \left( \frac{1}{T} \right) \int_{-T/2}^{T/2} \int \Psi_{M'_1}^*(\mathbf{r}, t) H_\delta \Psi_{M'_2}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} dt, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $T$  – период функций. Вычисление матричных элементов следует производить при значениях параметров КС, характерных для точек пересечения второго типа:  $\omega = \omega_1/\sqrt{3}$  и, соответственно,  $\beta = \pi/3$ . В этом случае имеем:

$$\begin{aligned} & \langle \langle \Psi_{M'_1}(\mathbf{r}, t) H_\delta \Psi_{M'_2}(\mathbf{r}, t) \rangle \rangle = \\ & = \begin{pmatrix} 0 & \frac{3}{4}\delta & 0 & 0 \\ \frac{3}{4}\delta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{3}{4}\delta \\ 0 & 0 & \frac{3}{4}\delta & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Собственные векторы этого гамильтониана получаются в виде:

$$\Psi'_1 = e^{-i\frac{3\delta}{4}t} (\Psi_{-1/2} - \Psi_{-3/2}), \quad (9)$$

$$\Psi'_2 = e^{i\frac{3\delta}{4}t} (\Psi_{-3/2} + \Psi_{-1/2}), \quad (10)$$

$$\Psi'_3 = e^{i\frac{3\delta}{4}t} (\Psi_{3/2} - \Psi_{1/2}), \quad (11)$$

$$\Psi'_4 = e^{-i\frac{3\delta}{4}t} (\Psi_{1/2} + \Psi_{3/2}). \quad (12)$$

Таким образом, в этом случае образуются линейные комбинации базисных КС со сдвигом по энергии на  $\Delta = 3/2\delta$ . При этом происходит отталкивание энергий пересекающихся состояний на эту малую величину, то есть для них имеет место антипересечение. Назовем этот эффект в отличие от [4] *динамическим антипересечением*. Действительно, например, состояние  $\Psi'_4$  содержит две линейные комбинации ( $d_{3/2, -1/2}^{3/2}(\pi/3)|-1/2\rangle + d_{1/2, 3/2}^{3/2}(\pi/3)|3/2\rangle e^{2\varphi}$ ) и ( $d_{3/2, -3/2}^{3/2}(\pi/3)|-3/2\rangle + d_{1/2, 1/2}^{3/2}(\pi/3)|1/2\rangle e^{2\varphi}$ ), соответствующие двум точкам пересечения  $\Psi_{3/2}$  и  $\Psi_{1/2}$

на рис.5, каждая из которых имеет свой экспоненциальный временной множитель. Линейные комбинации тех же пар состояний входят и в  $\Psi'_3$ , но показатели экспонент при них сдвинуты соответственно на  $\Delta = 3/2\delta$  (см. вставку на рис.5).

Остальные состояния в  $\Psi'_4$  и  $\Psi'_3$  ( $|1/2\rangle$ ,  $|3/2\rangle$ ), содержащиеся в  $\Psi_{3/2}$  и  $|-1/2\rangle$ ,  $|-3/2\rangle$ , содержащиеся в  $\Psi_{1/2}$ , согласно (11) и (12) имеют сильно различающиеся временные экспоненты и не перемешиваются слабым возмущением.

Как видно из (9)–(12), антипересечение имеет место при пересечении  $\Psi_{-3/2}$  с  $\Psi_{-1/2}$  и  $\Psi_{1/2}$  с  $\Psi_{3/2}$ , в то же время антипересечение отсутствует в случае  $\Psi_{-1/2}$  и  $\Psi_{1/2}$  (см. рис.5, отмечены точки антипересечения). Это можно понять, рассмотрев выражение для  $H_\delta$  во вращающейся системе координат:

$$\begin{aligned}
 H_\delta = & \delta \{ \hat{I}_+^2 \left( (C_-(\beta))^2 e^{-2i\omega t} + (C_+(\beta))^2 e^{2i\omega t} \right) + \\
 & + \hat{I}_-^2 \left( (C_-(\beta))^2 e^{2i\omega t} + (C_+(\beta))^2 e^{-2i\omega t} \right) - \\
 & - \frac{3}{8} (\hat{I}_+ \hat{I}_- + \hat{I}_- \hat{I}_+) (e^{2i\omega t} + e^{-2i\omega t}) + \\
 & + \hat{I}_z^2 (S(\beta))^2 (e^{2i\omega t} + e^{-2i\omega t}) + \\
 & + S(\beta) (\hat{I}_z \hat{I}_+ + \hat{I}_+ \hat{I}_z) (C_+(\beta) e^{2i\omega t} - C_-(\beta) e^{-2i\omega t}) + \\
 & + S(\beta) (\hat{I}_z \hat{I}_- + \hat{I}_- \hat{I}_z) (C_+(\beta) e^{-2i\omega t} - C_-(\beta) e^{2i\omega t}) \},
 \end{aligned} \tag{13}$$

где  $\hat{I}_z, \hat{I}_+, \hat{I}_-$  – операторы проекций спина ядра во вращающейся СК,  $S(\beta) = \sin(\beta)$ ,  $C_+(\beta) = (1 + \cos \beta)/2$ ,  $C_-(\beta) = (1 - \cos \beta)/2$ . В этой СК условие резонанса ( $\Delta M' = \pm 1$ ) выглядит как  $\sqrt{\omega_1^2 + \omega^2} = 2\omega$  и матричные элементы последних двух слагаемых равны нулю для перехода между состояниями  $M' = \pm 1/2$ .

Необходимо еще раз отметить, что данный результат (см. (9)–(12)) применим только в точке пересечения уровней (при  $\omega = \omega_1/\sqrt{3}$ ).

Таким образом, мы показали возможность образования смешанных состояний  $|M\rangle$ , разделенных малым энергетическим интервалом  $\Delta$ , в динамическом режиме. Эти состояния могут быть возбуждены одним гамма фотоном и далее могут привести к различным типам квантовой интерференции в точном соответствии со схемой резонансного рассеяния мессбауэровского излучения, рассмотренной выше. Следует помнить, что во вращающемся поле КС образуются и для основного состояния ядра. Можно ожидать и появления динамического антипересечения при возмущении ( $H_\delta = \delta(I_+ + I_-)$ , правила отбора  $\Delta M' = 1$ ,  $\Delta M = 1$ ). Однако точки пересечения (значения  $\omega$ ) для основного и возбужденного состояний ядра не будут совпадать.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 04-02-16939, и фонда CRDF (CGP, проект RP1-2560-KA-03).

1. E. Gerdau, R. Rüffer, R. Hollatz, and J. P. Hannon, Phys. Rev. Lett. **57**, 1141 (1986).
2. E. Gerdau, R. Rüffer, H. Winkler et al., Phys. Rev. Lett. **54**, 835 (1985).
3. Э. К. Садыков, В. В. Аринин, Ф. Г. Вагизов, Письма в ЖЭТФ **82**, 484 (2005).
4. R. Coussement, M. van den Bergh, G. S'heeren et al., Phys. Rev. Lett. **71**, 1824 (1993).
5. R. Coussement and G. Neyens, Hyp. Int. **107**, 307 (1997).
6. R. Coussement, Y. Rostovtsev, J. Odeurs et al., Phys. Rev. Lett. **89**, 107601-1 (2002).
7. F. G. Vagizov, R. A. Manapov, E. K. Sadykov, and L. L. Zakirov, Hyp. Int. **116**, 91 (1998).
8. H. Sambe, Phys. Rev. A **7**, 2203 (1973).