Письма в ЖЭТФ, том 84, вып. 6, с. 365 – 368 

# Когерентный эффект при излучении релятивистских электронов в поле изогнутых кристаллических плоскостей атомов

*Н. Ф. Шульга*[1)], *В. В. Бойко*

*Институт теоретической физики им. А.И. Ахиезера*
*Национальный научный центр "Харьковский физико-технический институт", Харьков, 61108 Украина*

Поступила в редакцию 21 июня 2006 г.
После переработки 15 августа 2006 г.

Предсказан эффект интенсивного монохроматического излучения релятивистских электронов при пересечении частицами в кристалле периодически изогнутых кристаллических плоскостей атомов. Этот эффект не связан с явлением каналирования частиц в кристалле и возможен как для релятивистских позитронов, так и для электронов.

PACS: 41.60.–m

**1.** При движении релятивистских электронов и позитронов в кристалле вдоль одной из кристаллографических плоскостей возможно явление каналирования, при котором частицы движутся в каналах, образованных этими плоскостями [1]. Спектральная плотность излучения в этом случае содержит максимумы, связанные с периодическим движением частиц в канале [2, 3].

При воздействии на кристалл звуковой волны происходит деформация кристаллических плоскостей, периодическая вдоль канала. Аналогичный эффект может быть достигнут путем периодического деформирования кристаллической решетки, нанесением на поверхность кристалла периодических насечек [4]. В таком деформированном кристалле также возможно явление каналирования, при котором частицы следуют вдоль изгиба кристаллических плоскостей. Исследование процесса излучения релятивистских частиц в кристалле в этом случае проводилось в работах [5, 6]. При этом было показано, что, благодаря этому периодическому движению в спектре излучения, должны возникать новые максимумы, связанные с явлением каналирования частиц в периодически деформированном канале. Экспериментальные исследования этого эффекта в настоящее время планируется проводить на ускорителях ЦЕРН и MAMI (г. Майнц).

Движение электронов в кристалле в условиях плоскостного каналирования, однако, является весьма неустойчивым [2, 3]. Эта неустойчивость движения связана с многократным рассеянием частиц на тепловых колебаниях атомов решетки. Благодаря такой неустойчивости, происходит быстрый выброс частиц из канала. При этом отмеченные выше эффекты разрушаются.

В настоящей работе мы обращаем внимание на возможность существования когерентного эффекта при излучении релятивистским электроном фотона в поле периодически деформированных кристаллических плоскостей. Благодаря этому эффекту, спектр излучения содержит резкие максимумы, обусловленные пересечением частицей периодически изогнутых кристаллических плоскостей атомов. Этот эффект не связан с явлением каналирования частиц в кристалле. Он обусловлен надбарьерным движением частиц в поле изогнутых кристаллических плоскостей, которое является более устойчивым, чем движение частиц в кристалле в условиях каналирования. Это открывает новые возможности генерации монохроматического излучения релятивистскими электронами в поле периодически деформированных кристаллических плоскостей, которое может быть исследовано экспериментально.

**2.** Движение релятивистского электрона вдоль кристаллических плоскостей атомов определяется, в основном, непрерывным потенциалом этих плоскостей, то есть потенциалом решетки, усредненным по координатам $y$ и $z$ этих плоскостей [1]:

$$U_p(x) = \frac{1}{L_y L_z} \int dydz \sum_n u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n), \qquad (1)$$

где $u(\mathbf{r} - \mathbf{r}_n)$ – потенциал отдельного атома решетки, расположенного в точке с координатой $\mathbf{r}_n$, $x$ – координата, ортогональная кристаллическим плоскостям $(y, z)$, $L_y$, $L_z$ – размеры кристалла вдоль осей $y$ и $z$. Суммирование в (1) ведется по всем атомам кристалла. Функция $U_p(x)$ является периодической функцией координаты $x$ с периодом $a_x$.

[1)] e-mail: shulga@kipt.kharkov.ua

Частица в таком поле совершает поступательное движение вдоль кристаллической плоскости, периодически отклоняясь относительно направления первоначального движения на малые углы. При этом движение вдоль оси $x$, перпендикулярной плоскости $(y, z)$, определяется уравнением [3]

$$\ddot{x} = -\frac{e}{\varepsilon}\frac{\partial U_p(x)}{\partial x}, \tag{2}$$

где $e$ – заряд частицы и $\varepsilon$ – ее релятивистская энергия (мы пользуемся здесь системой единиц, в которой скорость света $c$ и постоянная Планка $\hbar$ приняты равными единице).

В поле $U_p(x)$ сохраняется интеграл энергии поперечного движения частицы

$$\varepsilon_\perp = \frac{\varepsilon\dot{x}^2}{2} + eU_p(x). \tag{3}$$

Явление каналирования в таком поле имеет место, если $\varepsilon_\perp < U_{\max}$, где $U_{\max}$ – максимальное значение потенциальной энергии $eU_p(x)$ (для электронов $U_{\max} = 0$).

Рассмотрим теперь движение частицы (электрона или позитрона) в поле непрерывного потенциала кристаллических плоскостей, которые периодически деформированы в пространстве. Для простоты будем предполагать, что деформация является синусоидальной. Непрерывный потенциал таких плоскостей может быть записан в виде

$$U(x, y, z) = U_p(x - x_0 \sin \Omega z), \tag{4}$$

где $x_0$ – амплитуда колебаний кристаллических плоскостей, $\Omega = 2\pi/T$, $T$ – период деформации плоскостей вдоль оси $z$, $U_p(x)$ – непрерывный потенциал недеформированных кристаллических плоскостей (1).

Будем предполагать, что частица влетает в кристалл под малым углом $\psi$ к оси $z$ и что поле (4) слабо возмущает движение частицы. В этом случае в первом приближении по потенциалу дифференциальное сечение излучения определяется формулой [3]

$$d\sigma = \frac{e^4}{4\pi^3}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\frac{d\omega}{\omega}\frac{\delta}{m^2}\frac{\mathbf{q}_\perp^2}{q_\parallel^2} \times$$
$$\times \left\{1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - \frac{2\delta}{q_\parallel}\left(1 - \frac{\delta}{q_\parallel}\right)\right\}|U_q|^2 d^3q, \tag{5}$$

где $m$ – масса электрона, $U_q$ – фурье-компонента потенциала внешнего поля, $\omega$ – частота излученного фотона, $\varepsilon$ и $\varepsilon' = \varepsilon - \omega$ – начальная и конечная энергии электрона, $\delta = m^2\omega/2\varepsilon\varepsilon'$, $q_\parallel$ и $\mathbf{q}_\perp$ – параллельная и ортогональная начальному импульсу электрона $\mathbf{p}$ составляющие переданного импульса $\mathbf{q}$, причем $q_\parallel \geq \delta$.

Формула (5) справедлива, если движение электрона во внешнем поле близко к прямолинейному. Для потенциала (4) фурье-компонента имеет вид

$$U_q = \frac{(2\pi)^3}{a_x}\delta(q_y)\sum_l(-1)^{l(N_x-1)}\delta(q_x - g_x)U_{g_x}^{(1)} \times$$
$$\times \sum_{n=0}^{n=\infty}(-1)^{n(N_T-1)}J_n(g_x x_0)\delta(q_z - \Omega n), \tag{6}$$

где $U_{q_x}^{(1)}$ – фурье-компонента непрерывного потенциала отдельной кристаллической плоскости, $N_x$ – число кристаллических плоскостей ($N_x \gg 1$), $N_T$ – число периодов деформации кристаллических плоскостей ($N_T \gg 1$), $g_x$ – компонента вектора обратной решетки вдоль оси $x$, $g_x = 2\pi l a_x^{-1}$, $a_x$ – расстояние между плоскостями, $l = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, $J_n(y)$ – функция Бесселя порядка $n$ и $\delta(x)$ – одномерная дельта-функция. В случае, когда потенциал отдельного атома кристалла представляет собой экранированный потенциал Кулона, сечение излучения (5) после интегрирования по переданным импульсам приобретает следующий вид:

$$\omega\frac{d\sigma}{d\omega} = N\frac{32\pi^2 Z^2 e^6}{a_x a_y a_z}\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\frac{\delta}{m^2} \times$$
$$\times \sum_n\sum_{g_x}\frac{J_n^2(g_x x_0)}{(g_x^2 + R^{-2})^2}\frac{g_x^2}{g_\parallel^2}\left\{1 + \frac{\omega^2}{2\varepsilon\varepsilon'} - \frac{2\delta}{g_\parallel}\left(1 - \frac{\delta}{g_\parallel}\right)\right\}, \tag{7}$$

где $N$ – число атомов в кристалле, $Z|e|$ – заряд ядра атома решетки, $R$ – радиус экранировки потенциала атома, $a_x$, $a_y$ и $a_z$ – постоянные решетки вдоль осей $x, y$ и $z$ (предполагается для простоты, что в элементарной ячейке кристалла находится один атом) и $g_\parallel = \Omega n + \psi g_x$. Суммирование в (7) осуществляется по всем значениям $n$ и $l$, удовлетворяющим условию $g_\parallel = \Omega n + \psi g_x \geq \delta$.

**3.** Формула (7) показывает, что данное сечение излучения содержит резкие максимумы при частотах, удовлетворяющих условию

$$\Omega n + \psi g_x = \delta. \tag{8}$$

При $x_0 \to 0$ из суммы по $n$ в (7) остается только слагаемое с $n = 0$. Формула (7) в этом случае переходит в соответствующий результат теории когерентного излучения релятивистских электронов в кристалле (см. формулу (30.1) работы [3]), согласно которому сечение излучения содержит максимумы при частотах, определяемых соотношением

$$\psi 2\pi l a_x^{-1} = \delta. \tag{9}$$

Величина интенсивности излучения в первом максимуме в этом случае в сравнении с интенсивностью

обычного тормозного излучения (излучения в аморфной среде) по порядку величины равна

$$\frac{d\sigma_{coh\,\max}}{d\sigma_{am}} \approx \chi \frac{R^2}{a_y a_z \psi}, \tag{10}$$

где $\chi$ – численный коэффициент порядка единицы.

При $x_0 \neq 0$ наряду с максимумами когерентного излучения в сечении (7) появляются новые максимумы, связанные с периодической модуляцией кристаллических плоскостей.

Особый интерес представляет случай $\psi = 0$, когда частица движется вдоль оси $z$ (вдоль оси модуляции потенциала кристаллических плоскостей атомов). Когерентные максимумы в сечении (7) в этом случае исчезают, но остаются максимумы, связанные с модуляцией кристаллических плоскостей атомов. Их положения определяются соотношением

$$\Omega n = \delta. \tag{11}$$

Положения этих максимумов в отличие от положений максимумов теории когерентного излучения (см. формулу (9)), не зависят от параметров кристаллических плоскостей атомов, а определяются только периодом модуляции плоскостей $T$ и энергией частицы.

При $x_0 \gg R$ и $\psi = 0$ для оценки интенсивности излучения в первом максимуме (11) можно воспользоваться асимптотикой функции Бесселя, соответствующей большим значениям аргумента этой функции. Сравнивая значение интенсивности излучения в этом максимуме с соответствующим результатом для обычного тормозного излучения, находим, что

$$\frac{d\sigma_{\max}}{d\sigma_{am}} \approx \eta \frac{R^2}{a_y a_z \theta_T}, \tag{12}$$

где $\eta = 6/\pi \ln(183 Z^{-1/3})$ – численный коэффициент порядка $1/2$ и $\theta_T = 4x_0/T$.

Таким образом, при движении электрона в кристалле вдоль оси $z$ модуляции кристаллических плоскостей сечение излучения (7) содержит максимумы при частотах, не зависящих от структуры кристаллических плоскостей атомов. Величина же интенсивности излучения в этих максимумах определяется как параметрами кристаллических плоскостей атомов, так и параметрами модуляции этих плоскостей.

**4.** Формула (7) для спектральной плотности излучения справедлива, если движение электронов в кристалле происходит вдали от условий возникновения явления плоскостного каналирования. Это требование выполняется, если $4x_0/T \gg \theta_c$, где $\theta_c$ – критический угол плоскостного каналирования. Частица при этом совершает надбарьерное движение по отношению к изогнутым кристаллическим плоскостям, пересекая эти плоскости под углами $\theta$ от значений $\theta = 0$ до $\theta = 4x_0/T$. При этом входящий в (12) параметр $N_l = R^2/a_y a_z \theta_T$ по порядку величины равен числу атомов отдельной кристаллической плоскости, которые пересекает электрон на длине $T$ (при малых $\theta_T$ величина $N_l \gg 1$). Характер движения частиц в этом случае отличается от рассмотренного в [4–6] характера движения каналированных частиц в периодически изогнутом канале кристаллических плоскостей атомов. Поэтому характеристики излучения частиц в этих случаях также различаются. Так, если первый максимум излучения (11) расположен в области малых частот $\omega \ll \varepsilon$, то, согласно (11), положение этого максимума с ростом энергии частицы смещается пропорционально $\varepsilon^2$, тогда как для каналированных частиц положение главного максимума излучения смещается пропорционально $\varepsilon^{3/2}$ (см., например, [2]).

Таким образом, при движении электрона вдоль оси $z$ модуляции кристаллических плоскостей атомов, так же как и в случае, рассмотренном в теории когерентного излучения, когда электрон пересекает плоскости атомов под малым углом $\psi$, коэффициент усиления излучения в сравнении с обычным тормозным излучением представляет собой число атомов из отдельной кристаллической плоскости, с которыми взаимодействует частица. Положение нового максимума, однако, не зависит от параметров изогнутой плоскости, а определяется только длиной модуляции канала и энергией частицы. В частности, для частиц с энергией $\varepsilon \approx 100$ ГэВ (при таких энергиях проводились эксперименты в ЦЕРН по изучению излучения электронов в обычных немодулированных кристаллах, см., например, [7]) при $T \sim 10^{-3}$ см и $x_0 \sim 10^{-7}$ см положение первого максимума излучения (10) будет соответствовать энергиям гамма-квантов $\omega \approx 10$ ГэВ. Величина же $N_l$ в этом максимуме по порядку величины будет составлять $N_l \approx 25$.

С уменьшением $x_0$, согласно (12), интенсивность излучения быстро растет. Этот рост интенсивности излучения, однако, ограничен условием $\theta_T > \theta_c$, при котором применима формула (7). Таким образом, рассматриваемый механизм излучения, несмотря на отсутствие явления каналирования, приводит к значительному усилению интенсивности излучения частицы в кристалле, по сравнению с излучением частицы в аморфной среде. Этот эффект имеет место как для электронов, так и для позитронов.

Отметим, что рассматриваемый режим движения является гораздо более устойчивым, чем режим дви-

жения релятивистских электронов в условиях плоскостного каналирования. Связано это с тем, что многократное рассеяние электронов на тепловых колебаниях атомов решетки приводит к быстрому выбыванию частиц из канала, тогда как рассматриваемый надбарьерный механизм движения при многократном рассеянии частиц в кристалле сохраняется. Благодаря этому открывается возможность генерации интенсивного монохроматического излучения в поле периодически изогнутых кристаллических плоскостей не только быстрыми позитронами, но и электронами.

1. Й. Линдхард, УФН **99**, 249 (1969).
2. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц во внешних полях*, М.: Наука, 1987.
3. А. И. Ахиезер, Н. Ф. Шульга, *Электродинамика высоких энергий в веществе*, М.: Наука, 1993.
4. V. M. Biryukov, A. G. Afonin, V. T. Baranov et al., In *Proc. of the NATO Advanced Research Workshop on Advanced Radiation Sources and Applications*, Ed. H. Wiedemann, Springer, Netherlands, **199**, 2006, p. 191.
5. A. V. Korol, A. V. Solov'yov, and W. Greiner, Int. J. Mod. Phys. E **13**, 867 (2004).
6. L. Sh. Grigoryan, A. R. Mkrtchyan, A. H. Mkrtchyan et al., Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research B **173**, 132 (2001).
7. K. Kirsebom, U. Mikkelson, E. Uggerhoj et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 054801 (2001).