

Антиферромагнетик с магнитоэлектрическим эффектом как пример “левой” среды

В. Д. Бучельников¹⁾, В. В. Риве

Челябинский государственный университет, 454021 Челябинск, Россия

Поступила в редакцию 14 августа 2006 г.

Теоретически исследуется распространение электромагнитных волн (ЭМВ) в антиферромагнетике (АФМ) с магнитоэлектрическим эффектом (МЭЭ). Получены частотные зависимости волновых чисел, динамических магнитной и диэлектрической проницаемостей и коэффициента отражения ЭМВ при различных значениях параметров энергии АФМ. Показано, что в АФМ с МЭЭ существует интервал частот, в котором динамические магнитная и диэлектрическая проницаемости, а также одно из волновых чисел одновременно принимают отрицательные значения. В этом случае АФМ является примером так называемой “левой” среды. В указанном интервале частот коэффициент отражения ЭМВ от поверхности АФМ аномально уменьшается.

PACS: 75.40.Gb, 75.50.Ee, 75.80.+q, 78.20.Ls

В последнее время вновь возрос интерес к исследованию свойств так называемых “левых” сред [1, 2], которые были предсказаны уже достаточно давно [3–5]. Левыми средами называются среды с отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Примерами левых сред являются фотонные кристаллы [6] и искусственные среды [7]. К левым средам также можно отнести ферромагнитные металлы и полупроводники [3]. Последние относятся к гиротропным веществам, у которых диэлектрическая и магнитная проницаемости являются тензорами. В таких веществах динамические диэлектрическая и магнитная проницаемости могут принимать одновременно отрицательные значения для волн, распространяющихся в определенных направлениях.

Динамические диэлектрическая и магнитная проницаемости могут иметь тензорный характер и в других магнитоупорядоченных кристаллах, в частности, и в антиферромагнитных диэлектриках. В большинстве магнетиков динамические диэлектрическая и магнитная проницаемости могут принимать по отдельности отрицательные значения в разных интервалах частот, которые обычно сильно различаются по величине частоты. Исключением из них являются антиферромагнетики (АФМ) с магнитоэлектрическим взаимодействием. Наличие в таких АФМ взаимодействия между магнитной и электрической подсистемами должно приводить к появлению интервалов частот, в которых динамические диэлектрическая и магнитная проницаемости одновременно будут иметь резонансные особенности на одной и той же

частоте. Действительно, в работе [8] было показано, что в АФМ с магнитоэлектрическим эффектом (МЭЭ) существуют диапазоны частот, в которых динамические диэлектрическая и магнитная проницаемости одновременно принимают отрицательные значения. Таким образом, АФМ с МЭЭ могут быть также рассмотрены в качестве примера левых сред. Следовательно представляет интерес рассмотреть особенности распространения электромагнитных волн (ЭМВ) в таких средах.

В данной работе теоретически исследуется распространение ЭМВ в АФМ с МЭЭ. Показано, что в таких АФМ существует область частот, в которой динамические диэлектрическая и магнитная проницаемости и одно из волновых чисел могут одновременно принимать отрицательные значения. Показано, что в этой области имеется аномалия коэффициента отражения ЭМВ.

Рассмотрим тетрагональный АФМ симметрии $4_z^- 2_x^+ I^-$ (в обозначениях Турова [9]). Плотность энергии АФМ имеет вид [10]

$$\begin{aligned}
 F = & AL^2/2 + BL^4/4 + aM^2/2 + D(\mathbf{ML})^2/2 + \\
 & + D'\mathbf{M}^2\mathbf{L}^2/2 + \alpha(\partial\mathbf{L}/\partial x_i)^2/2 - \mathbf{M}\mathbf{H} + \\
 & + \beta_1(L_x^2 + L_y^2)/2 + \beta_2L_x^2L_y^2/4 + \kappa_\perp^{-1}(P_x^2 + P_y^2)/2 + \\
 & + \kappa_\parallel^{-1}P_z^2/2 + \lambda(\partial\mathbf{P}/\partial x_i)^2/2 - \mathbf{P}\mathbf{E} - \\
 & - \gamma_1M_z(L_xP_y - L_yP_x) - \gamma_2P_z(M_xL_y - M_yL_x) - \\
 & - \gamma_3L_z(M_xP_y - M_yP_x), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где A, B, a, D, D', α и β_i – параметры обменного взаимодействия и анизотропии, \mathbf{M}, \mathbf{L} – векторы

¹⁾e-mail: buche@csu.ru

ферро- и антиферромагнетизма, \mathbf{H} , \mathbf{E} – напряженности магнитного и электрического полей, $\kappa_{\perp, \parallel}$ и λ – диэлектрические постоянные, \mathbf{P} – вектор поляризации, γ_i – постоянные магнитоэлектрического взаимодействия.

В качестве основного состояния АФМ рассмотрим состояние, в котором $\mathbf{P}_0=0$, $\mathbf{M}_0=0$, а $\mathbf{L}_0 \parallel \mathbf{z}$. Это состояние возможно в случае отсутствия внешних электрического и магнитного полей \mathbf{E}_0 , $\mathbf{H}_0=0$.

Для нахождения дисперсионного уравнения волн, распространяющихся внутри АФМ, используем связанную систему уравнений движения намагниченности (Ландау–Лифшица), поляризации, а также уравнений Максвелла [8]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{M}} &= -g \{[\mathbf{M}, \mathbf{H}_M] + [\mathbf{L}, \mathbf{H}_L]\}, \\ \dot{\mathbf{L}} &= -g \{[\mathbf{L}, \mathbf{H}_M] + [\mathbf{M}, \mathbf{H}_L]\}, \\ \dot{\mathbf{P}} &= f \mathbf{H}_P, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}), \quad \text{div} (\mathbf{H} + 4\pi \mathbf{M}) = 0,$$

$$\text{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}, \quad \text{div} \mathbf{D} = 0.$$

Здесь g – гиромагнитное отношение, c – скорость света в вакууме, $f \sim z^2/mv_0$, z и m – заряд и приведенная масса элементарной ячейки объемом v_0 , $\mathbf{H}_a = -\partial F/\partial \mathbf{a}$ ($\mathbf{a}=\mathbf{M}, \mathbf{P}, \mathbf{L}$). При записи уравнений (2) предполагалось, что АФМ является диэлектриком. Для простоты в отличие от работы [8] здесь пренебрегается учетом затухания в спиновой подсистеме. Известно, что учет затухания приводит к сглаживанию резонансных особенностей на частотных зависимостях динамических магнитной и диэлектрической проницаемостей, а также на других физических характеристиках АФМ [11].

Пусть на поверхность АФМ нормально падает ЭМВ волна $h_x = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$, $e_y = -h_0 \times \exp(-i\omega t + ikz)$ или $h_y = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$, $e_x = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$. В этом случае в АФМ волны распространяются вдоль оси \mathbf{z} ($\mathbf{k} \parallel \mathbf{z}$), которая направлена против нормали к поверхности АФМ. Линеаризация связанной системы уравнений (2) с помощью формулы

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_0 + \mathbf{q} \exp(-i\omega t + ikz), \quad (3)$$

где $\mathbf{Q}=\mathbf{P}, \mathbf{M}, \mathbf{L}, \mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{D}$; $\mathbf{q} \ll \mathbf{Q}$, приводит к тому, что она распадается на две системы: первая описывает взаимодействие компонент h_x, e_y, p_y, m_x, l_y , а вторая – h_y, e_x, p_x, m_y, l_x . Дисперсионные уравнения этих систем имеют вид

$$\begin{aligned} &\omega_c^2 (\omega_{ek}^2 - \omega^2) (\omega_{sk}^2 - \omega^2) - \\ &- \omega^2 (\varepsilon_{\perp k} \omega_{ek}^2 - \omega^2) (\mu_{\perp k} \omega_{sk}^2 - \omega^2) - \\ &- \zeta_{\perp k} \omega_{ek}^2 \omega_{sk}^2 (\omega_c^2 - \omega^2) \pm 8\pi \sqrt{\zeta_{\perp k} \omega_c \omega \omega_{ek}^2 \omega_{sk}^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\omega_c = ck$, $\omega_{ek}^2 = f\kappa_{\perp k}^{-1}$, $\kappa_{\perp k}^{-1} = \kappa_{\perp}^{-1} + \lambda k^2$, $\omega_{sk}^2 = g^2 L_0^2 \chi_{\perp k}^{-1} (\beta_1 + \alpha k^2)$, $\chi_{\perp k}^{-1} = a + D' L_0^2 + \alpha k^2$, $\zeta_{\perp k} = \gamma_3^2 L_0^2 \kappa_{\perp k} \chi_{\perp k}$, $\varepsilon_{\perp k} = 1 + 4\pi \kappa_{\perp k}$, $\mu_{\perp k} = 1 + 4\pi \chi_{\perp k}$. Видно, что дисперсионные уравнения являются полиномами восьмой степени относительно волнового числа k и содержат нечетное слагаемое по k (последний член в (4)). Это говорит о том, что в АФМ с МЭЭ имеет место эффект невзаимности для волн, распространяющихся вдоль и против оси \mathbf{z} .

Для нахождения коэффициента отражения ЭМВ записывалась стандартная система граничных условий на векторы поляризации, ферро- и антиферромагнетизма и электромагнитного поля на поверхности $z=0$ АФМ [8–10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x_k} n_k &= 0, \quad \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_k} n_k = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_k} n_k = 0; \\ H_{\tau}^{(e)} &= H_{\tau}^{(i)}, \quad E_{\tau}^{(e)} = E_{\tau}^{(i)}; \\ H_n^{(e)} &= (H + 4\pi M)_n^{(i)}, \quad D_n^{(e)} = D_n^{(i)}. \end{aligned} \quad (5)$$

Данная система совместно с линеаризованной системой связанных уравнений (2) и дисперсионными уравнениями (4) позволяет определить амплитуды распространяющихся внутри АФМ волн и отраженной от поверхности АФМ волны. С этой целью из линеаризованной системы связанных уравнений (2) все малые величины \mathbf{q} (кроме \mathbf{h}) выражались через компоненты напряженности переменного магнитного поля \mathbf{h} . Затем они подставлялись в систему граничных условий (5). Окончательная система граничных условий содержала лишь компоненты напряженности переменного магнитного поля, что позволяло легко определить их амплитуды. Волновые числа, необходимые для определения амплитуд напряженности переменного магнитного поля внутри и вне АФМ, рассчитывались из дисперсионных уравнений (4). Полученные значения амплитуд переменного магнитного поля внутри и вне АФМ использовались для нахождения коэффициента отражения ЭМВ от поверхности АФМ. Эти же значения амплитуд использовались для нахождения динамических магнитной и диэлектрической проницаемостей АФМ на его поверхности (то есть при $z=0$) по формулам [8]

$$\mu_{\alpha\alpha} = \delta_{\alpha\alpha} + 4\pi \chi_{\alpha\alpha}, \quad \epsilon_{\alpha\alpha} = \delta_{\alpha\alpha} + 4\pi \kappa_{\alpha\alpha},$$

$$\chi_{\alpha\alpha} = \sum_{i=1}^4 \chi_{\alpha\alpha}^i h_{\alpha\alpha}^i / h_0,$$

$$\kappa_{\alpha\alpha} = \sum_{i=1}^4 \kappa_{\alpha\alpha}^i e_{\alpha\alpha}^i / h_0, \quad (6)$$

$$\chi_{\alpha\alpha} = \chi_{\perp k} \omega_{sk}^2 (\omega_{ek}^2 - \omega^2) / \Delta, \quad \kappa_{\alpha\alpha} = \kappa_{\perp k} \omega_{ek}^2 (\omega_{sk}^2 - \omega^2) / \Delta,$$

$$\Delta = (\omega_{sk}^2 - \omega^2)(\omega_{ek}^2 - \omega^2) - \omega_{sk}^2 \omega_{ek}^2 \zeta_{\perp k}.$$

где $\alpha = x, y$.

При численных расчетах использовались следующие типичные значения параметров энергии (1) АФМ с МЭЭ [8, 12]:

$$f = 0.25 \cdot 10^{28} \text{ с}^{-2}, \quad \kappa_{\perp} = 1, \quad \chi_{\perp} = 10^{-4}, \quad L_0 = 1500 \text{ Э}, \\ g = 2 \cdot 10^7 \text{ Гц/Э}, \quad \alpha = 10^{-12} \text{ см}^{-2}, \quad \lambda = 10^{-12} \text{ см}^{-2}, \\ \beta = 30, \quad \zeta_{\perp 0} = 2.25 \cdot 10^{-4} \quad (\gamma_3 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Э}^{-1}).$$

Для данных величин параметров свободной энергии (1) частоты волн поляризации и спиновых волн соответственно равны $\omega_{e0} = 5 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ($\log(\omega_{e0}) \approx 13.67$) и $\omega_{s0} \approx 1.64 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ($\log(\omega_{s0}) \approx 13.2157$), а статические магнитная и диэлектрическая проницаемости — $\mu_{\perp 0} \approx 1.00126$, $\epsilon_{\perp 0} \approx 13.5664$.

Результаты расчетов для случая, когда на поверхность АФМ падает ЭМВ волна $h_y = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$, $e_x = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$ представлены на рис.1–5. На рис.1 показана частотная зависимость коэффициента отражения ЭМВ волн в диапазоне час-

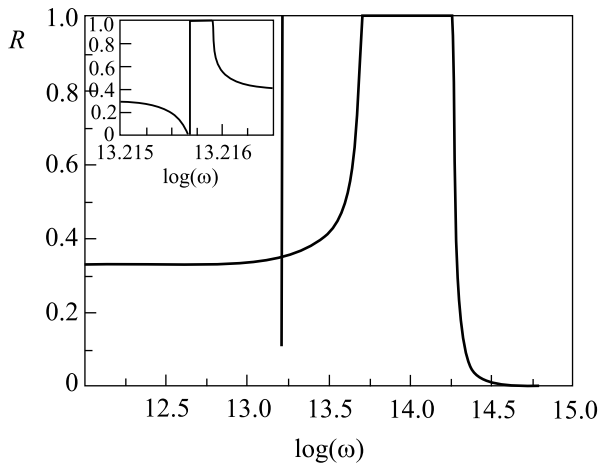


Рис.1. Зависимость коэффициента отражения R ЭМВ от частоты. На вставке показана зависимость R вблизи частоты спиновых волн в большем масштабе

тот $10^{12} - 10^{15} \text{ с}^{-1}$. Видно, что коэффициент отражения имеет две ярко выраженные особенности. Первая из них имеет место вблизи частоты спиновых волн ω_{s0} , вторая — вблизи и выше частоты волн поляризации ω_{e0} . При указанных значениях параметров энергии (1) вблизи частоты спиновых волн при увеличении частоты коэффициент отражения сначала уменьшается до нуля, а затем увеличивается до единицы, оставаясь постоянным в узком интерва-

ле частот (см. вставку на рис.1). При дальнейшем увеличении частоты коэффициент отражения вновь уменьшается практически до значения, которое он принимал до частоты спиновых волн. В области частот вблизи частоты волн поляризации снизу коэффициент отражения при увеличении частоты увеличивается вплоть до единицы и остается постоянным в широком интервале частот выше частоты волн поляризации, а затем, при высоких частотах, стремится к нулю.

На рис.2–4 представлены частотные зависимости одного из четырех решений дисперсионного уравнения (4), а также динамических магнитной и диэлектрической проницаемостей (6) на поверхности АФМ (при $z=0$) в диапазоне частот вблизи частоты спиновых волн. Из рис.2–4 видно, что все эти величины имеют ярко выраженную особенность на частоте спиновых волн.

Из рис.2 следует, что при увеличении частоты мнимая часть волнового числа уменьшается до нуля,

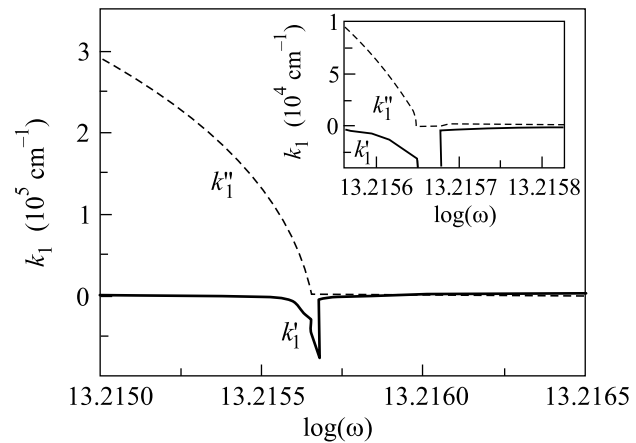


Рис.2. Зависимости действительной (k_1') и мнимой (k_1'') частей одного из волновых чисел k_1 дисперсионного уравнения (4) от частоты в области частоты спиновых волн. На вставке эти зависимости показаны в большем масштабе

оставаясь равной этому значению в узком интервале вблизи частоты спиновых волн. В этом интервале частот действительная часть волнового числа резко уменьшается. Отрицательный знак волнового числа говорит о том, что вблизи частоты спиновых волн ЭМВ с таким волновым числом распространяются в направлении, обратном к направлению распространения падающей на поверхность АФМ ЭМВ. Отсутствие мнимой части у волнового числа вблизи частоты спиновых волн говорит о том, что ЭМВ с таким волновым числом становятся незатухающими. При частотах, превышающих частоту спиновых волн, данное

волновое число становится действительным и положительным и монотонно возрастает при увеличении частоты.

На рис.3 представлена частотная зависимость динамической магнитной проницаемости на поверхности

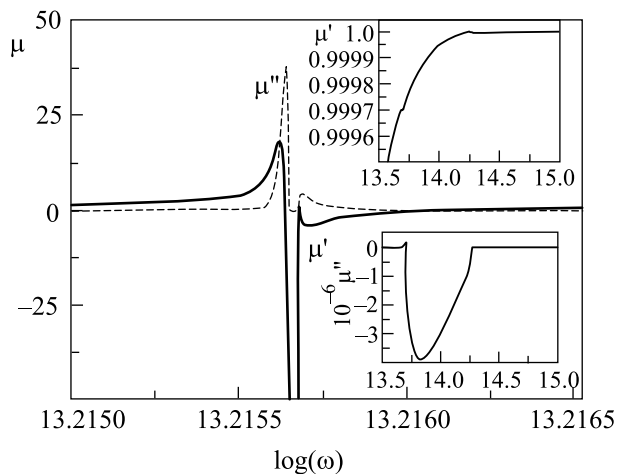


Рис.3. Зависимости действительной (μ') и мнимой (μ'') частей динамической магнитной проницаемости μ от частоты в области частот спиновых волн. На верхней и нижней вставках показаны зависимости действительной и мнимой частей μ в диапазоне частот вблизи и выше частоты волн поляризации

ти АФМ ($z=0$) в диапазоне частот вблизи частоты спиновых волн. Видно, что действительная часть магнитной проницаемости при увеличении частоты сначала увеличивается от статического предела $\mu_{\perp 0} \approx 1.00126$, а затем резко уменьшается, принимая большие отрицательные значения в узком интервале вблизи частоты спиновых волн. При дальнейшем увеличении частоты действительная часть магнитной проницаемости возрастает, стремясь к статическому пределу (верхняя вставка на рис.2). Мнимая часть магнитной проницаемости имеет пики на границах интервала частот, в котором действительная часть принимает большие отрицательные значения. Внутри же данного интервала мнимая часть магнитной проницаемости близка к нулю, так же, как и вдали от него. Вблизи частоты волн поляризации действительная часть магнитной проницаемости имеет небольшой минимум (верхняя вставка на рис.2). Мнимая часть магнитной проницаемости при подходе к частоте волн поляризации сначала немного возрастает, а затем уменьшается, принимая отрицательные значения и достигая минимума на частоте волн поляризации. При частоте выше частоты волн поляризации, на которой наблюдается резкое уменьшение коэффициента отражения (в конце широкого плато

на рис.1), действительная часть магнитной проницаемости имеет небольшой пик, а мнимая часть выходит на статическое нулевое значение. При других частотах магнитная проницаемость близка к статическому пределу и не имеет ярко выраженных особенностей.

Практически аналогично ведет себя вблизи частоты спиновых волн и динамическая диэлектрическая проницаемость (рис.4). Исключением является лишь

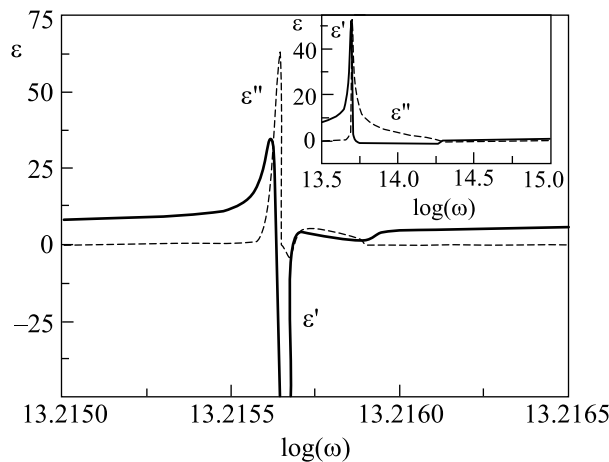


Рис.4. Зависимости действительной (ϵ') и мнимой (ϵ'') частей динамической диэлектрической проницаемости ϵ от частоты в области частот спиновых волн. На вставке показаны зависимости действительной и мнимой частей ϵ в диапазоне частот вблизи и выше частоты волн поляризации

то, что мнимая часть диэлектрической проницаемости принимает отрицательные значения в узком интервале частот вблизи частоты спиновых волн, в котором отрицательна и действительная часть. Следует отметить, что в отличие от магнитной проницаемости динамическая диэлектрическая проницаемость имеет четко выраженную особенность и вблизи частоты волн поляризации (вставка на рис.4). Видно, что при подходе к частоте волн поляризации действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости резко возрастают, а затем также резко уменьшаются. При этом на частотах выше частоты волн поляризации действительная часть диэлектрической проницаемости принимает отрицательные значения в широком интервале частот, вплоть до частоты, при которой заканчивается плато на коэффициенте отражения (рис.1). Мнимая часть диэлектрической проницаемости в этом интервале частот остается положительной и большой по величине, и монотонно уменьшается до статического нулевого значения.

На рис.5 представлена частотная зависимость еще одного решения дисперсионного уравнения (4). Вид-

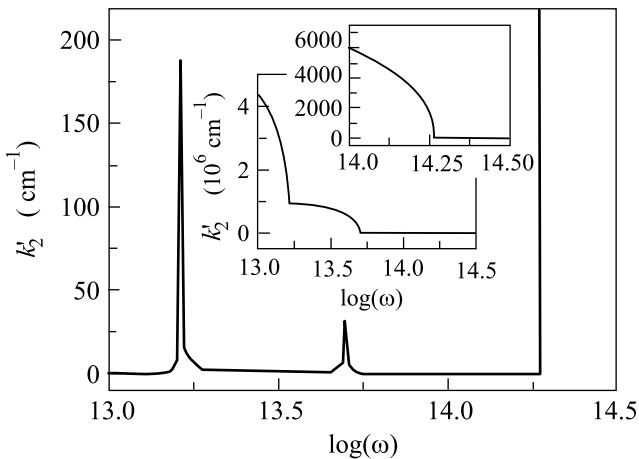


Рис.5. Зависимость действительной (k_2') части второго волнового числа k_2 дисперсионного уравнения (4) от частоты. На вставках показаны зависимости мнимой части (k_2'') этого волнового числа

но, что действительная часть данного волнового числа всегда является положительной и имеет пики на частотах спиновых волн и волн поляризации. При подходе к этим же частотам мнимая часть волнового числа k_2 резко уменьшается (нижняя вставка на рис.5). Из рис.5 также следует, что на частоте, при которой на коэффициенте отражения заканчивается широкое плато (рис.1), действительная часть волнового числа k_2 резко возрастает, мнимая часть при этой частоте обращается в нуль (верхняя вставка на рис.5). Остальные два решения дисперсионного уравнения (4) не имеют ярких особенностей вблизи частот спиновых волн и частоты волн поляризации.

Из сравнения рис.1 и рис.2–5 следует, что особенности коэффициента отражения коррелируют с особенностями динамических магнитной и диэлектрической проницаемостей и корней дисперсионного уравнения.

Таким образом, при выбранных значениях параметров энергии (1) в АФМ с МЭЭ в узком интервале частот вблизи частоты спиновых волн действительные части динамических магнитной и диэлектрической проницаемостей, а также одного из корней дисперсионного уравнения одновременно принимают отрицательные значения. Это говорит о том, что рассматриваемый АФМ с МЭЭ в данной области частот является примером “левой” среды [3].

Анализ показывает, что рассмотренные здесь характеристики АФМ с МЭЭ сильно зависят от величины параметров, входящих в выражение для сво-

бодной энергии (1), в частности, от постоянной магнитоэлектрического взаимодействия $\zeta_{\perp 0}$. Так, при увеличении постоянной $\zeta_{\perp 0}$ увеличивается коэффициент отражения ЭМВ в области низких частот и существенно увеличивается ширина плато вблизи частоты спиновых волн, на котором коэффициент отражения близок к единице. Минимум коэффициента отражения смещается в правую сторону плато вблизи частоты спиновых волн и расширяется. Вместе с тем, при возрастании постоянной $\zeta_{\perp 0}$ (например, при $\zeta_{\perp 0} \approx 0.5$) АФМ с МЭЭ вблизи частоты спиновых волн практически утрачивает свойства “левой” среды. Это обусловлено тем, что при больших $\zeta_{\perp 0}$ мнимая часть волнового числа k_1 вблизи частоты спиновых волн не обращается в нуль.

При падении на поверхность АФМ с МЭЭ ЭМВ волны $h_x = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$, $e_y = -h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$ вблизи частоты спиновых волн также существует узкий интервал, в котором одновременно принимают отрицательные значения динамическая магнитная и диэлектрическая проницаемости и реальная часть одного из решений дисперсионного уравнения (4). Однако мнимая часть этого волнового числа является положительной и намного превосходит реальную часть. В связи с этим ЭМВ такой поляризации будут быстро затухать внутри АФМ. В остальном поведение характеристик АФМ для ЭМВ волн данной поляризации практически аналогично поведению рассмотренных выше характеристик для ЭМВ поляризации $h_y = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$, $e_x = h_0 \exp(-i\omega t + ikz)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Губернатора и Правительства Челябинской области № урчел_04-02-96059

1. J. Pendry, *Nature* **423**, 6935 (2003).
2. В. Г. Веселаго, *УФН* **172**, 1215 (2002).
3. В. Г. Веселаго, *УФН* **92**, 517 (1967).
4. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург, *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов*, М.: Наука, 1965.
5. Л. И. Мандельштам, *ЖЭТФ* **15**, 475 (1945).
6. S. Foteinopoulou and C. M. Soukoulis, *Phys. Rev. B* **67**, 235107 (2003).
7. G. G. Parazzoli, R. B. Greeger, K. Li et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 107401 (2003).
8. В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров, *ЖЭТФ* **109**, 706 (1996).
9. Е. А. Туров, *УФН* **164**, 325 (1994).
10. Л. Д. Ландау, И. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред*, М.: Наука, 1982.
11. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, М.: Наука, 1967.
12. *Сегнетомагнитные вещества*, под ред. Ю. Н. Веневцева, В. Н. Любимова, М.: Наука, 1990.