

Излучение Смита–Парселла в “предволновой” зоне

Д. В. Карловец¹⁾, А. П. Потылицын

Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия

Поступила в редакцию 14 августа 2006 г.

После переработки 2 октября 2006 г.

В работе предложена модель для расчета угловых распределений интенсивности резонансного дифракционного излучения (РДИ), генерируемого заряженной частицей, движущейся вблизи плоской проводящей периодической структуры излучения Смита–Парселла, с учетом эффекта так называемой “предволновой” зоны. Показано, что в релятивистском случае для данного вида излучения критерий расположения детектора в “предволновой” зоне определяется геометрическими размерами решетки и практически не зависит от лоренц-фактора частицы. Характеристики излучения в “предволновой” зоне находились численным интегрированием по поверхности решетки. Показано, что в этом случае происходит “уширение” линии ИСП, тогда как в “волновой” зоне результаты расчетов удовлетворительно согласуются с известной аналитической моделью РДИ.

PACS: 41.60.–m, 41.75.Ht, 42.25.Fx, 42.79.Dj

Излучение Смита–Парселла (ИСП) является хорошим “кандидатом” для развития “невозмущающих” диагностических методов на ускорителях нового поколения, например, для определения длины коротких электронных сгустков (с длиной менее 1 мм) по когерентному ИСП [1, 2]. В последние годы активно обсуждается идея создания нового поколения компактных лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) на основе использования ИСП [3]. В отличие от ЛСЭ на основе ондулятора, длина волны λ такого лазера определяется не только периодом решетки d , вблизи которой проходит электронный пучок, но и углом, под которым генерируется излучение [4]:

$$\lambda_n = \frac{d}{n} \left(\frac{1}{\beta} - \cos \theta \right), \quad (1)$$

где θ – полярный угол наблюдения (рис.1), который может меняться от 0 до π , β – нормированная на скорость света в вакууме скорость частицы, n – порядок дифракции. В работе [5] предложена схема подобного ЛСЭ, в котором электронный пучок проходит вблизи периодической структуры, выполненной в виде цилиндра. Существующие модели ИСП, описывающие излучение в так называемой “дальней” зоне, непригодны для расчета характеристик ИСП в подобной структуре.

В классической электродинамике “дальняя” (“волновая”) зона определяется расстоянием, на котором излучение можно рассматривать как суперпозицию сферических волн от точечного источника, а “ближняя” зона соответствует расстоянию, соиз-

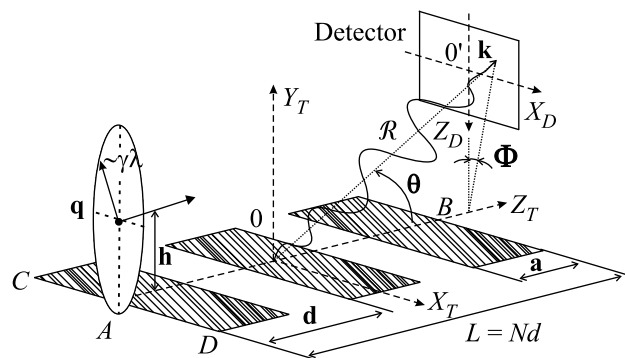


Рис.1. Схема генерации излучения Смита–Парселла

меримому с длиной волны излучения [6]. В работе [7] было введено понятие “предволновой” зоны (“pre-wave” zone) для переходного излучения (ПИ), где расстояние до детектора существенно превышает длину волны излучения, однако недостаточно велико, чтобы источник рассматривался как точечный. Наряду с ПИ, в работах [8, 9] рассматривались свойства дифракционного излучения (ДИ) в “предволновой” зоне.

В работе [10] проведен анализ условий “волновой” зоны для ЛСЭ на основе ондулятора. Исследование данной проблемы имеет большую значимость в связи с тем, что в рентгеновских ЛСЭ используются ускорители с необычайно большой длиной. Так, линейный ускоритель для получения когерентного рентгеновского излучения Linac Coherent Light Source (LCLS) будет иметь длину ~ 1 км, а инжектор – около 140 м. Как показано в цитируемой работе, “дальняя” зона для подобного ЛСЭ соответствует расстоянию до

¹⁾e-mail: karlovets@tpu.ru

детектора, в несколько раз превышающему длину инжектора. Например, для LCLS минимальное расстояние, удовлетворяющее данному критерию, составляет ~ 380 м [10]. В этой связи весьма актуальным становится исследование условий “дальней” зоны для ЛСЭ на основе ИСП. Однако соответствующие теоретические модели на сегодняшний день отсутствуют.

В работах [7–9] была предложена модель для расчета угловых распределений интенсивности ПИ и ДИ с учетом эффекта “предволновой” зоны, в которой кулоновское поле релятивистской частицы заменялось на пакет плоских поперечных волн, а поле излучения рассчитывалось в соответствии с принципом Гюйгенса в виде суперпозиции сферических волн. Было показано, что в случае, когда размеры мишени значительно превышают эффективный поперечный размер кулоновского поля релятивистской частицы $\sim \gamma\lambda$ (γ – лоренц-фактор), критерием “дальней” зоны для детектора, расположенного под углом зеркального отражения к поверхности мишени, является неравенство $R_0 \gg \gamma^2\lambda$, легко получаемое из предположений о малой угловой расходимости конуса излучения $\Delta\Omega \sim \gamma^{-1}$, испускаемого “светящейся” областью мишени, радиус которой определяется параметром $\gamma\lambda$ [7]. В случае, когда источником ДИ является периодический набор проводящих пластин, расположенных параллельно траектории частицы на расстоянии h , возникает резонансное дифракционное излучение, рассматриваемое как ИСП [11]. В данном случае продольный размер “светящейся” области такой периодической структуры (расположенной параллельно траектории частицы – вдоль оси Z_T , см. рис.1) определяется длиной решетки L , а поперечный (перпендикулярно траектории частицы – вдоль оси X_T) – ее шириной M (при условии, что последняя меньше характерного радиуса собственного поля частицы). Таким образом, критерий “дальней” зоны для ИСП распадается на два независимых критерия, определяемых геометрическими размерами периодической структуры, на которой происходит дифракция поля частицы.

По аналогии с работой [7] эти критерии могут быть получены, исходя из простых фазовых соотношений. Рассмотрим два точечных источника излучения – A и B , в которых возбуждается электромагнитная волна в момент прохождения вблизи заряженной частицы (рис.2а). На далеких расстояниях векторы $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ практически параллельны и, следовательно, разность фаз между волнами в точке наблюдения O имеет следующий вид:

$$\Delta\varphi = \varphi_B - \varphi_A \approx k(r_2 - r_1 + L/\beta), \quad (2)$$

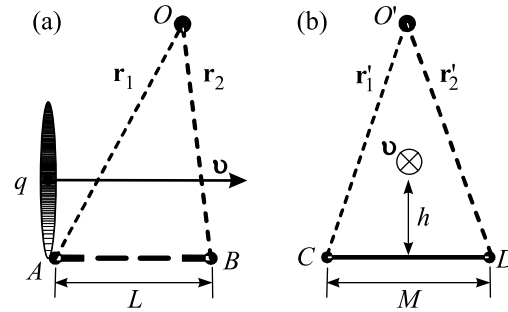


Рис.2. К выводу фазовых соотношений

где $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число. Последнее слагаемое, содержащее β , учитывает тот факт, что практически поперечному полю частицы требуется конечное время $\Delta t = L/\beta c$, чтобы пройти расстояние от точки A до точки B . Используя векторное равенство $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{L}$, несложно показать, что в случае выполнения условия $|\mathbf{r}_1|, |\mathbf{r}_2| \gg |\mathbf{L}|$ разность фаз запишется в виде:

$$\Delta\varphi \approx k \left(\frac{L^2}{2r_1} \sin^2 \theta + L(\beta^{-1} - \cos \theta) \right). \quad (3)$$

Два последних слагаемых не зависят от r_1 и, следовательно, соответствуют “дальней” зоне, тогда как первое слагаемое, очевидно, является поправкой первого порядка при переходе в “предволновую” зону. Очевидно, что на далеких от источника расстояниях условием “дальней” зоны будет следующее:

$$k \frac{L^2}{2r_1} \sin^2 \theta \ll \pi. \quad (4)$$

В случае ИСП общая длина “светящейся” поверхности вдоль оси Z_T примерно равна длине решетки, то есть $L \approx Nd$. В этом случае критерий “дальней” зоны для ИСП релятивистской частицы в плоскости, перпендикулярной стрипам решетки (по координате Z_D , индексом D будем обозначать координаты на поверхности детектора, а индексом T – координаты на поверхности мишени), можно записать в виде

$$\begin{aligned} r_1 &\gg \frac{L^2}{\lambda_n} \sin^2 \theta = \\ &= N^2 d \frac{\sin^2 \theta}{\beta^{-1} - \cos \theta} n \approx N^2 d (1 + \cos \theta) n. \end{aligned} \quad (5)$$

В работе [12] подобный критерий “дальней” зоны был получен из других предпосылок (из требований, налагаемых на монохроматичность).

Проводя аналогичные рассуждения в случае, когда источники излучения расположены перпендикулярно траектории частицы – рис.2б (при этом, оче-

видно, волны из точек C и D испускаются одновременно и член, содержащий β , отсутствует), можно получить выражение, аналогичное (3):

$$\Delta\varphi = \varphi_D - \varphi_C \approx k \left(\frac{M^2}{2r'_1} \cos^2 \Phi - M \sin \Phi \right). \quad (6)$$

Тогда условие “дальней” зоны для распределений ИСП в плоскости, параллельной стрипам решетки (по координате X_D), будет иметь вид, аналогичный (5):

$$r'_1 \gg \frac{M^2}{\lambda_n} \cos^2 \Phi \approx M^2 \frac{\cos^2 \Phi}{d(\beta^{-1} - \cos \theta)} n. \quad (7)$$

Для решетки с поперечными размерами $M \gg \gamma\lambda$ “светящаяся” область решетки (то есть расстояние между точками C и D , рис.2b) определяется величиной $\gamma\lambda$ (при условии, что $h \lesssim \beta\gamma\lambda/4\pi$ [11]). Тогда в наиболее интересном случае $\Phi = 0$ вместо (7) получаем известный критерий: $r'_1 \gg \gamma^2\lambda_n$ [7]. Однако во многих случаях (например, для когерентного ИСП в миллиметровом диапазоне длин волн) наблюдается обратная ситуация: $M \lesssim \gamma\lambda$. В этом случае для релятивистских частиц ($\gamma \gg 1$) условия “дальней” зоны (5), (7) для ИСП практически не зависят от энергии частицы.

Рассмотрим случай, когда мишень представляет собой “плоскую” решетку, то есть периодически расположенные стрипы длиной a , шириной M и периодом d (см. рис.2). По аналогии с работами [7, 9] выражение для компонент поля ДИ на детекторе, плоскость которого перпендикулярна вектору \mathcal{R}_0 , соединяющему центры решетки и детектора (точки O и O' , см. рис.1), в декартовых координатах запишем в виде

$$\begin{pmatrix} E_x^D \\ E_z^D \end{pmatrix} = \text{const} \int_{-M/2}^{M/2} dX_T \int_{-Nd/2}^{Nd/2} dZ_T \begin{pmatrix} X_T \\ h \end{pmatrix} \chi(Z_T) \times \\ \times \frac{K_1 \left[\frac{2\pi}{\beta\gamma\lambda} \sqrt{X_T^2 + h^2} \right]}{\sqrt{X_T^2 + h^2}} \exp[i\Delta\varphi(X_T, Z_T, X_D, Z_D)], \quad (8)$$

где X_T, Z_T – координаты точки на поверхности решетки, K_1 – модифицированная функция Бесселя второго рода, $\Delta\varphi$ – “набег” фазы волны, излученной в произвольной точке мишени, относительно точки детектора с координатами X_D, Z_D , а функция $\chi(Z_T)$ равна 1 на поверхности каждого стрипа и равна 0 в промежутках между ними. Интегрирование в выражении (8) ведется по поверхности мишени. Подобное выражение было использовано ранее при

расчете угловых распределений ДИ и ПИ от плоских и изогнутых мишеней в работе [13]. Интенсивность излучения находится с точностью до постоянной по определению: $I = \text{const}(|E_x^D|^2 + |E_z^D|^2)$.

Поскольку ИСП генерируется под большими углами (в случае ДИ и ПИ, по понятным причинам, представляет интерес, в основном, излучение вблизи направления зеркального отражения от наклонной мишени), получим выражение для “набега” фазы в случае произвольного расположения детектора. Пусть θ – угол между вектором \mathcal{R}_0 и осью Z_T . Последняя выбирается вдоль вектора скорости частицы, ось Y_T – перпендикулярно (рис.1). Пусть \mathcal{R} – расстояние между произвольными точками мишени и детектора. Выражение для “набега” фазы запишем в виде

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\Delta\mathcal{R} + \frac{Z_T}{\beta} \right), \quad (9)$$

где $\Delta\mathcal{R} = \mathcal{R}(Z_T, X_T, X_D, Z_D) - \mathcal{R}(0, 0, X_D, Z_D)$. Предполагая, что оси симметрии мишени и детектора вдоль оси X_T параллельны и выражая $\Delta\mathcal{R}$ из простых геометрических соотношений, получим:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\left[\mathcal{R}_0^2 + Z_T^2 + Z_D^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - 2Z_T(\mathcal{R}_0 \cos \theta + Z_D \sin \theta) + (X_T - X_D)^2 \right]^{1/2} - \right. \\ \left. - \left[\mathcal{R}_0^2 + Z_D^2 + X_D^2 \right]^{1/2} + \frac{Z_T}{\beta} \right). \quad (10) \end{aligned}$$

Предполагая, что $\mathcal{R}_0 \gg X_T, Z_T, X_D, Z_D$, последнее выражение можно записать с точностью до членов второго порядка малости в виде

$$\begin{aligned} \Delta\varphi \approx \frac{2\pi\mathcal{R}_0}{\lambda} \left(\frac{(Z_T \sin \theta)^2 + X_T^2}{2\mathcal{R}_0^2} - \frac{Z_T}{\mathcal{R}_0} \cos \theta - \right. \\ \left. - \frac{Z_T Z_D}{\mathcal{R}_0^2} \sin \theta - \frac{X_T X_D}{\mathcal{R}_0^2} + \frac{Z_T}{\beta\mathcal{R}_0} \right), \quad (11) \end{aligned}$$

По аналогии с работами [9, 13] будем использовать безразмерные переменные:

$$\begin{pmatrix} x_T \\ z_T \\ l \end{pmatrix} = \frac{2\pi}{\beta\gamma\lambda} \begin{pmatrix} X_T \\ Z_T \\ L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x_D \\ z_D \end{pmatrix} = \frac{\beta\gamma}{\mathcal{R}_0} \begin{pmatrix} X_D \\ Z_D \end{pmatrix}. \quad (12)$$

От расстояния между центрами решетки и детектора \mathcal{R}_0 перейдем к относительной величине

$$R = \frac{\mathcal{R}_0}{(L \sin \theta)^2 / \lambda} = \frac{4\pi^2}{(\beta l \sin \theta)^2 \gamma^2 \lambda} \mathcal{R}_0, \quad (13)$$

где в случае, если речь идет об азимутальных распределениях, выражение $l \sin \theta$ следует заменить на $m \cos \Phi$. Заметим, что для направления излучения в плоскости решетки ($\theta = 0; \pi$, $\Phi = \pm \pi/2$) зависимость от расстояния до детектора в формулах (3), (6) исчезает, что свидетельствует об отсутствии эффекта “предволновой” зоны (другими словами, расстояние между детектором и решеткой, соответствующее “дальней” зоне, не зависит от геометрических размеров решетки).

С учетом замен (12), (13) выражение для $\Delta\varphi$ запишется в более простом виде:

$$\Delta\varphi \approx \pi \frac{z_T^2}{Rl^2} + \pi \frac{x_T^2}{R(l \sin \theta)^2} - \beta \gamma z_T \cos \theta - z_T z_D \sin \theta - x_T x_D + \gamma z_T. \quad (14)$$

Отметим еще раз, что при $\theta \rightarrow 0; \pi$ выражение (14) теряет смысл, поскольку “предволновая” зона в этом случае отсутствует.

Известно, что в “дальней” зоне монохроматичность линии ИСП определяется числом периодов решетки: $\Delta\lambda/\lambda \sim N^{-1}$ [14]. Рассмотрим изменение монохроматичности при переходе в “предволновую” зону для решетки с периодом $d = 5$ мм и числом периодов $N = 25$. Для электронов с $\gamma = 10$ полярный угол θ выберем, исходя из дисперсионного соотношения для $\lambda_1 = 5$ мм. Вычисляя поле излучения в точке $x_D = z_D = 0$ в соответствии с формулой (8) для различных значений λ , мы получили форму линии ИСП (см. рис.3) для трех значений безразмерной переменной: $R = 10$ ($\mathcal{R}_0 \approx 31$ м), 1 ($\mathcal{R}_0 \approx 3.1$ м), 0.2 ($\mathcal{R}_0 \approx 0.6$ м). Для удобства сравнения здесь же приведен результат, полученный с помощью модели РДИ для “дальней” зоны [11]. Можно видеть, что согласие соответствующих “волновой” зоне кривых более чем удовлетворительное. При переходе в “предволновую” зону наблюдается уширение линии ИСП: $\Delta\lambda/\lambda_1 \approx 3.2\%$ ($R = 10$), $\approx 3.6\%$ ($R = 1$), $\approx 13.6\%$ ($R = 0.2$). Таким образом, монохроматичность линии ИСП даже в случае большого числа периодов $N \gg 1$ существенным образом зависит от расстояния до детектора. Отметим, что в данном случае ширина решетки M предполагается много большей параметра $\gamma\lambda$ (как в моделях для “дальней” зоны [11]).

Переходя к азимутальным зависимостям по правилу $\tan \Phi \approx X_D/\mathcal{R}_0 = x_D/\beta\gamma$, можно также оценить изменение соответствующих распределений ИСП при переходе в “предволновую” зону. На рис.4 приведены вычисленные кривые для $\lambda_1 = 3$ мм = const при условии $M \gg \gamma\lambda$ и трех значений безразмерной переменной: $R = 10$ ($\mathcal{R}_0 \approx 3$ м), 1 ($\mathcal{R}_0 \approx 0.3$ м), 0.1 ($\mathcal{R}_0 \approx$

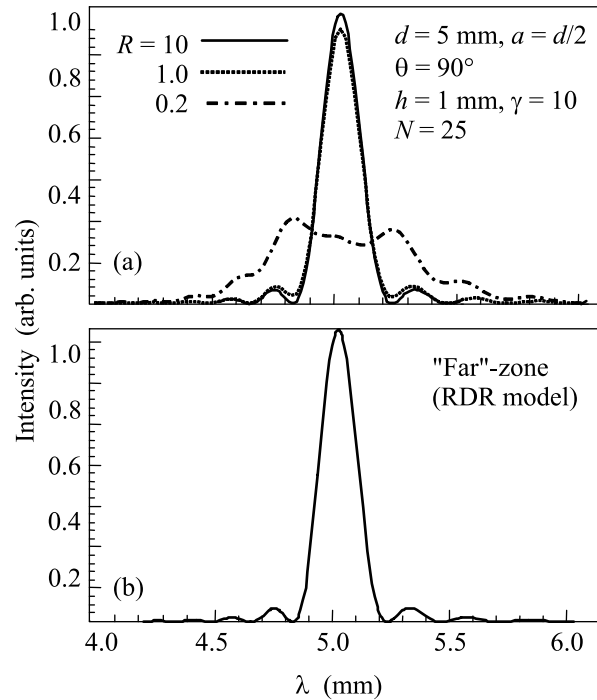


Рис.3. Монохроматичность линии ИСП: (а) По развиваемому подходу; (б) для “дальней” зоны по модели РДИ

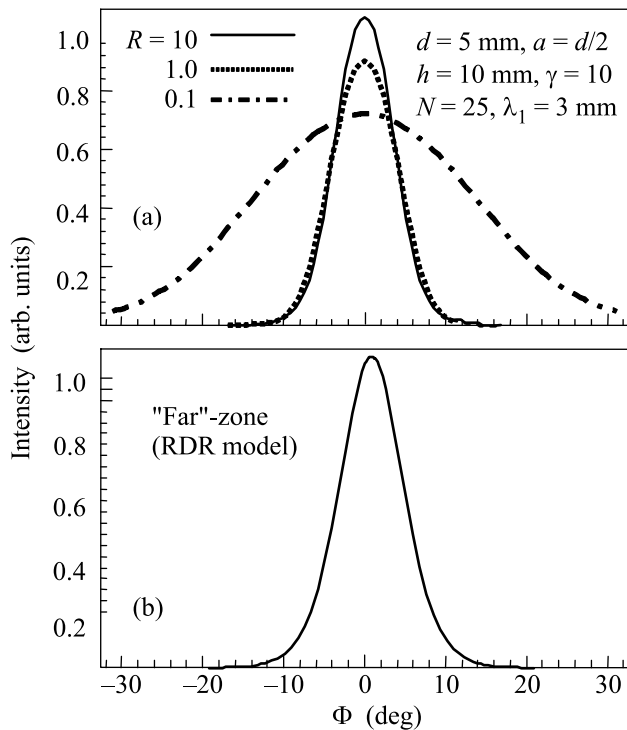


Рис.4. Азимутальное распределение интенсивности ИСП: (а) по развиваемому подходу; (б) для “дальней” зоны по модели РДИ

≈ 30 мм). Как следует из рисунка, кривые, соответствующие “дальней” зоне, и в этом случае согла-

суются с погрешностью лучше, чем 5%. При переходе в “предволновую” зону наблюдается уширение азимутального распределения (ширина на полувысоте $\Delta\Phi(R=10) \approx 9^\circ$, $\Delta\Phi(R=1) \approx 10^\circ$, $\Delta\Phi(R=0.1) \approx 27^\circ$). При этом, по мере уменьшения ширины решетки M , наблюдается увеличение полуширины азимутальных распределений. На рис.5 приведена эволюция соответствующих кривых для

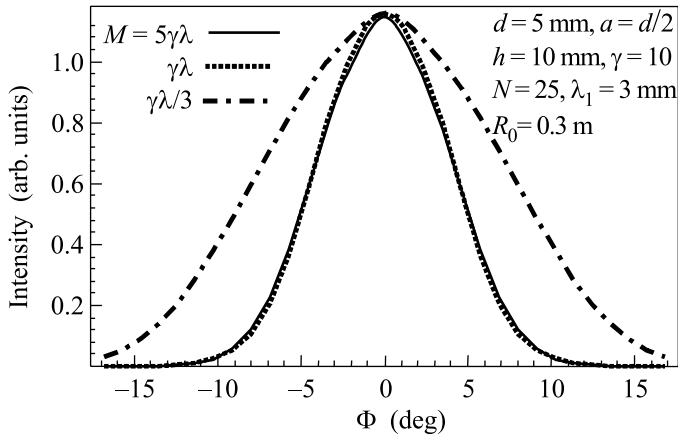


Рис.5. Азимутальное распределение интенсивности ИСП для различных поперечных размеров решетки

трех случаев: $M = 5\gamma\lambda$, $M = \gamma\lambda$, $M = \gamma\lambda/3$ и фиксированного расстояния до детектора $R_0 = 0.3$ м. Для удобства сравнения все распределения были нормированы на единицу. Как и ожидалось, при выполнении условия $M \gg \gamma\lambda$ угловое распределение не зависит от M .

Проведение экспериментов по генерации когерентного ИСП зачастую сопряжено с необходимостью размещения детектора в “предволновой” зоне. Так, например, в эксперименте [15], проводившемся на пучке электронов с энергией 2.8 МэВ ($\gamma \approx 5.6$), использовалась решетка периодом 1 см и числом периодов, равным 17. Для длины волны $\lambda \approx 0.62$ мм, по нашим оценкам, условием “дальней” зоны в продольном направлении является $R_0 \gg 4.1$ м. Отсюда следует, что эксперимент проводился в “предволновой” зоне, что затрудняет сравнение полученных данных с расчетами, проводимыми по моделям, соответствующим “дальней” зоне.

В работе [13] была теоретически показана возможность “фокусировки” ДИ от изогнутых мишеней. Так, при пролете частицы сквозь малое отверстие, выполненное по центру параболоида вращения, изготовленного из проводящего материала, угловое распределение ДИ имеет меньшую ширину и большую интенсивность в максимуме, чем при пролете сквозь отверстие, выполненное в плоской мишени. Эффект

фокусировки возможен, если фокус параболоида расположен в “предволновой” зоне. Представляется, что когерентное ИСП, генерируемое электронным сгустком на решетке в случае, когда последняя представляет собой цилиндрическую поверхность (в плоскости, перпендикулярной пучку), также может “фокусироваться”. Подобная решетка может быть использована при создании “поперечного” резонатора, необходимого для генерации стимулированного когерентного ИСП [16].

Предложенный подход также может быть использован для расчета характеристик ИСП при пролете электронного пучка через спиралевидную структуру. Следует ожидать, что излучение в этом случае будет обладать циркулярной поляризацией.

Авторы выражают благодарность П. В. Каратаеву за стимулирующую критику и полезные замечания в ходе обсуждения. Работа поддержана грантом Министерства образования и науки РФ “Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 годы)” # 2.1.1.889.

1. D. C. Nguyen, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. A **393**, 514 (1997).
2. M. C. Lampel, in *Advanced accelerator concepts: Eighth workshop*, Eds. W. Lawson, C. Bellamy, and D. Brosius (Am. Inst. of Phys., 1999), pp. 785.
3. V. Kumar and K.-J. Kim, Phys. Rev. E **73**, 026501 (2006).
4. S. J. Smith and E. M. Purcell, Phys. Rev. Lett. **92**, 1069 (1953).
5. M. Wang, X. Xiao, J. Chen et al., Phys. Letters A **345**, 423 (2005).
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, М.: “Наука”, 1973, с. 221, 246.
7. V. A. Verzilov, Phys. Letters A **273**, 135 (2000).
8. P. V. Karataev, Phys. Letters A **345**, 428 (2005).
9. A. P. Potylitsyn, in NATO Workshop “Advanced Radiation Sources and Applications”, Springer, 2006, p. 149.
10. R. Tatchyn, Proc. 27th Int. Free Electron Laser Conf., 21–26 August 2005, Stanford, USA, p. 282.
11. A. P. Potylitsyn, Nucl. Instr. Meth. Phys. Res. B **145**, 60 (1998).
12. D. V. Karlovets and A. P. Potylitsyn, Phys. Rev. Spec. Top. – Accel. Beams **9**, 080701 (2006).
13. А. П. Потылицын, Р. О. Резаев, Поверхность № 3, 77 (2006).
14. Б. М. Болотовский, Г. В. Воскресенский, УФН **11**, 143 (1968).
15. K. J. Woods, J. E. Walsh, R. E. Stoner et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 3808 (1995).
16. А. Н. Алейник, А. С. Арышев, Е. А. Богомазова и др., Письма в ЖЭТФ **79**, 396 (2004).