Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 5, стр. 206 – 208 *10 сентября 1984 г.*

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ НЕФАКТОРИЗУЕМЫХ ПОПРАВОК К ФОРМФАКТОРУ ПИОНА

А.С.Горский. М.В.Терентьев

Показано, что из-за аналитической структуры фейнмановских диаграмм следует зануление глюонных поправок в глауберовской области к асимптотике формфактора пиона.

Асимптотика электромагнитного формфактора пиона $F(Q^2)$ (см. [1 – 3]) вычисляется с помощью операторного разложения (OPE):

$$(p+p')_\nu F(Q^2) \to \sum_{n,\, m} T^{\nu}_{m,\, n}(Q^2)\, \tilde{c}^{\,*}_m c_n\,, \quad Q^2 \to \infty \tag{1}$$

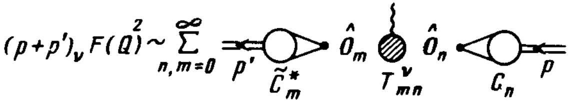

Рис. 1

(см. также рис. 1), где $c_n = \langle 0 \,|\, \hat{O}_n \,|\, \pi(p) \rangle$ матричные элементы локальных операторов твиста 2, связанных с аксиальным током, $T^{\nu}_{m,\, n}$ – коэффициентная функция (”жесткий блок”), которая определяется моментами от кварк-глюонной диаграммы на рис. 2 по доле импульса $x(x')$ кварка в начальном (конечном) состоянии, $Q^2 = -(p'-p)^2 > 0$. Подробнее об ОРЕ в виде (1) см. [4, 5]. Для справедливости ОРЕ необходимо, чтобы отсутствовали нефакторизуемые поправки типа, указанного на рис. 3. Мы укажем причины, по которым класс поправок такого типа действительно не существен .

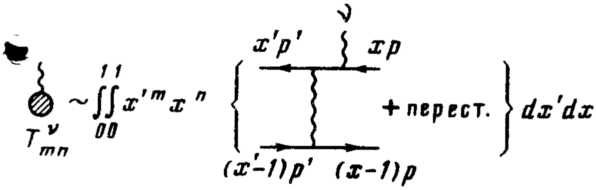

Рис. 2

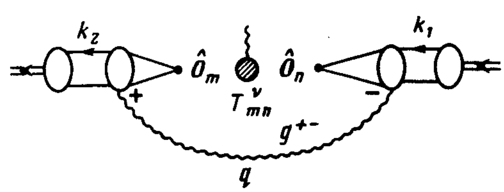

Рис. 3

В дальнейшем можно пренебречь массой пиона . и считать $p = (p_-, 0, \vec{0}_\perp)$, $p' = (0, p'_+, \vec{0}_\perp)$ (при этом $p_- = p'_+ = Q/\sqrt{2}$. Используется фейнмановская калибровка. На рис. 3 глюон должен быть продольным (на рис. указана матрица плотности глюона и поляризационные индексы, относящиеся к левому и правому блоку). При этом возникает большой кинематический фактор $Q^2 \sim p_- p'_+$ (множитель p_- – от правого блока, p'_+ – от левого). Пусть:

$$q = \alpha p + \beta p' + q_\perp, \qquad k_j = x_j p + y_j p' + k_{\perp j} \,. \tag{2}$$

В основной области интегрирования в ОРЕ: $x_1 = 1$, $y_1 \sim k_{\perp 1}^2/Q^2 \ll 1$; $y_2 \sim 1$, $x_2 \sim (k_{\perp 2}^2/Q^2) \ll 1$. При интегрировании по глюону: $q_\perp^2 \ll Q^2$. Для α и β существуют следующие возможности: 1) $\alpha \sim 1$, $\beta \sim (q_\perp^2/Q^2)$ или $\beta \sim 1$, $\alpha \sim (q_\perp^2/Q^2)$. Эта область дает факторизуемый вклад ("коллинеарные" логарифмы), который содержится в ОРЕ. 2) $\alpha \ll 1$, $\beta \ll 1$ при $Q^2\alpha\beta = -q_\perp^2$. Это дваждылогарифмическая область; вклад от нее по-видимому сокращается из-за бесцветности пиона (см. [1 - 3, 4]; факт сокращения проверен до двухпетлевых поправок включительно). Других источников логарифмических поправок от глюона q нет.

Но, в принципе, имеется возможность получения больших нефакторизуемых поправок в том случае, когда интеграл по q не логарифмичен, но сосредоточен в области $q_\perp^2 \sim m^2$ ($m \sim 1$ ГэВ – в дальнейшем характерный адронный масштаб). При этом (см. ниже) : $\alpha \sim \beta \sim (m^2/Q^2)$, т. е. $q^2 = q_\perp^2$. Будем называть эту область глауберовской (ср. [6, 7]). В ней интеграл по q, отвечающий рис. 3 пропорционален

$$I \sim \int\limits_{-\infty}^{\infty} Q^2 d\alpha\, L(Q^2\alpha, q_\perp, k_{\perp i} \ldots \frac{d^2 q_\perp}{q_\perp^2} \int\limits_{-\infty}^{\infty} Q^2 d\beta\, R(Q^2\beta, q_\perp, k_{\perp j} \ldots), \tag{3}$$

где L и R – функции, связанные с левым и правым блоками на рис. 3. Один фактор Q^2 в (3) связан с фазовым объемом $\left(d^4 q = \frac{Q^2}{2} d\alpha d\beta d^2 q_\perp\right)$, другой – кинематический, из-за продольности глюона. Интеграл I сходится при $q_\perp \to 0$,так как $R \sim (q_\perp/k_\perp)$ при $q_\perp \to 0$ из-за калибровочной инвариантности (то же справедливо для L). При $q_\perp \sim k_{\perp j} \sim m$ и $Q^2\alpha \sim Q^2\beta \sim m^2$ интеграл I не содержит никакой параметрической малости.

Однако, мы покажем далее, что интегралы по α и β обращаются в нуль по аналитическим соображениям. Рассмотрим для определенности интеграл по β. При излучении глюона непосредственно из кварковой линии, примыкающей к жесткому блоку (см. рис. 4) вклад

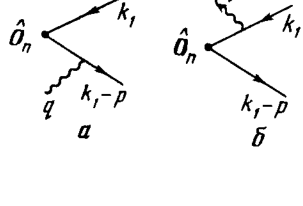

Рис. 4

отдельной диаграммы существует (определяется полувычетом в соответствующем полюсе), но происходит сокращение вкладов рис. 4, *а* и *б*. Интерпретация этого факта: пара кварков, родившаяся в жестком блоке за времена $\sim 1/Q$ не взаимодействует в глауберовской области из-за малого размера и бесцветности системы.

В том случае, когда перед излучением глюона q кварки обмениваются глюоном q_1 при $q_{\perp 1} \sim m$, то интеграл по β_1 отличен от нуля лишь при $(x_1 - 1) < \alpha_1 < x_1$ (см. рис. 5). Но при выполнении этого условия все полюса по β лежат по одну сторону вещественной оси в комплексной плоскости β и интеграл по β зануляется. Интерпретация этого факта: еще до стадии адронизации одна пара кварков увеличила свой размер и приобрела необходимые мультипольные моменты, но за это время две пары относящиеся соответственно к начальному и конечному пиону успели разойтись и не могут провзаимодействовать.

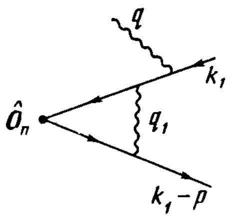

Рис. 5

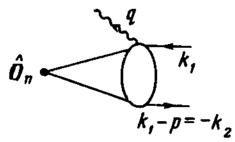

Рис. 6

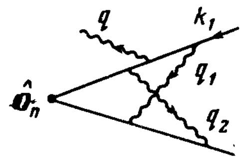

Рис. 7

Такое зануление интеграла по β является общим эффектом. Интегрирование точной амплитуды R (см. рис. 6) происходит при фиксированных $s = (k_1 + k_2)^2$ и $q^2 \approx q_\perp^2 < 0$. Но меняются виртуальность $(p - q)^2 = q_\perp^2 - Q^2\beta$, а также $t = (q - k_1)^2 \sim q_\perp^2 - Q^2 x_1 \beta$ и $u = (q - k_2)^2 \sim q_\perp^2 - Q^2 x_2 \beta$. При $t < 0$ отрицательны также u и $(p - q)^2$, поэтому можно ожидать, что в комплексной плоскости t нет левого разреза, поэтому возможно замыкание контура на бесконечность, что приводит к занулению интеграла. Поскольку обращение в нуль происходит как следствие аналитической структуры, то вместо вычисления амплитуды на рис. 6, достаточно установить этот факт для диаграммы на рис. 7, имеющей все типы особенностей, встречающиеся в точной амплитуде. Мы проверили, что такое зануление действительно имеет место для диаграммы на рис. 7, также как для всех других диаграмм одно- и двухпетлевого приближения. (Анализ сводится к выяснению расположения полюсов по β, β_1, β_2 и аналогичен рассмотрению простого случая, соответствующего рис. 5). Поскольку в анализе существенны только аналитические свойства, то можно утверждать, что обращение интеграла (3) в ноль является следствием причинности.

Явление аналогичное рассмотренному в данной статье, отмечалось в работе [8] в связи с процессом инклюзивного рождения адрона в $e^+ e^-$-аннигиляции.

Авторы благодарны Я.И.Азимову за полезные замечания.

Литература

1. *Черняк В.Л., Житницкий А.Р., Сербо В.Г.* ЖЭТФ, 1977, **26**, 760.
2. *Ефремов А.В., Радюшкин А.В.* ТМФ, 1980, **42**, 147.
3. *Lepage G., Brodsky S.* Phys. Rev., 1980, **D22**, 2157.
4. *Черняк В.Л.* Докторская диссертация, Новосибирск, ИЯФ СО АН СССР, 1982.
5. *Гешкенбейн Б.В., Терентьев М.В.* ЯФ, 1984, **39**, 873.
6. *Bodwin G., Brodsky S. Lepage P.* Phys. Rev. Lett., 1981, **47**, 1799.
7. *Sachrajda C.* SLAC-PUB-3181, 1983. Invited talk at 14 Int. Symp. on Multiparticle Dynamics, Lake Tahoe, 1983.
8. *Рыскин М.Г., Докшицер Ю.Л.* Письма в ЖЭТФ, 1981, **33**, 288.

Институт теоретической
и экспериментальной физики

Поступила в редакцию
13 июля 1984 г.