

Дробные особенности в осцилляциях магнетосопротивления двумерных электронных систем под облучением

И. В. Печенежский, С. И. Дорожкин,¹⁾ И. А. Дмитриев^{*2)}

Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Московская обл., Россия

* Institut für Nanotechnologie, Forschungszentrum Karlsruhe, 76021 Karlsruhe, Germany

Поступила в редакцию 5 декабря 2006 г.

Вычислено магнетосопротивление двумерных электронных систем под микроволновым облучением, демонстрирующее осцилляционные особенности при дробных значениях отношения круговой частоты микроволнового излучения к циклотронной частоте ω/ω_c . Расчет позволяет объяснить имеющиеся экспериментальные результаты неравновесным заполнением электронных состояний, возникающим вследствие однофотонных процессов, и предсказывает значения ω/ω_c , вблизи которых ожидаются основные особенности в магнетосопротивлении. В рамках исследуемого механизма дробные особенности могут наблюдаться только в режиме, переходном от сильно перекрывающихся к разделенным уровням Ландау, и только на частотах излучения ниже пороговых частот, зависящих от величины дроби.

PACS: 73.40.-c, 73.43.-f

Наблюдение в двумерных электронных системах с высокой подвижностью электронов осцилляций магнетосопротивления, индуцированных микроволновым излучением [2, 1], и, в особенности, обнаружение состояний с близким к нулю магнетосопротивлением в основных минимумах осцилляций [3, 4] инициировали интенсивные экспериментальные и теоретические исследования фотопроводимости двумерного электронного газа в условиях облучения электромагнитными волнами миллиметрового диапазона. Известны два микроскопических механизма возникновения осцилляций. В первом механизме осцилляции возникают вследствие процессов рассеяния на примесном потенциале с одновременным поглощением (испусканием) фотона и пространственным смещением электрона по или против направления приложенного электрического поля [5–8]. Во втором механизме осцилляции обусловлены неравновесным заполнением электронных состояний под облучением [9–11]. В экспериментальных условиях второй механизм доминирует, удовлетворительно объясняя величину и температурную зависимость осцилляций [11].

Уже в ранних экспериментах [4, 9], помимо осцилляций вблизи гармоник циклотронного резонанса ($\omega = n\omega_c$, где ω – круговая частота излучения, ω_c – циклотронная частота, $n = 1, 2, 3, \dots$), дополнитель-

ные особенности были обнаружены при дробных отношениях $\omega/\omega_c = 1/2, 2/3, 3/2$. Более подробно эти особенности изучались в экспериментах [12, 13]. В недавней работе [14] дробные осцилляции наблюдались вблизи положения субгармоник циклотронного резонанса $\omega/\omega_c = 1/2, 1/3, 1/4$, причем было обнаружено, что проявляются они только при частотах излучения ниже некоторых пороговых, зависящих от величины дроби ω/ω_c . Полученные экспериментальные результаты были объяснены неравновесным заполнением электронных состояний при учете только однофотонных процессов. В рамках механизма [5–8] дробные осцилляции могут возникать в результате процессов одновременного поглощения нескольких фотонов [15–17]. Однако многофотонные модели не могут объяснить существование пороговых частот, наблюдавшихся в эксперименте [14].

В данной работе выполнены расчеты, которые показывают, что в условиях неравновесного заполнения уровней Ландау возникновение осцилляционных особенностей вблизи дробных значений ω/ω_c возможно за счет однофотонных процессов и является проявлением эффекта соизмеримости между циклотронной частотой и частотой излучения. Получены серии основных особенностей, а также формулы, определяющие для различных дробных особенностей положения верхних границ их существования по частоте излучения.

В выполненном нами численном расчете фотопроводимости в качестве основного эффекта взаимодействия электромагнитного излучения с двумерными

¹⁾e-mail: dorozh@issp.ac.ru

²⁾Также Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия.

электронами рассматривается неравновесное стационарное заполнение состояний на уширенных беспорядком уровнях Ландау. Расчет основан на теории, развитой в работе [11]. Диагональная компонента тензора магнетопроводимости выражается через изотропную часть $f(\varepsilon)$ неравновесной функции распределения как

$$\sigma_{xx} = -\sigma_{dc}^D \int d\varepsilon \tilde{\nu}^2(\varepsilon) \frac{df(\varepsilon)}{d\varepsilon}, \quad \sigma_{dc}^D = \frac{e^2 \nu_0 v_F^2}{\omega_c^2 \tau_{tr}}. \quad (1)$$

Здесь $\nu_0 = m^*/2\pi\hbar^2$ – плотность состояний в нулевом магнитном поле в расчете на одну проекцию спина, m^* – эффективная масса, $\tilde{\nu}(\varepsilon) = \nu(\varepsilon)/\nu_0$ – безразмерная плотность состояний в магнитном поле, v_F – фермиевская скорость, τ_{tr} – транспортное время релаксации. Магнитное поле предполагается классически сильным, $\omega_c \tau_{tr} \gg 1$. В этом пределе вклад в проводимость от энергии ε пропорционален квадрату плотности состояний.

Неравновесная функция распределения находится из квантового кинетического уравнения

$$\frac{\mathcal{P}_\omega}{4} \sum_{\pm} \tilde{\nu}(\varepsilon \pm \hbar\omega) [f(\varepsilon \pm \hbar\omega) - f(\varepsilon)] = f(\varepsilon) - f_T(\varepsilon), \quad (2)$$

где $f_T(\varepsilon) = (\exp[(\varepsilon - \varepsilon_F)/T] + 1)^{-1}$ – фермиевская функция распределения ($k_B = 1$), ε_F – энергия Ферми. Безразмерная величина \mathcal{P}_ω , равная

$$\mathcal{P}_\omega = \frac{\tau_{in}}{\tau_{tr}} \left(\frac{e\mathcal{E}_\omega v_F}{\hbar\omega} \right)^2 \frac{\omega_c^2 + \omega^2}{(\omega_c + \omega)^2 [(\omega_c - \omega)^2 + \gamma^2]}, \quad (3)$$

включает квадрат матричного элемента перехода под действием излучения и время энергетической релаксации τ_{in} . Выражение (3) отличается от формулы (10a) работы [11] явным учетом динамической экранировки, которая приводит к появлению в знаменателе параметра $\gamma = \alpha\varepsilon_F/2\hbar\sqrt{\epsilon_{eff}}$ (см. работы [18, 19] и ссылки в них), где $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры, $\sqrt{\epsilon_{eff}} = (\sqrt{\epsilon_{GaAs}} + \sqrt{\epsilon_{vac}})/2 = = (\sqrt{12.8} + 1)/2 \simeq 2.3$, ϵ_{eff} – эффективная диэлектрическая проницаемость. Соответственно, \mathcal{E}_ω — амплитуда неэкранированного электрического поля падающей волны. В расчетах мы будем характеризовать мощность излучения величиной $\mathcal{P}_\omega^{(0)} \equiv \mathcal{P}_\omega(\omega_c = 0)$.

Безразмерная плотность состояний $\tilde{\nu}(\varepsilon)$ для высоких уровней Ландау ($\varepsilon_n = \hbar\omega_c(n + 1/2)$, $n \gg 1$), уширенных вследствие среднемасштабных флуктуаций потенциала примесей (то есть флуктуаций с характерным пространственным масштабом, меньшим магнитной длины, но много большим фермиевской

длины волны электронов), в самосогласованном борновском приближении дается формулой (см. работу [10] и ссылки в ней)

$$\tilde{\nu}(\varepsilon) = \frac{(2\hbar\omega_c)^2}{\pi\Gamma^2} \operatorname{Im} s(\varepsilon), \quad (4)$$

где функция $s(\varepsilon)$ является решением уравнения

$$s(\varepsilon) = \left(\frac{\Gamma}{2\hbar\omega_c} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon/\hbar\omega_c - n - 1/2 - s(\varepsilon)}. \quad (5)$$

Здесь $\Gamma = \hbar\sqrt{2\omega_c/\pi\tau_q}$, τ_q – время свободного пробега электрона в нулевом магнитном поле. Собственная энергия $s(\varepsilon)$ есть периодическая функция, поэтому достаточно определить ее вид в интервале $0 \leq \varepsilon \leq \hbar\omega_c$. Для численного решения уравнения (5) мы воспользовались итерационным методом, выразив функцию $s(\varepsilon)$ в $(k+1)$ -м приближении через $s_k(\varepsilon)$:

$$s_{k+1}(\varepsilon) = \left(\frac{\Gamma}{2\hbar\omega_c} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{\varepsilon/\hbar\omega_c - n - 1/2 - s_k(\varepsilon)}, \quad (6)$$

и ограничив число итераций требуемой точностью. В качестве начального приближения $s_0(\varepsilon)$ бралось решение уравнения (5) в предельном случае хорошо разрешенных уровней Ландау, $\Gamma \ll \hbar\omega_c$:

$$s_0(\varepsilon) = \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon}{\hbar\omega_c} - \frac{1}{2} \right) \left\{ 1 - \operatorname{Re} \sqrt{1 - \left(\frac{\Gamma}{\varepsilon - \hbar\omega_c/2} \right)^2} \right\} + \\ + \frac{i}{2} \left(\frac{\Gamma}{\hbar\omega_c} \right) \operatorname{Re} \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon - \hbar\omega_c/2}{\Gamma} \right)^2},$$

где $0 \leq \varepsilon \leq \hbar\omega_c$. Соответствующее этому решению выражение для безразмерной плотности состояний имеет хорошо известный полуэллиптический вид с полушириной уровня $\Gamma = \hbar\sqrt{2\omega_c/\pi\tau_q}$:

$$\tilde{\nu}(\varepsilon) = \frac{2\hbar\omega_c}{\pi\Gamma} \sum_n \operatorname{Re} \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon - \hbar\omega_c(n + 1/2)}{\Gamma} \right)^2}. \quad (7)$$

В противоположном пределе сильно перекрывающихся уровней Ландау ($\Gamma \gg \hbar\omega_c$) в выражении для плотности состояний обычно оставляют только нулевую и первую гармоники разложения в ряд Фурье:

$$\tilde{\nu}(\varepsilon) = 1 - 2\delta \cos \frac{2\pi\varepsilon}{\hbar\omega_c}, \quad \delta = \exp \left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_q} \right) \ll 1. \quad (8)$$

В настоящей работе нас будет интересовать переходная область между сильно перекрытыми и хорошо

разделенными уровнями Ландау, $\Gamma \sim \hbar\omega_c$, где формулы (7) и (8) неприменимы. Поэтому в расчетах используется численное решение уравнения (5).

Система (2) бесконечного числа рекуррентных уравнений связывает между собой значения функции распределения $f(\varepsilon)$ в наборе точек $\varepsilon_k = \varepsilon_0 + k\hbar\omega$, удаленных друг от друга на расстояние $\hbar\omega$. Эта система линейных уравнений при наложении условия $f(\varepsilon \rightarrow \infty) \rightarrow 0$ имеет однозначное решение. Для определения функции распределения во всем диапазоне энергий система (2) решалась для большого числа наборов точек, задаваемых выбором ε_0 в интервале энергий $\hbar\omega$. Число точек разбиения определялось требуемой точностью. Далее по формуле (1) вычислялась магнетопроводимость. В результатах расчетов приводятся значения удельного магнетосопротивления $\rho_{xx} \simeq \rho_{xy}^2 \sigma_{xx}$, где $\rho_{xy} = H/n_s e c$, n_s — поверхностная плотность двумерных электронов, H — напряженность магнитного поля.

Пример вычисленной зависимости ρ_{xx} от отношения ω_c/ω для трех значений мощности и в отсутствие облучения приведен на рис.1. Главным эффектом об-

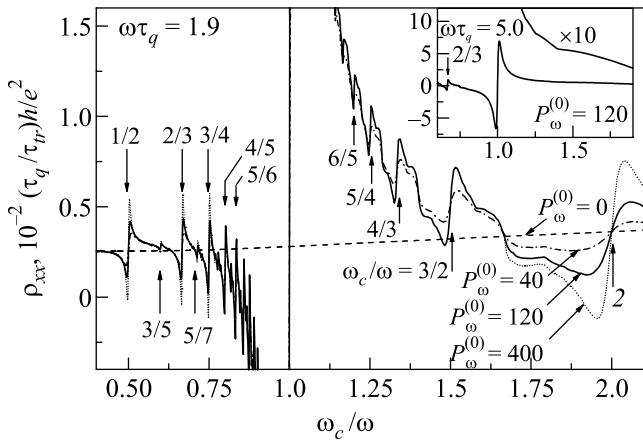


Рис.1. Расчетные зависимости удельного магнетосопротивления ρ_{xx} от отношения ω_c/ω , пропорционального магнитному полю, при отсутствии облучения (штриховая линия, $P_\omega^{(0)} = 0$) и при трех различных значениях мощности излучения (штрих-пунктирная кривая, $P_\omega^{(0)} = 40$; сплошная кривая, $P_\omega^{(0)} = 120$; пунктирующая кривая, $P_\omega^{(0)} = 400$). В целях упрощения рисунка данные с $P_\omega^{(0)} = 400$ приведены только для осцилляций, в минимумах которых магнетосопротивление при этой мощности становится отрицательным. Стрелками отмечено положение дробных значений ω_c/ω , около которых наблюдаются основные осцилляционные особенности в магнетосопротивлении. Для всех трех кривых $\omega\tau_q = 1.9$. На вставке: функция ρ_{xx} при $P_\omega^{(0)} = 120$, рассчитанная для значения $\omega\tau_q = 5.0$, и ее участок при десятикратном увеличении. $\varepsilon_F = 100\hbar\omega$, $T = 2.4\hbar\omega$

лучения является возникновение особенности вблизи циклотронного резонанса ($\omega_c/\omega = 1$). Полностью такая особенность показана на вставке к рис.1. Она состоит из минимума и максимума, расположенных в непосредственной близости, но по разные стороны от точки $\omega_c/\omega = 1$. Изменение магнетосопротивления происходит резко вблизи положения циклотронного резонанса и ослабляется по мере удаления от него. Основным нашим результатом, однако, является получение серий подобных особенностей, расположенных около дробных значений ω_c/ω . Слева от положения циклотронного резонанса наблюдается серия при $\omega_c/\omega = n/(n+1)$, справа — при $\omega_c/\omega = (n+1)/n$, где $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$. Хорошо видны также особенности при $\omega_c/\omega = 3/5$ и $5/7$. Нумерация других наблюдавшихся особенностей не представлена, чтобы не загромождать рисунок. Стоит отметить, что при $\omega_c/\omega = 1/2, 2/3, 2$ расчет демонстрирует наличие узлов, то есть точек, где отсутствует зависимость магнетосопротивления от мощности излучения, и все приведенные кривые пересекаются. При других же значениях ω_c/ω , отмеченных на рис.1, магнетосопротивление зависит от мощности только при относительно малых $P_\omega^{(0)}$. Последнее обстоятельство также проявляется в виде серии точек пересечения кривых, вычисленных при различных достаточно больших мощностях облучения. Однако теперь эти точки не лежат на темновой кривой. Особое место в теориях фотоотклика в магнетосопротивлении занимает решение вопроса об отрицательной величине магнетосопротивления, возникающей в минимумах особенностей, индуцированных излучением. На рис.1 основная область отрицательного магнетосопротивления наблюдается при $\omega_c/\omega < 1$. Наши расчеты показывают, что при достаточно большой мощности излучения (см. результаты для $P_\omega^{(0)} = 400$) аналогичный эффект возникает в минимумах дробных осцилляций при $\omega_c/\omega \lesssim 2/3, 3/4, 2$. Результаты, представленные на рис.1 для разных мощностей, свидетельствуют о том, что отрицательная величина сопротивления для указанных дробей не связана с особенностью на циклотронном резонансе, а является свойством перечисленных дробных особенностей. В настоящее время общепринятой является точка зрения, что в силу неустойчивости однородных состояний с отрицательным сопротивлением в областях с $\rho_{xx} < 0$ происходит спонтанное возникновение доменной структуры с сопротивлением, близким к нулю [20].

Осцилляционные особенности в магнетосопротивлении возникают вследствие существенно различного вида неравновесной функции распределения при значениях ω_c/ω , лежащих по разные стороны от со-

ответствующего дробного значения. Примеры функций распределения, вычисленных для минимума, узла и максимума особенности при $\omega_c/\omega = 2/3$, приведены на рис.2. В минимуме магнетосопротивле-

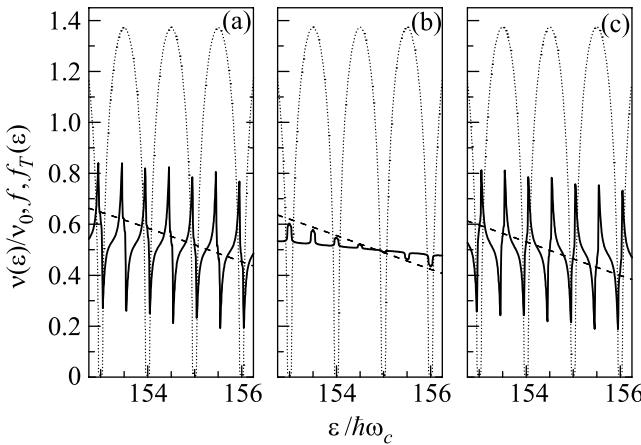


Рис.2. Зависимость от энергии безразмерной плотности состояний ν/ν_0 (пунктир), неравновесной функции распределения f (сплошная кривая) и фермиевской функции распределения f_T (штриховая кривая) для $\omega_c/\omega = 2/3$ (б), а также для значений ω_c/ω , соответствующих минимуму (а) и максимуму (с) магнетосопротивления вблизи $\omega_c/\omega = 2/3$ на рис.1. $\mathcal{P}_\omega^{(0)} = 400$, $\epsilon_F = 100\hbar\omega$, $T = 2.4\hbar\omega$

ния (рис.2а) в неравновесной функции распределения внутри уровней Ландау преобладают участки с положительной производной, т. е. участки с инверсной заселенностью, а в максимуме (рис.2с) — участки с нормальной заселенностью ($df(\epsilon)/d\epsilon < 0$). В результате при расчете по формуле (1) функции распределения, показанной на рис.2а, соответствует меньшее значение магнетосопротивления, чем функции на рис.2с. Таким образом, знак осциллирующей поправки к магнетосопротивлению определяется сдвигом фаз между осцилляциями в $f(\epsilon)$ и $\nu(\epsilon)$, зависящим от отношения ω/ω_c .

Вычисления показывают, что наблюдение дробных особенностей возможно только в режиме, переходном от сильно перекрывающихся к хорошо разрешенным уровням Ландау. Это обстоятельство демонстрирует рис.3а, где амплитуда особенности при $\omega_c/\omega = 3/2$, рассчитанная для различных τ_q и при неизменной величине ω_c , достигает максимума при $\omega_c\tau_q \approx 1.8$, то есть в точке разделения уровней Ландау согласно расчету по формулам (4) и (5) (см. рис.3б), и монотонно спадает до нуля как при уменьшении, так и при увеличении $\omega_c\tau_q$.

Перейдем к анализу и интерпретации полученных результатов. При $\omega_c\tau_q \gtrsim 1.8$ плотность состояний,

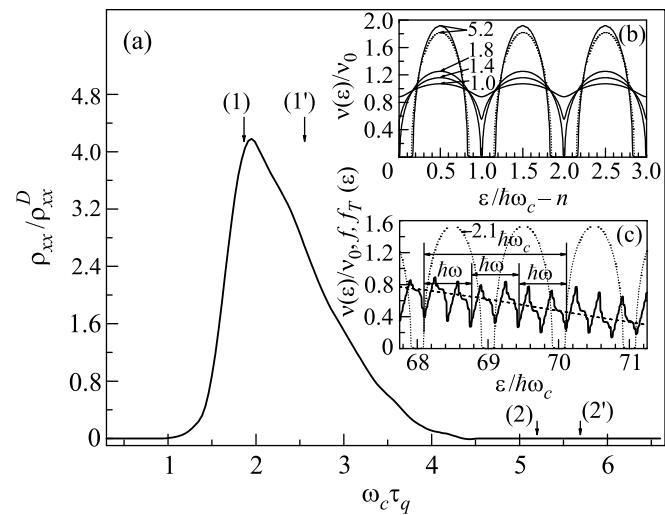


Рис.3. (а) Разность значений $\Delta\rho_{xx}$ удельного магнетосопротивления в максимуме и минимуме особенности при $\omega_c/\omega = 3/2$, нормированная на друдевское значение магнетосопротивления $\rho_{xx}^D = \sigma_{dc}^D \rho_{xy}^2$, в зависимости от $\omega_c\tau_q$. Стрелки (1) и (1') отмечают значения $\omega_c\tau_q \approx 1.8$ и $\omega_c\tau_q = 8/\pi \approx 2.5$, при которых появляется щель между уровнями Ландау в результате расчета по формулам (4), (5) и при использовании приближения (7), соответственно. Пояснение для стрелок (2) и (2') см. в тексте. (б) Вычисленные по формулам (4) и (5) зависимости от энергии безразмерной плотности состояний $\nu(\epsilon)/\nu_0$ для различных значений $\omega_c\tau_q$, указанных на рисунке (сплошные линии). Пунктир соответствует полуэллиптической плотности состояний (7). (с) Зависимость от энергии безразмерной плотности состояний ν/ν_0 (пунктир), неравновесной функции распределения f (сплошная кривая) и фермиевской функции распределения f_T (штриховая кривая) для минимума дробной особенности $\omega_c/\omega = 3/2$, соответствующего $\omega_c \approx 0.99 \times 3\omega/2$. $\omega_c\tau_q = 2.1$. Стрелки демонстрируют реализацию эффекта соизмеримости для $\omega_c/\omega = 3/2$. Параметры расчета для всех рисунков: $\mathcal{P}_\omega^{(0)} = 400$, $\epsilon_F = 100\hbar\omega$, $T = 2.4\hbar\omega$

вычисленная по формулам (4) и (5), приобретает вид разделенных энергетическими щелями уровнями Ландау с полушириной $\tilde{\Gamma}$ (см. рис.3б). При дальнейшем увеличении $\omega_c\tau_q$ форма уровней быстро приближается к полуэллиптической, а $\tilde{\Gamma} \rightarrow 0$. Прежде всего объясним, почему дробные особенности в магнетосопротивлении должны исчезать с ростом $\omega_c\tau_q$. В случае разделенных уровнями однофотонные переходы между состояниями на уровнях Ландау возможны только для интервалов частот ω , удовлетворяющих неравенствам

$$M\hbar\omega_c - 2\tilde{\Gamma} < \hbar\omega < M\hbar\omega_c + 2\tilde{\Gamma}, \quad M = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

Вне этих интервалов переходы отсутствуют, а магнетосопротивление совпадает с темновым. Соответствующие “окна” в фотоотклике наблюдались в работе [21]. Происходящее при $\omega_c\tau_q \rightarrow \infty$ сужение уровней ($\tilde{\Gamma}/\hbar\omega_c \sim (\omega_c\tau_q)^{-1/2} \rightarrow 0$) приводит к тому, что возможными остаются только переходы вблизи гармоник циклотронного резонанса ($\omega \approx M\omega_c$) либо на низких частотах ($\omega \leq 2\tilde{\Gamma}$). Поэтому при росте ω_c все большее число дробных особенностей попадает в области “окон” и не может быть реализовано. Для каждой заданной дроби $\omega/\omega_c = m/n \equiv j$ ($m \neq n$ – целые числа) с ростом ω_c пропорционально растет и ω . Отсюда следует существование верхней границы частоты излучения $\omega_{th}^{(j)}$, ниже которой может наблюдаться данная дробь, причем эта частота зависит от ширины уровня, определяемой τ_q .

Условие существования дробных особенностей оказывается более жестким, чем это следует из формулы (9), если сделать следующее естественное предположение, подтверждаемое анализом результатов наших расчетов: комбинационные резонансы при $n\omega = m\omega_c$ могут проявиться лишь тогда, когда можно перевести электрон между состояниями, отличающимися по энергии на $m\hbar\omega_c$, путем цепочки из n последовательных реальных переходов, каждый из которых сопровождается поглощением (испусканием) фотона с энергией $\hbar\omega$. Это и есть механизм реализации эффекта соизмеримости ω и ω_c . Очевидно, что в силу $m \neq n$ при $N < j < N+1$ ($N = 0, 1, 2, \dots$) в цепочку должны входить переходы с изменением номера уровня Ландау как на N , так и на $N+1$, откуда следует

$$(N+1)\hbar\omega_c - 2\tilde{\Gamma} < \hbar\omega < N\hbar\omega_c + 2\tilde{\Gamma}. \quad (10)$$

Неравенства (10) являются необходимым и достаточным условием возможности вышеописанной цепочки реальных переходов (с ненулевой плотностью всех промежуточных состояний)³⁾. Хотя выполнение соотношения (10) зависит от величины $\omega/\omega_c = j$, оно дает и общее для всех j условие $\tilde{\Gamma}/\hbar\omega_c > 1/4$, определяющее верхний предел по $\omega_c\tau_q$, выше которого все дробные особенности отсутствуют.

В частном случае особенности при $\omega/\omega_c = 2/3$ связь между состояниями, разделенными по энергии на величину $2\hbar\omega_c$, реализуется в результате двух межуровневых и одного внутриуровневого перехода (рис.3c). Неравенства (10) дают значение верхнего

предела $\omega_c\tau_q \approx 5.2$, которое отмечено на рис.3а стрелкой (2). Это значение существенно ближе к правой границе расчетного пика для амплитуды рассматриваемой особенности, чем значение $\omega_c\tau_q \approx 22$, следующее из условия (9), что подтверждает верность предположения, на котором базируется соотношение (10).

Использование в условии (10) вместо расчетного значения $\tilde{\Gamma}$ полуширины $\Gamma = \hbar\sqrt{2\omega_c/\pi\tau_q}$, соответствующей пределу сильно разделенных уровней (7), позволяет получить аналитические оценки интересующих нас величин. Для случая, представленного на рис.3а, соответствующая оценка верхнего предела $\omega_c\tau_q = 18/\pi \approx 5.7$ помечена стрелкой (2'). Анализические оценки пороговых частот $\omega_{th}^{(j)}$, следующие из неравенств (10) после замены ω_c на ω/j и $\tilde{\Gamma}$ на Γ , имеют вид

$$\omega_{th}^{(j)} = \begin{cases} \frac{8}{\pi\tau_q} \frac{j}{(N+1-j)^2} & \text{при } N < j \leq N+1/2, \\ \frac{8}{\pi\tau_q} \frac{j}{(j-N)^2} & \text{при } N+1/2 < j < N+1. \end{cases} \quad (11)$$

Наличие порогов по частоте было экспериментально обнаружено в работе [14] для особенностей магнетосопротивления, расположенных около положений субгармоник циклотронного резонанса $\omega/\omega_c = 1/n$.

Обратимся теперь к противоположному пределу перекрывающихся уровней Ландау. В пределе $\omega_c\tau_q \ll 1$, дробные особенности вблизи $\omega/\omega_c = m/n$ возникают при учете n -го члена разложения периодической плотности состояний в ряд Фурье:

$$\tilde{\nu}(\varepsilon) - 1 = -2 \sum_{n=1}^{\infty} \delta^n \lambda_n \cos \frac{2\pi n \varepsilon}{\hbar\omega_c}, \quad (12)$$

где коэффициенты $\lambda_n = (-1)^{n-1} n^{-1} L_{n-1}^1(2\pi n/\omega_c\tau_q)$ выражаются через полиномы Лагерра [8]. В силу $\omega_c\tau_q \ll 1$ величина $\delta = \exp(-\pi/\omega_c\tau_q) \ll 1$. Соответственно, при не слишком большой мощности облучения достаточно ограничиться первым членом разложения (12), что в главном порядке по δ^2 дает осциллирующую поправку к магнетопроводимости [11], равную

$$\sigma_{xx}^{(1)} = -2\sigma_{xx}^D \delta^2 \frac{\mathcal{P}_\omega \frac{2\pi\omega}{\omega_c} \sin \frac{2\pi\omega}{\omega_c}}{1 + \mathcal{P}_\omega \sin^2 \frac{\pi\omega}{\omega_c}}. \quad (13)$$

Учитывая следующий член разложения (12) и проводя аналогичные вычисления в порядке δ^4 , получаем

³⁾Здесь проявляется существенное различие однофотонных и многофотонных механизмов образования дробных особенностей: в последнем случае промежуточные состояния виртуальны и условие (10) не возникает.

$$\sigma_{xx}^{(2)} = -2\sigma_{xx}^D \delta^4 \frac{\mathcal{P}_\omega \frac{4\pi\omega}{\omega_c} \sin \frac{4\pi\omega}{\omega_c}}{1 + \mathcal{P}_\omega \sin^2 \frac{2\pi\omega}{\omega_c}} \mathcal{F}_2 \left(\frac{2\pi}{\omega_c \tau_q}, \mathcal{P}_\omega, \frac{2\pi\omega}{\omega_c} \right), \quad (14)$$

где

$$\mathcal{F}_2(\alpha, P, w) = \left(\alpha + \frac{1}{2} \right) \times \\ \times \left(\alpha - 1 + \frac{1 + 2 \cos w}{2 \cos w} \frac{P \sin^2 w/2}{1 + P \sin^2 w/2} \right).$$

Несмотря на экспоненциальную малость по сравнению со вкладом (13), вклад (14) может доминировать при достаточно большой мощности вблизи $\omega/\omega_c = 1/2$: при $\mathcal{P}_\omega \rightarrow \infty$ уравнение (14) дает $\sigma_{xx}^{(2)} \propto \delta^4 / \sin(2\pi\omega/\omega_c)$. Вблизи других комбинационных резонансов становятся важны высшие гармоники в разложении (12). В резонансном приближении вблизи $\omega/\omega_c = m/n$ осциллирующая часть проводимости имеет вид

$$\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{xx}^{\text{dark}}}{\sigma_{xx}^D} = \sigma_{xx}^{(1)} - \delta^{2n} \frac{\frac{8\pi n\omega}{\omega_c} \cot \frac{\pi n\omega}{\omega_c}}{1 + \mathcal{P}_\omega^{-1} \sin^2 \frac{\pi n\omega}{\omega_c}} \times \\ \times \mathcal{F}_n \left(\frac{2\pi}{\omega_c \tau_q}, \mathcal{P}_\omega, \frac{2\pi\omega}{\omega_c} \right). \quad (15)$$

В главном порядке по $\alpha \gg 1$ нерезонансная часть $\mathcal{F}_n(\alpha, P, w) = (n\alpha)^{2(n-1)} / (n!)^2$, темновая проводимость

$$\sigma_{xx}^{\text{dark}} = \sigma_{xx}^D \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \delta^{2n} \lambda_n^2 \right).$$

Таким образом, в режиме перекрывающихся уровней Ландау, благодаря экспоненциальному давлению высоких гармоник плотности состояний, дробные резонансы проявляются только при высокой мощности, в виде острых пиков и провалов вблизи $n\omega = m\omega_c$ (рис.1). С уменьшением магнитного поля при фиксированной мощности дробные особенности затухают экспоненциально быстрее целочисленных, поэтому их реальное наблюдение возможно только в переходной области $\delta \sim 1$. Важно отметить, что вне зависимости от значения $\omega_c \tau_q$ дробные особенности отсутствуют в линейном режиме по мощности микроволны. Их появление возможно только в нелинейном режиме, поскольку для проявления эффекта соизмеримости требуется последовательное поглощение нескольких фотонов.

Итак, в рамках теории неравновесного заполнения электронных состояний на уширенных за счет беспорядка уровнях Ландау нами объяснены осцилляционные особенности, индуцированные микроволновым

излучением и расположенные вблизи дробных значений отношения частот ω и ω_c , а также сформулированы условия возникновения таких особенностей, объясняющие экспериментальные наблюдения.

Авторы благодарны Российскому фонду фундаментальных исследований и ИНТАС, а также Немецкому физическому обществу, в рамках программы “Квантовохолльные системы” (ИАД), за поддержку данной работы.

1. M. A. Zudov, R. R. Du, J. A. Simmons, and J. L. Reno, Phys. Rev. B **64**, 201311(R) (2001).
2. P. D. Ye, L. W. Engel, D. C. Tsui et al., Appl. Phys. Lett. **79**, 2193 (2001).
3. R. G. Mani, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., Nature **420**, 646 (2002).
4. M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. Lett. **90**, 046807 (2003).
5. V. I. Ryzhii, Phizika Tverdogo Tela **11**, 2577 (1969) [Sov. Phys. - Solid State **11**, 2078 (1970)].
6. V. I. Ryzhii, R. A. Suris, and B. S. Shchamkhalova, Phiz. Tekhn. Poluprovodn. **20**, 2078 (1986) [Sov. Phys. Semicond. **20**, 1299 (1986)].
7. A. C. Durst, S. Sachdev, N. Read, and S. M. Girvin, Phys. Rev. Lett. **91**, 086803 (2003).
8. M. G. Vavilov and I. L. Aleiner, Phys. Rev. B **69**, 035303 (2004).
9. С. И. Дорожкин, Письма в ЖЭТФ **77**, 681 (2003).
10. I. A. Dmitriev, A. D. Merlin, and D. G. Polyakov, Phys. Rev. Lett. **91**, 226802 (2003).
11. I. A. Dmitriev, M. G. Vavilov, I. L. Aleiner et al., Phys. Rev. B **71**, 115316 (2005).
12. M. A. Zudov, R. R. Du, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Phys. Rev. B **73**, 041303(R) (2006).
13. M. A. Zudov, Phys. Rev. B **69**, 041304(R) (2004).
14. S. I. Dorozhkin, J. H. Smet, K. von Klitzing et al., cond-mat/0608633.
15. X. L. Lei and S. Y. Liu, Phys. Rev. Lett. **91**, 226805 (2003).
16. X. L. Lei and S. Y. Liu, Phys. Rev. B **72**, 075345 (2005); cond-mat/0601629.
17. W. Apel, Yu. A. Bychkov, and M. Weyrauch, cond-mat/0512452.
18. S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **70**, 165311 (2004).
19. S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **54**, 10335 (1996).
20. A. V. Andreev, I. L. Aleiner, and A. J. Millis, Phys. Rev. Lett. **91**, 056803 (2003).
21. S. I. Dorozhkin, J. H. Smet, V. Umansky, and K. von Klitzing, Phys. Rev. B **71**, 201306(R) (2005).