

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ИДЕАЛЬНЫХ ХОЛЛОВСКИХ ПРОВОДНИКОВ

Н.А.Усов, Ф.Р.Улинич

Показано, что в условиях квантового эффекта Холла сопротивление граничного токового контакта квантоваго, $R_K = h/2Ne^2$, где N – число заполненных уровней Ландау. Предложена электрическая схема для квантового умножения напряжения.

В недавнем эксперименте¹ измерялось сопротивление различных электрических цепей, в состав которых входил полевой транзистор, находящийся в режиме квантового эффекта Холла. Полученные экспериментальные данные удобно интерпретировать, введя понятие идеального двумерного холловского проводника (ИХП), для которого двумерная плотность тока j и компонента электрического поля $E_{||}$ в плоскости слоя ($z = 0$) связаны материальным уравнением:

$$j = \epsilon \sigma_{xx} E_{||} - \sigma_{xy}^{(0)} [E_{||}, k]; \quad k = B/B \parallel z, \quad (1)$$

причем параметр $\epsilon = \sigma_{xx}/\sigma_{xy}^{(0)} \rightarrow 0$, (B – величина магнитного поля). Как известно, в условиях квантового эффекта Холла, когда в двумерной электронной системе заполнено целое число N уровней Ландау, типичное значение $\epsilon \sim 10^{-5}$ ², так как диссипативная компонента проводимости σ_{xx} имеет прыжковый характер и аномально мала при $T \rightarrow 0$,³, а холловская компонента σ_{xy} равна своему идеальному значению $\sigma_{xy}^{(0)} = Ne^2/h$ независимо от наличия локализованных электронных и дырочных состояний на хвостах уровней Ландау⁴. Ниже мы рассмотрим лишь однородную ситуацию, когда повсюду в образце заполнено одно и тоже число N уровней Ландау, полагая $\sigma_{xy}^{(0)}/N = \text{const}$.

В стационарных условиях, $E = -\vec{\nabla}\varphi$, из $\text{div } j = 0$ следует уравнение для определения потенциала в плоскости ИХП,

$$\Delta_2 \varphi(x, y, z = 0) = 0,$$

где $\Delta_2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$. Границные условия к этому уравнению получим из (1) в пределе $\epsilon \rightarrow 0$. Пусть на участке (b, c) границы ИХП (рис. 1) нормальная компонента плотности тока $j_n = j \cdot n = 0$, (n – единичный вектор внешней нормали к границе). Тогда производная потенциала вдоль границы $d\varphi/dl = n[\vec{\nabla}\varphi, k] = 0$, $\varphi(B) = \varphi(c)$. Пусть теперь через участок (a, b) границы втекает ток I . Будем обходить контур ИХП по часовой стрелке ($abcde$, рис. 1), считая, втекающие в образец токи положительными, а вытекающие – отрицательными. Для втекающего тока имеем, интегрируя по контуру $aa'b$:

$$I = - \int_a^b j \cdot n dl = \sigma_{xy}^{(0)} \int_a^b \vec{\nabla}\varphi [n, k] dl = \sigma_{xy}^{(0)} [\varphi(b) - \varphi(a)]. \quad (2)$$

Такое же уравнение справедливо для вытекающего тока. Поэтому, для $I > 0$ скачок потенциала на границе ИХП в направлении обхода контура положительный, $\varphi(b) > \varphi(a)$, а для

вытекающего тока соответствующий скачок отрицателен. Ясно, что величина скачка не зависит от положения точек a и b на контуре ИХП до тех пор, пока $j_n(a) = j_n(b) = 0$. Так как потенциал однозначен, сумма всех его скачков по замкнутому контуру равна нулю, что в силу (2) приводит, как и следовало, к равному нулю полному току через границу ИХП.

При $\epsilon \rightarrow 0$ в объеме ИХП диссипация энергии при протекании тока пренебрежимо мала, ³. Однако вблизи токового контакта электрическое поле имеет степенную особенность и диссипация конечна. Пусть ИХП занимает область $0 \leq \theta \leq \theta_0$ и граничит с идеальным электродом по лучу $\theta = \theta_0$, (рис. 2). На границе с идеальным электродом потенциал постоянен, $\varphi(r, \theta_0) = \varphi_1$, внутри ИХП $\Delta_2 \varphi(r, \theta) = 0$, а на луче $\theta = 0$, $j_n = 0$. Решение этой задачи есть:

$$\varphi = \varphi_1 + Ar^{\delta} \sin\{s(\theta_0 - \theta)\}; \quad \operatorname{tg}(s\theta_0) = \epsilon. \quad (3)$$

В пределе $\epsilon \rightarrow 0$ имеем $s = \epsilon / \theta_0$, а постоянная $A = -I/\sigma_{xy}^{(0)}$ определяется из условия, что через контакт втекает заданный ток $I > 0$. При этом $\varphi(r, 0) = \varphi_0 = \varphi_1 - I/\sigma_{xy}^{(0)}$, что совпадает с (2). Из (3) находим мощность, рассеиваемую вблизи контакта:

$$W = I^2 / 2\sigma_{xy}^{(0)} = I(\varphi_1 - \varphi_0)/2 = I^2 R_k, \quad (4)$$

где $R_k = h/2Ne^2$ – квантованное сопротивление контакта. Ясно, что в силу наличия особенности при $r = 0$, указанное сопротивление нечувствительно к геометрической форме контакта. Важно отметить, однако, что для любого направления тока особенность возникает в правом (первом по направлению обхода контура) углу идеального электрода (рис.2),

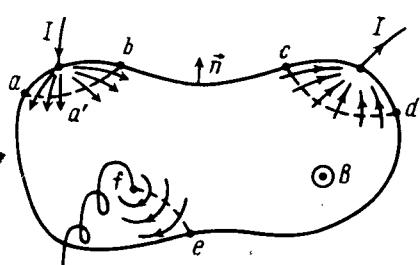


Рис. 1

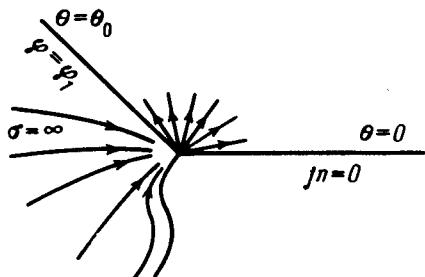


Рис. 2

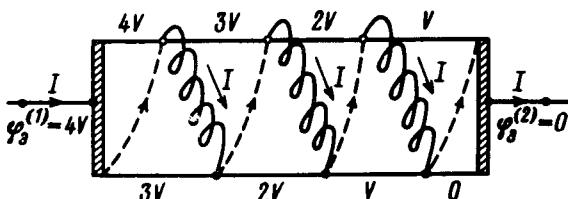


Рис. 3

так что его потенциал φ_3 всегда совпадает с потенциалом того участка границы ИХП, который расположен за скачком.

Сформулированных правил, с учетом обычных законов Кирхгофа и постоянства потенциала любых соединений идеальных электродов, достаточно для расчета электрических схем, в состав которых входит ИХП. Для примера, на рис. 3 рассчитана схема, которая может служить для квантового умножения напряжения. Стандартный скачок $V = I/\sigma_{xy}^{(0)} = IR_H$. Сопротивление схемы рис. 3 есть $R = [\varphi_3^{(1)} - \varphi_3^{(2)}]/I = 4R_H$, что соответствует наличию восьми контактов $R_k = R_H/2$, включенных последовательно, (пунктиром показан путь тока в ИХП). Точность умножения напряжения определяется малостью параметра ϵ и сопротивлением идеальных электродов, которое, видимо, может быть сделано сколь угодно малым (сверхпроводник).

Кроме рассмотренных выше граничных контактов, мыслимы, в принципе, и объемные контакты, которые можно обойти по контуру, лежащему всюду внутри ИХП, (контакт f , рис. 1). В отличие от граничного, сопротивление объемного контакта $R_{об} \sim 1/\sigma_{xx}$, и в пределе $\epsilon \rightarrow 0$ такие контакты есть, фактически, лишь источники напряжения. Вокруг каждого объемного контакта существуют замкнутые холловские токи, причем полный ток, пересекающий, например, контур (f, e) на рис. 1, равен $I = \sigma_{xy}^{(0)} |\varphi(f) - \varphi(e)|$.

Литература

1. Fang F.F., Stiles P.J. Phys. Rev., 1984, **B29**, 3749.
2. v. Klitzing K., Dorda G., Pepper M. Phys. Rev. Lett., 1980, **45**, 494.
3. Usov N.A., Ulinich F.R., Grebenschikov Yu. B. Solid State Comm., 1982, **43**, 475.
4. Усов Н.А., Улинич Ф.Р. ЖЭТФ, 1984, **86**, 644.

Институт атомной энергии
им. И.В.Курчатова

Поступила в редакцию
22 августа 1984 г.