Письма в ЖЭТФ, том 85, вып. 7, с. 407 – 409

Пространственно-периодический переход Фредерикса, индуцированный световым полем в планарной нематической ячейке

М. Ф. Ледней[1)]

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, 03680 Киев, Украина

Поступила в редакцию 9 января 2007 г.

После переработки 26 февраля 2007 г.

Показано, что в планарной ячейке нематического жидкого кристалла возможна пороговая пространственно-периодическая переориентация директора световым полем, если отношение упругих постоянных Франка K_2/K_1 превышает критическое значение. Возникающая периодическая структура директора приводит к самодифракции падающей световой волны. Полученные зависимости позволяют по экспериментальным значениям угла самодифракции определять значения упругих постоянных K_1 и K_2, а также порог переориентации директора и период его структуры.

PACS: 61.30.Cz, 61.30.Gd, 61.30.Hn, 64.70.Md

Однородная пороговая переориентация директора нематических жидких кристаллов (НЖК) внешними полями изучена к настоящему времени достаточно полно в связи с широким практическим использованием ячеек НЖК в качестве элементной базы различных электронно-оптических устройств. Между тем, во внешнем постоянном электрическом поле может происходить и неоднородная, пространственно-периодическая переориентация директора, если НЖК обладает флексоэлектричеством [1, 2]. Это явление весьма перспективно для получения управляемых дифракционных решеток с периодом порядка толщины ячейки, которые могут быть использованы, в частности, в фотонике. Оно было рассмотрено как в случае переориентации директора из планарного состояния в гомеотропное [1-3], так и из гомеотропного в планарное [4] и при планар-планарной переориентации [5]. Было также установлено, что при планар-планарной и планар-гомеотропной переориентации в постоянном электрическом поле периодическая структура директора может возникать и в отсутствие флексоэлектричества в зависимости от величины отношения упругих постоянных Франка $r = K_2/K_1$ [6 – 9].

В настоящей работе показана возможность получения пространственно-периодической структуры директора при его планар-планарной пороговой переориентации в световом поле. При этом, поскольку взаимодействие света с флексоэлектрической поляризацией в среднем равно нулю, выигрыш в свободной энергии при периодической переориентации возникает, как и в случае постоянного электрического поля, за счет различия в значениях упругих постоянных нематика K_1 и K_2.

Возьмем плоскопараллельную ячейку НЖК, ограниченную плоскостями $z = 0$ и $z = L$, с исходной планарной ориентацией директора вдоль оси x. На ячейку нормально к ее поверхности падает плоская монохроматическая световая волна с постоянной амплитудой и электрическим вектором, направленным вдоль оси y. Полагая интенсивность падающего света достаточной для пороговой переориентации директора, будем искать директор в виде, предполагающем неоднородность его распределения не только по толщине ячейки, но и вдоль оси y:

$$\mathbf{n} = \mathbf{i} \cdot \cos\theta(y,z)\cos\varphi(y,z) + \\ + \mathbf{j} \cdot \cos\theta(y,z)\sin\varphi(y,z) + \mathbf{k} \cdot \sin\theta(y,z). \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ – орты декартовой системы координат, φ, θ – углы отклонения директора соответственно в плоскости xy и от нее.

Минимизируя свободную энергию ячейки НЖК по углам φ и θ, получим стационарные уравнения для директора, которые необходимо решать вместе с уравнениями Максвелла для светового поля, электрический вектор которого будем представлять в виде

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\Big[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + \mathbf{E}^*(\mathbf{r})e^{i\omega t}\Big]. \qquad (2)$$

Нас будет интересовать поведение директора НЖК при значениях электрического поля световой волны, близких к порогу пространственно-периодического перехода Фредерикса. Считая в этом случае деформации поля директора малыми

[1)] e-mail: ledney@mail.univ.kiev.ua

($|\varphi|, |\theta| \ll 1$), можно рассматривать линеаризованные по φ и θ уравнения для директора и светового поля:

$$r\,\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} + (1-r)\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial y\,\partial z} = 0, \tag{3}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + r\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + (1-r)\,\frac{\partial^2\theta}{\partial y\partial z} + \\ +\epsilon\left[\varphi|E_y|^2 + \frac{E_xE_y^* + E_x^*E_y}{2}\right] = 0,\end{gathered} \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} + k_e^2\left(E_x + \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_\parallel}\,\varphi E_y\right) = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_o^2 E_y = 0, \tag{6}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial y\partial z} = 0, \tag{7}$$

где $\epsilon = \varepsilon_a/8\pi K_1$, $k_e = (\omega/c)\,\varepsilon_\parallel^{1/2}$, $k_o = (\omega/c)\,\varepsilon_\perp^{1/2}$, $\varepsilon_a = \varepsilon_\parallel - \varepsilon_\perp > 0$, $\varepsilon_\parallel$, $\varepsilon_\perp$ – компоненты тензора диэлектрической проницаемости нематика, параллельная и перпендикулярная директору, соответственно.

В использованном здесь линейном приближении в уравнениях присутствуют только E_x и E_y компоненты электромагнитного поля. Другие компоненты поля появляются лишь при учете членов более высокого порядка, их роль в настоящей работе не анализируется и будет рассмотрена позже. В этом приближении из уравнений (6), (7) получаем

$$E_y(z) = E_0\,e^{ik_oz}, \tag{8}$$

где E_0 – амплитуда падающей на ячейку световой волны. Разложив функции $\theta(y,z)$, $\varphi(y,z)$, $E_x(y,z)$ в ряд Фурье по переменной y:

$$\begin{gathered}\theta(y,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\theta_n(z)\,e^{iq_ny}, \\ \varphi(y,z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\varphi_n(z)\,e^{iq_ny}, \\ E_x(y,z) = E_0\,e^{ik_oz}\sum_{n=-\infty}^{+\infty}A_n(z)\,e^{iq_ny},\end{gathered} \tag{9}$$

и подставив их в систему уравнений (3) – (5), получим уравнения для фурье-коэффициентов этих функций:

$$\frac{d^2\theta_n}{dz^2} - rq_n^2\theta_n + i(1-r)q_n\frac{d\varphi_n}{dz} = 0, \tag{10}$$

$$\begin{gathered}r\frac{d^2\varphi_n}{dz^2} - q_n^2\varphi_n + i(1-r)q_n\frac{d\theta_n}{dz} + \\ +\epsilon|E_0|^2\left(\varphi_n + \frac{A_n + A_{-n}^*}{2}\right) = 0,\end{gathered} \tag{11}$$

$$dA_n/dz - ia_n\,A_n = ib\,\varphi_n. \tag{12}$$

Здесь $a_n = (k_e^2 - k_o^2 - q_n^2)/2k_o$, $b = (k_e^2 - k_o^2)/2k_o$ и также предполагалось, что $A_n(z)$ – плавная на масштабе $(2k_o)^{-1}$ функция.

Если функция $A_n(z)$ плавная также и на масштабе a_n^{-1}, то производной в уравнении (12) можно пренебречь и получим

$$A_n(z) = -\frac{k_e^2 - k_o^2}{k_e^2 - k_o^2 - q_n^2}\,\varphi_n(z).$$

В этом случае из уравнений (10) и (11) следует, что физический смысл имеет только решение при $q_n = 0$. Тогда $A_n(z) = -\varphi_n(z)$, то есть поле обыкновенной световой волны адиабатически следует за поворотами директора, оставаясь все время ему перпендикулярным (предел Могена), и переориентации директора в световом поле не происходит [10].

Если функция $A_n(z)$ плавная только на масштабе $(2k_o)^{-1}$, то, решая дифференциальное уравнение (12), находим

$$A_n(z) = ib\int_0^z \varphi_n(z')\exp[ia_n(z-z')]\,dz'. \tag{13}$$

В тонких ячейках, когда выполняется условие $(k_e - k_o)L \lesssim \pi$, поле световой волны не успевает следить за поворотами директора и интегральным оператором (13) в уравнении (11) можно пренебречь [10]. В результате система уравнений для директора принимает следующий вид:

$$\begin{gathered}\frac{d^2\theta_n}{dz^2} - rq_n^2\theta_n + i(1-r)q_n\frac{d\varphi_n}{dz} = 0, \\ r\frac{d^2\varphi_n}{dz^2} - q_n^2\varphi_n + i(1-r)q_n\frac{d\theta_n}{dz} + \epsilon|E_0|^2\varphi_n = 0.\end{gathered} \tag{14}$$

Полагая в системе уравнений (14)

$$\begin{pmatrix}\theta_n(z)\\ \varphi_n(z)\end{pmatrix} = e^{\lambda z}\begin{pmatrix}\theta_{n0}\\ \varphi_{n0}\end{pmatrix}, \tag{15}$$

находим значения λ и записываем общее решение этой системы. Требуя затем, чтобы это решение удовлетворяло граничным условиям $\theta_n|_{z=0,L} = 0$, $\varphi_n|_{z=0,L} = 0$ (соответствующим бесконечно жесткому сцеплению директора с поверхностью ячейки), получим уравнение для электрического поля E_0 падающей световой волны как функции волнового числа q_n. Условие минимума функции $E_0(q_n)$ дает значения порогового поля E_c и соответствующего ему волнового числа q_c, определяющего пространственный период $\lambda_c = 2\pi/q_c$ возникающей вдоль оси y неоднородной структуры директора. Однако сами коэффициенты θ_{n0} и φ_{n0} в (15), определяющие амплитуду пространственного распределения директора в ячейке НЖК,

могут быть найдены из уравнений для директора и электромагнитного поля, записанных с учетом членов более высокого порядка, чем линеаризованные уравнения (3) – (7).

На рис.1 приведена рассчитанная численно зависимость обезразмеренного порогового поля

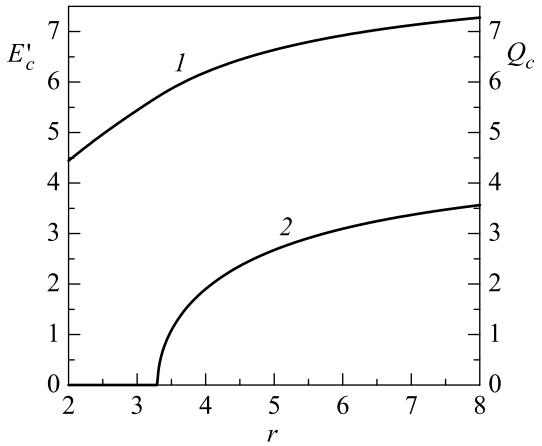

Рис.1. Зависимость значений порога (*1*) и волнового числа (*2*) периодической структуры директора от значений параметра r

$E'_c = \sqrt{\epsilon} E_c L$ и обезразмеренного волнового числа $Q_c = q_c L$ от значений отношения r упругих постоянных Франка. С ростом параметра r величина порога E_c монотонно растет, а соответствующее ему значение пространственного периода λ_c директора убывает. Как и в случае постоянного электрического поля, существует критическое значение отношения упругих постоянных Франка $r_0 = 1 + \pi/\sqrt{\pi^2 - 8} \approx 3.3$, такое что при $r > r_0$ будет иметь место пространственно-периодическая переориентация директора, а при $r < r_0$ – только однородная переориентация при значении порогового поля $E_c(r) = (\pi/L)\sqrt{r/\epsilon}$. Следует заметить, что для большинства нематиков, как известно из литературы, отношение упругих постоянных Франка $r < 1$, однако при приближении к точке фазового перехода нематик-смектик значение этого отношения растет и может становиться аномально большим [11].

Возникающая пространственно-периодическая структура директора приводит к самодифракции падающей световой волны. При этом, в отличие от недифрагированной составляющей (8), поляризованной вдоль оси y, дифрагированная волна в рассмотренном приближении, как следует из (9), поляризована вдоль оси x и имеет вид

$$E_x(y,z) = E_c A_\pm(z) \exp[i(k_o z \pm q_c y)],$$

где коэффициенты $A_\pm(z)$ определяются уравнением (13) при $q_n = \pm q_c$, соответственно.

На рис.2 представлена зависимость угла самодифракции $\delta = \mathrm{arctg}(q_c/k_o)$ падающей на ячейку НЖК

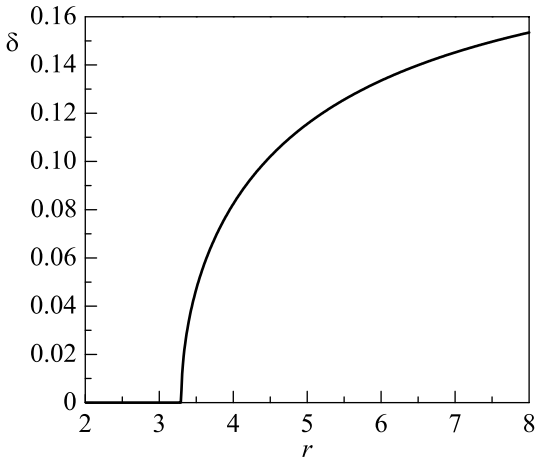

Рис.2. Зависимость угла самодифракции от значений параметра r

световой волны от значений параметра r. Полученные зависимости $E_c(r)$, $q_c(r)$ и $\delta(r)$ могут быть использованы для определения по экспериментальным значениям угла самодифракции значений порога и периода пространственной структуры директора, а также упругих постоянных нематика K_1 и K_2.

Наконец заметим, что при планар-планарной переориентации директора неоднородная его структура, в принципе, может возникать и вдоль оси x. Расчеты, однако, показывают, что значения порогового поля лежат в этом случае выше порога переориентации с периодической структурой вдоль оси y.

1. Ю. П. Бобылев, С. А. Пикин, ЖЭТФ **72**, 369 (1977).
2. Y. P. Bobylev, V. G. Chigrinov, and S. A. Pikin, J. Phys. Collod. **40**, 331 (1979).
3. М. Ф. Ледней, И. П. Пинкевич, ЖЭТФ **127**, 898 (2005).
4. В. П. Романов, Г. К. Скляренко, ЖЭТФ **116**, 543 (1999).
5. М. Ф. Ледней, Кристаллография **51**, 705 (2006).
6. F. Lonberg and R. B. Meyer, Phys. Rev. Lett. **55**, 718 (1985).
7. E. Miraldi, C. Oldano, and A. Strigazzi, Phys. Rev. A **34**, 4348 (1986).
8. C. Oldano, Phys. Rev. Lett. **56**, 1098 (1986).
9. D. Krzyzanski and G. Derfel, Phys. Rev. E **61**, 6663 (2000).
10. Б. Я. Зельдович, Н. В. Табирян, ЖЭТФ **82**, 1126 (1982).
11. А. С. Сонин, *Введение в физику жидких кристаллов*, М.: Наука, 1983.