Письма в ЖЭТФ, том 85, вып. 7, с. 424 – 425 © 2007 г. 10 апреля

О случайных нулях щели в сверхпроводниках

В. И. Марченко

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, 119334 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 марта 2007 г.
После переработки 13 марта 2007 г.

Показано, что при конечных температурах в сверхпроводниках могут существовать своеобразные фазовые переходы возникновения случайных нулей щели электронного спектра. Выяснен вид особенностей в термодинамике при таком занулении щели на линиях или в точках поверхности Ферми.

PACS: 74.20.–z

Воловик и Горьков [1] показали, что в сверхпроводниках с нетривиальным нарушением калибровочной инвариантности имеются изолированные линии и (или) точки зануления щели электронного спектра. Линии нуля щели в немагнитных сверхпроводниках и точки в магнитных сверхпроводниках могут возникать и без какой-либо специальной причины. Переход сверхпроводника от состояния с конечной щелью к состоянию с таким случайным занулением щели аналогичен переходам Лифшица [2] изменения топологии поверхности Ферми в металлах. Оказывается, что, в отличие от переходов в металлах, такие топологические переходы в сверхпроводниках характеризуются неаналитическим поведением при температуре возникновения нулей.

Параметром порядка обычного сверхпроводника является комплексная функция $\Delta e^{i\varphi}$, где фаза φ соответствует нарушению калибровочной инвариантности, а величина Δ является вещественной функцией ориентации квазиимпульса и определяет энергию электронного возбуждения вблизи поверхности Ферми:

$$\varepsilon = \sqrt{\Delta^2 + v_F^2(q-q_F)^2}.$$

Обычно функция Δ знакоопределенна, и тогда, пользуясь калибровочной свободой, можно выбрать $\Delta > 0$.

Вблизи минимума функции Δ имеем

$$\Delta \approx \Delta_0 + g(n_x^2 + n_y^2),$$

где компоненты n_x и n_y задают малое отклонение ориентации квазиимпульса от направления минимума. Предполагаем, для простоты изложения, случай, когда эта ориентация в кристалле имеет симметрию выше второго порядка.

Функция Δ меняется при изменении температуры и давления. В частности, на определенной линии $T_0(P)$ минимальное значение функции Δ_0 может обратиться в нуль и сменить знак. В окрестности такой критической линии

$$\Delta_0 = A(T - T_0).$$

Будем считать, что $A > 0$. Тогда, при $T < T_0$ на поверхности Ферми возникает линия нуля щели в виде кольца малого радиуса на поверхности Ферми вокруг рассматриваемого направления.

При низких температурах вклад электронных возбуждений в термодинамический потенциал сверхпроводника равен

$$\Omega = -T\int \ln\left(1 + e^{-\varepsilon/T}\right)\frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3}. \quad (1)$$

Вблизи критической температуры T_0 в потенциале (1) можно выделить особую часть $\delta\Omega$, которая является неаналитической функцией малого параметра

$$\tau = A\frac{T - T_0}{T_0}.$$

При надлежащем обезразмеривании функция $\delta\Omega$ сводится к следующему интегралу

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \ln\left(1 + e^{-\sqrt{(\tau+x^2+y^2)^2+z^2}}\right) dx\, dy\, dz.$$

Перейдем к переменным $\eta = \tau + x^2 + y^2$ и θ ($\operatorname{tg}\theta = y/x$). Интегрируя по углу θ, получим

$$\delta\Omega \propto -\int_{\tau}^{\infty} d\eta \int_{-\infty}^{\infty} dz \ln\left(1 + e^{-\sqrt{\eta^2+z^2}}\right).$$

Отсюда находим особый (получаемый при дифференцировании по τ) вклад в теплоемкость

$$\delta C \propto -\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^{\sqrt{\tau^2+z^2}}+1}\frac{\tau dz}{\sqrt{\tau^2+z^2}}.$$

Выполняя интегрирование с логарифмической точностью, получаем

$$\delta C \propto -\tau \ln\frac{1}{|\tau|}.$$

Таким образом, при понижении температуры вблизи T_0 должно происходить резкое увеличение теплоемкости.

В сверхпроводниках с нарушенной симметрией по отношению к обращению времени параметр порядка

$$(\Delta_1 + i\Delta_2)e^{i\varphi}$$

определяется двумя линейно независимыми функциями ориентации квазиимпульса Δ_1 и Δ_2 [3]. Эти функции преобразуются по каким-либо одномерным представлениям или по какому-то двумерному представлению кристаллографического класса симметрии кристалла. В зависимости от конкретного представления должны существовать обусловленные симметрией линии нулей у каждой из этих функций. В точках пересечения линий нулей различных функций имеются точки нуля щели энергетического спектра

$$\Delta = \sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}.$$

Случайные точки зануления щели возникают, когда у одной из функций, например Δ_2, появляется случайная линия нулей (как это было рассмотрено выше в немагнитном случае), пересекающая уже имеющуюся линию нулей функции Δ_1.

Рассмотрим случай, когда колечко зануления функции Δ_2 возникает непосредственно над линией нуля функции Δ_1, которая обусловлена соображениями симметрии. В окрестности такого направления имеем

$$\Delta_1 \propto n_y,$$
$$\Delta_2 = \Delta_0 + g_{xx}n_x^2 + g_{yy}n_y^2.$$

Нетрудно убедиться, что при выяснении особенности в термодинамике в окрестности перехода можно пренебречь зависимостью функции Δ_2 от величины n_y. Тогда при надлежащем обезразмеривании вклад электронных возбуждений в термодинамический потенциал (1) сводится к интегралу

$$\Omega \propto -\int_{-\infty}^{\infty} \ln\left(1 + e^{-\sqrt{(\tau+x^2)^2+y^2+z^2}}\right) dx\,dy\,dz.$$

Перейдем к переменным $\eta = y^2 + z^2$ и θ ($\operatorname{tg}\theta = z/y$). Интегрируя по углу θ, получим

$$\delta\Omega \propto -\int_0^{\infty} d\eta \int_{-\infty}^{\infty} dx \ln\left(1 + e^{-\sqrt{(\tau+x^2)^2+\eta}}\right).$$

Отсюда находим особый вклад в энтропию

$$S \propto -\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\eta dx}{e^{\sqrt{(\tau+x^2)^2+\eta}}+1} \frac{\tau + x^2}{\sqrt{(\tau+x^2)^2+\eta}}.$$

Теперь можно выполнить интегрирование по переменной η

$$S \propto -\int_{-\infty}^{\infty} dx(\tau + x^2)\ln\left(1 + e^{-|\tau+x^2|}\right).$$

При $\tau > 0$ энтропия равна

$$S_r \propto -\int_{-\infty}^{\infty} dx(\tau + x^2)\ln\left(1 + e^{-\tau-x^2}\right). \qquad (2)$$

При $\tau < 0$ энтропию можно представить в виде суммы двух членов. Первый представляет собой регулярный вклад (2). Второй – неаналитический вклад

$$\delta S \propto -\int_0^{\sqrt{-\tau}} dx(\tau + x^2)\ln\frac{1 + e^{\tau+x^2}}{1 + e^{-\tau-x^2}}.$$

Здесь в подынтегральном выражении можно провести разложение по малым величинам τ и x и выполнить интегрирование. Окончательно находим особую часть теплоемкости

$$\delta C \propto (-\tau)^{3/2}, \tau < 0,$$
$$\delta C = 0,\ \tau > 0.$$

Благодарю А.Я. Паршина и И.А. Фомина за полезное обсуждение. Работа поддержана президентской программой НШ # 7018.2006.2.

1. Г. Е. Воловик, Л. П. Горьков, Письма в ЖЭТФ **39**, 550 (1984); ЖЭТФ **88**, 1412 (1985).
2. И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **38**, 1569 (1960).
3. В. И. Марченко, ЖЭТФ **93**, 583 (1987).