

О самофокусировке лазерного излучения в кластерной плазме

Н. А. Жарова¹⁾, А. Г. Литвак, В. А. Миронов

Институт прикладной физики РАН, 603600 Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 7 июля 2003 г.

После переработки 14 октября 2003 г.

Аналитически и численно исследованы особенности самофокусировки лазерного излучения в плазме с ионизованными газовыми кластерами. Предложена электродинамическая модель кластерной плазмы в поле ультракороткого лазерного импульса. Динамика самовоздействия излучения исследована на основе уравнения для огибающей волнового поля, которое учитывает электронную нелинейность расширяющихся плазменных сгустков и дисперсию групповой скорости нанодисперсной среды. Показано, что при мощности лазерного излучения, превышающей критическую мощность самофокусировки, имеет место самосжатие волнового поля для всех типов дисперсии среды (нормальной, аномальной, комбинированной). Из-за сильной зависимости характерного поля нелинейности от размера ионизованного кластера соответствующие процессы развиваются быстрее, чем в однородной среде, и приводят к формированию сверхкоротких импульсов.

PACS: 36.40.–с, 52.38.Нь

В экспериментах по взаимодействию лазерного излучения с веществом все большее распространение находят газовые кластерные мишени. Мелкодисперсная структура таких мишеней позволяет реализовать, например, значительно более эффективную генерацию рентгеновского излучения и потоков заряженных частиц [1–5], чем в однородном веществе. Недавние наблюдения самофокусировки лазерного излучения в кластерной плазме [5, 6] ставят задачу теоретического исследования особенностей этого процесса и его роли в усилении нелинейных процессов, сопровождающих взаимодействие поля с веществом. Изучению этой проблемы посвящена предлагаемая статья.

При построении теории взаимодействия лазерного излучения с такой сильно неоднородной средой в данной работе будем предполагать, что она состоит из вещества в неконденсированной фазе и кластеров, расположенных на расстоянии L_c . Длина волны лазерного излучения λ заметно превышает расстояние между кластерами и много больше размера кластера a ($\lambda \gg L_c \gg a$). Это обстоятельство позволит для описания среды воспользоваться приближением эффективного показателя преломления. При определении соотношения, связывающего поляризацию среды с полем, учтем (в соответствии с экспериментальными данными [1–9]), что ионизация среды происходит на переднем фронте лазерного импульса, но электроны, удаляясь из своих атомов, остаются внутри кластера (то есть имеет место внутренняя ионизация

кластера). Образовавшийся плазменный сгусток расширяется так, что полное число заряженных частиц внутри него не меняется. Эволюцию ультракороткого лазерного импульса в нестационарной кластерной плазме исследуем на основе модифицированного нелинейного уравнения Шредингера в предположении, что частота поля много меньше плазменной частоты кластера.

1. Предположим для простоты, что кластер имеет форму шара, а ионизация атомов во внешнем однородном поле $E(t)$ происходит равномерно по объему. В результате приходим к модели ионизованного кластера в виде двух равномерно заряженных шаров: положительно заряженного “тяжелого” и отрицательно заряженного “легкого”. Смещение центра масс электронной подсистемы x вдоль поля описывается уравнением

$$\frac{d}{dt} \left(a^3 n \frac{dx}{dt} \right) + \omega_c^2 \frac{a^6 n x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{e n a^3}{m} E(t), \quad (1)$$

где n – плотность электронов в кластере, $\omega_c = (4\pi e^2 n / 3m)^{1/2}$ – частота собственных колебаний ионизованного шарообразного кластера, m – масса электрона, $\dot{x} = dx/dt$ – скорость движения центра масс, a – радиус кластера. Первое слагаемое в (1) представляет собой изменение импульса электронной подсистемы, второе описывает притяжение электронного и ионного шарообразных сгустков, правая часть в (1) – сила, действующая на электроны со стороны внешнего поля. Будем предполагать далее, что

¹⁾e-mail: zhani@appl.sci-nnov.ru

процесс внутренней ионизации атомов кластера туннельный и описывается уравнением

$$\partial n / \partial t = \omega_a (n_a - n) \exp(-E_a / |E|), \quad (2)$$

где ω_a – атомная частота, n_a – плотность атомов в кластере, E_a – атомное поле ($E_a = e / r_a$, r_a – размер атома).

Систему уравнений (1), (2) удобно представить в безразмерном виде

$$\frac{d}{dt}(a^3 n \dot{x}) + \frac{a^3 n^2 x}{(x^2/a^2 + 1)^{3/2}} = \delta \frac{na^3}{q} E(t). \quad (3)$$

$$\partial n / \partial t = \beta(1 - n) \exp(-1/|E|), \quad (4)$$

где смещение x и размер кластера a нормированы на первоначальный размер кластера a_0 ($x/a_0 \rightarrow x$, $a/a_0 \rightarrow a$), концентрация n нормирована на максимальную плотность заряженных частиц в кластере ($n/n_a \rightarrow n$), поле E нормировано на атомное e/r_a^2 (r_a – размер атома), переменная t связана с размерным временем $t \rightarrow \omega_c t$, параметры β , δ и q определяются соотношениями $\beta = \omega_a / \omega_c$, $\delta = r_a / a_0$, $q = 4\pi n_0 r_a^3 / 3$ (q – полное число ионизованных частиц в объеме атома).

На основе (3), (4) рассмотрим поведение кластера в поле лазерного импульса

$$E(t) = E_0(t) \cos(\omega t).$$

Пока амплитуда E_0 мала, кластер остается неионизованным ($n \approx 0$) и не реагирует на внешнее поле. Рост амплитуды лазерного поля вызывает в некоторый момент t_0 резкое “включение” ионизации. При больших значениях параметра β ($\omega_a \gg \omega_c$) практически полная ($n \simeq 1$) ионизация кластера происходит за время, много меньшее периода собственных колебаний плазменного сгустка. В результате такой “мгновенной” ионизации возбуждаются собственные колебания и широкий спектр несобственных колебаний. В линейном приближении ($x \ll a = 1$) и предположении о мгновенной ионизации кластера, подставляя в (3) $a = 1$, $x(t_0) = 0$ и $n(t) = \theta(t - t_0)$, где $\theta(t)$ – единичная степ-функция (функция Хевисайда), легко получить оценки для амплитуд возбуждаемых собственных колебаний сгустка с частотой $\omega_c = 1$:

$$x_{\text{igen}} \simeq \delta \frac{E(t_0)}{q} \quad (5)$$

и низкочастотных вынужденных колебаний с частотой внешнего поля $\omega \ll \omega_c$

$$x_{\text{ind}} \approx \delta \frac{E_0}{nq}. \quad (6)$$

Сравнивая выражения (5) и (6), видим, что величины дипольных моментов, возбуждаемых при ионизации кластера на частоте собственных колебаний и на частоте поля, оказываются одного порядка. Однако по мере расширения кластера ситуация меняется. При фиксированном полном числе электронов внутри кластера ($na^3 = \text{const}$) с увеличением радиуса a частота собственных колебаний уменьшается пропорционально $a^{-3/2}$. В соответствии с адиабатическим инвариантом их амплитуда медленно растет (пропорционально $a^{3/4}$), а амплитуда вынужденных колебаний, как видно из (6), растет с увеличением размера кластера гораздо быстрее ($x \sim a^3$). Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением поляризации кластерной плазмы на частоте внешнего поля.

Линейное приближение $x \ll a$ по мере расширения кластера может нарушиться. В достаточно интенсивном внешнем поле ($E \sim qn_0 a_0^3 / \delta a^2$) амплитуда колебаний может стать сравнимой с размером кластера a еще далеко от линейного резонанса. В этом случае кластер взаимодействует с полем неадиабатически, электронная компонента, приобретая постоянную составляющую скорости, отрывается от ионной, и движение перестает быть периодическим. Фактически это означает разрушение кластера²⁾. В слабых полях переход к нелинейному режиму $x \sim a$ осуществляется при достижении резонансных условий: $\omega \simeq \omega_c$. При этом также рост амплитуды колебаний кластера может привести к его разрушению.

Результаты проведенного выше качественного рассмотрения динамики поляризации кластера подтверждаются численным исследованием системы (3), (4). На рис.1 приведена зависимость $x(t)$ для кластера, расширяющегося по закону $a = 1 + 0.003t$. При таком темпе расширения плазменная частота электронов в ионизованном кластере уменьшается до частоты внешнего поля за время длительности лазерного импульса в экспериментах [6–9]. Видно (рис.1а) возбуждение на переднем фронте вынужденных и собственных колебаний со сравнимыми амплитудами и последующее поведение их в соответствии с качественными представлениями (рис.1б). Рост амплитуды вынужденных колебаний ($x \sim a^3$) заканчивается при $\omega_0 t \simeq 1300$, в момент перехода линейного режима колебаний в нелинейный с амплитудой колебаний порядка размера кластера.

²⁾ Можно оценить, что для нерезонансного разрушения кластера характерная мощность должна быть по крайней мере в 20 раз больше используемой в эксперименте [6].

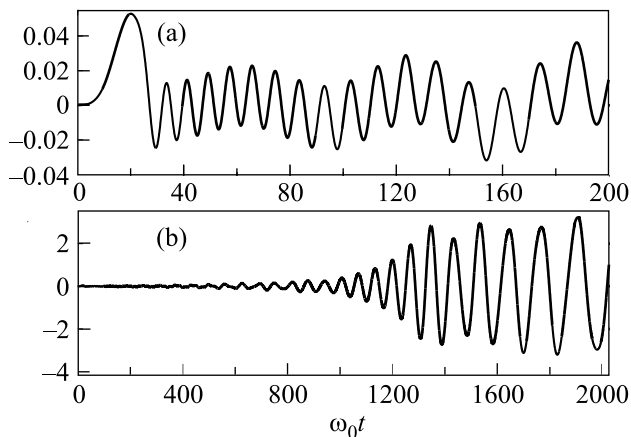


Рис.1. Временная зависимость координаты центра тяжести электронной подсистемы кластера, колеблющегося под действием поля $E(t) = 0.3 \cos(0.1t) \cdot (1 - \exp(-0.1t))$ и расширяющегося по закону $a = 1 + 0.003t$. (а) Показан начальный этап колебаний с малой амплитудой, когда расширение кластера еще незначительно, (б) поведение системы на больших временах

Проведенное нами исследование поляризации кластера во внешнем поле методом молекулярной динамики (на основе непосредственного решения уравнений движения для каждого возникающего при внутренней ионизации электрона в кластере в самосогласованном электрическом поле) приводит к аналогичным результатам. Новым в кинетической модели кластера является эффект внешней ионизации (утечка электронов из плазменного сгустка). Этот процесс усиливается с ростом амплитуды поля, приводя в конечном итоге к кулоновскому взрыву. Наше дальнейшее исследование динамики самовоздействия будет ограничено начальной стадией расширения кластера и условием слабой нелинейности.

2. Для описания динамики самовоздействия излучения на частоте ω , много меньшей собственной частоты ионизованного кластера ω_c , но превышающей плазменную частоту фоновой плазмы ω_{bg} , воспользуемся волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - c^2 \Delta_{\perp} E + 4\pi \frac{\partial^2 P_c}{\partial t^2} + \omega_{bg}^2 E = 0, \quad (7)$$

учитывающим влияние как конденсированной фазы (кластеров), так и фоновой плазмы.

В приближении медленного (в масштабе периода поля) расширения кластера найдем из (1) для поляризации кластерной подсистемы

$$P_c = \frac{3}{4\pi} n_c a^3 E \left(1 + \frac{a^4 E^2}{a_0^4 E_{cr}^2} \right) - \frac{3}{4\pi} n_c \frac{a^3}{\omega_c^2 a_0^3} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E a^3. \quad (8)$$

При получении этого выражения нелинейность и дисперсия кластерной подсистемы вычислены методом возмущений в условиях сохранения числа частиц $n(t)a^3(t) = n_0 a_0^3$. Характерное поле электронной нелинейности

$$E_{cr} = m \omega_c^2 a_0 / e \quad (9)$$

определяется по начальному размеру кластера a_0 . Из (8) следует, что нелинейность кластерной подсистемы возрастает с увеличением размера кластера пропорционально a^7 .

Рассматриваемую среду можно описывать с помощью эффективной диэлектрической проницаемости, что приводит в линейном приближении к дисперсионному соотношению

$$k_z = (\omega^2(1 + \alpha b) - \omega_{bg}^2 + \alpha b^2 \omega^4 / \omega_c^2)^{1/2} / c, \quad (10)$$

где параметр

$$k_2 = \frac{\partial^2 k_z}{\partial \omega^2} = \frac{\partial}{\partial \omega} \frac{1}{v_{gr}} \simeq \frac{-\omega_{bg}^2 + 3\alpha b^2 \omega_0^2 / \omega_c^2}{\omega_0^3 c} \quad (11)$$

определяет дисперсию групповой скорости v_{gr} . Здесь введены обозначения $\alpha = 3n_c a_0^3$, $b = a^3 / a_0^3$, a_0 – начальный размер ионизованного кластера. Из (11) видно, что при малой плотности фоновой плазмы

$$\omega_{bg}^2 < 3\alpha b^2 \omega_0^4 / \omega_c^2 \quad (12)$$

дисперсия групповой скорости кластерной плазмы является нормальной $(v_{gr})'_{\omega} > 0$, причем по мере расширения кластера неравенство (12) выполняется все лучше, то есть дисперсия среды остается нормальной. Если же плотность фоновой плазмы достаточно велика, так что выполняется неравенство, обратное (12), то на переднем фронте волнового пакета преобладает плазменная (аномальная) дисперсия. Но расширение плазменного кластера может привести к смене аномальной дисперсии на нормальную внутри импульса. Этот случай будем называть режимом с комбинированной дисперсией.

Для получения уравнений нелинейной оптики будем предполагать, что размер кластера плавно (в масштабе длины волны излучения) возрастает в течение лазерного импульса. В результате для комплексной амплитуды огибающей волнового поля

$$E(z, t, \mathbf{r}_{\perp}) = A(z, \xi = z - z_c(t), \mathbf{r}_{\perp}) \exp(ik_z z - i\phi(z, t))$$

найдем в адиабатическом приближении уравнение, которое в безразмерных переменных

$$\begin{aligned} \Psi &= A/A_{cr}, \quad A_{cr} = \sqrt{5}\omega E_{cr}/\omega c a_{\max}^{1/2}, \\ z_{\text{new}} &= 10\alpha a_{\max}^6 \omega^3 z/\omega_c^2 c, \quad \tau = 2\omega\xi/c, \\ \mathbf{r}_{\text{new}} &= \omega^2 a_{\max}^6 (20\alpha)^{1/2} \mathbf{r}/(c\omega_c), \quad d = a^3/a_{\max}^3, \\ \chi &= d^2 - \omega_{bg}^2 \omega_c^2 / (3\alpha \omega^4 a_{\max}^6) \end{aligned}$$

имеет вид

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \Psi}{\partial z} + i d^{7/4} |\Psi|^2 \frac{\partial}{\partial \tau} d^{7/12} \Psi - \frac{\partial}{\partial \tau} \chi \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \\ + \Delta_{\perp} \Psi + d^{7/3} |\Psi|^2 \Psi = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Без учета зависимости групповой скорости от амплитуды импульса (второе слагаемое) уравнение (13) представляет собой обычное нелинейное уравнение Шредингера (НУШ) в нестационарной среде. Динамика системы, описываемой (13), в этом случае хорошо известна (см. [10–13] и цитируемую там литературу) и зависит от знака дисперсии групповой скорости волнового пакета. Импульс, распространяющийся в среде с нормальной дисперсией групповой скорости ($\chi > 0$), испытывает самофокусировку при условии, что его мощность превышает критическое значение [10, 11]. В стационарном случае (локальная) критическая мощность самофокусировки для параметров (13) равна

$$P_{cr}(\tau) = \left(\frac{a_0}{a(\tau)} \right)^7 \frac{c^2}{4\alpha\omega^2} E_{cr}^2 c P_0. \quad (14)$$

Здесь $P_0 = 11.7$ – хорошо известная из теории самофокусировки величина (безразмерная критическая мощность аксиально-симметричного однородного волнового пучка). Менее жестко определены условия развития сильно нелинейных явлений в среде с аномальной дисперсией групповой скорости ($\chi > 0$, $\omega_{bg}^2/\omega^2 > \alpha a_{\max}^3/a_0^3$), где имеет место так называемый распределенный коллапс (подробнее см. [12, 13]).

Специфические особенности решений модифицированного НУШ (13), описывающего распространение мощного короткого импульса в кластерной плазме, связаны, в первую очередь, с сильной зависимостью коэффициентов, характеризующих нелинейность, от размера кластера a (коэффициент перед кубичной нелинейностью пропорционален a^7 , так же быстро возрастает к концу импульса нелинейная поправка к групповой скорости). При нормировке на максимальное значение нелинейные коэффициенты оказываются исчезающе малыми на переднем фронте. Соответственно нелинейные эффекты разыгрываются в области, смещенной к заднему фронту импульса.

3. Численное исследование эволюции трехмерных аксиально-симметричных пакетов гауссовой формы вида

$$\Psi(z = 0, r, \tau) = \Psi_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2a_r^2} - \frac{\tau^2}{2\tau_0^2}\right) \quad (15)$$

показало, что при всех видах дисперсии групповой скорости (нормальной $\chi > 0$, аномальной $\chi < 0$ и комбинированной) динамика системы происходит сходным образом. Заметное влияние оказывает при этом нелинейная поправка к групповой скорости (второе слагаемое в уравнении (13)). По мере распространения импульса в среде его центр масс смещается к заднему фронту, где размер кластера возрастает, а среда характеризуется сильной нелинейностью и нормальной дисперсией³⁾. Импульс достаточной интенсивности, кроме того, испытывает сильное поперечное сжатие (самофокусировку).

Заметим, что в приложении к рассматриваемой задаче смысл критической мощности (14) состоит в том, что превышение ее в какой-то точке импульса означает начало развития самосжатия волнового поля в этой области и последующую модификацию волнового пакета. Очевидно, что неучтенное в (14) смещение центра масс к заднему фронту импульса уменьшает порог самофокусировки и приведенная оценка оказывается завышенной.

Для иллюстрации на рис.2 представлены результаты численного решения уравнения (13) в условиях нормальной дисперсии ($\chi > 0$). Заметное усиление поля в задней части импульса связано с ростом размера кластера и соответствующим уменьшением критической мощности (14). Структура изолиний в периферийной части волнового пакета демонстрирует намечающийся процесс дробления, как при обычном самовоздействии в среде с нормальной дисперсией. Эволюция распределения сопровождается ростом поля и уменьшением характерных продольных масштабов, так что в некоторый момент перестает сохраняться интеграл энергии. В конце расчета данного варианта максимум амплитуды поля увеличился в 50 раз по отношению к начальному уровню на расстоянии $z \sim 0.875$ (см. рис.3b). В таких сильных полях может оказаться существенным эффект внешней ионизации кластера, что приводит к насыщению нелинейности. На рисунке 3а показана динамика центра масс волнового пакета: первоначальное ускоренное движение к концу импульса сменяется остановкой и даже обратным смещением при достижении больших амплитуд поля.

³⁾ Такое ускоренное движение центра масс импульса нетрудно показать на основе метода моментов.

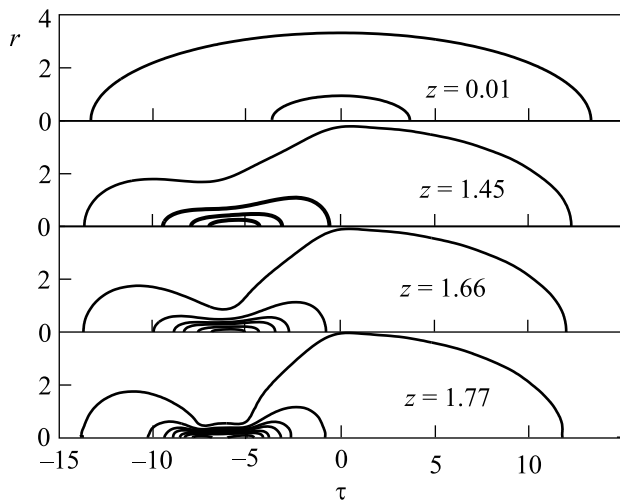


Рис.2. Изолинии поля Ψ для начального распределения $\Psi(z=0) = 2 \cdot \exp(-0.5(\tau/2)^2 - 0.5(\tau/8)^2)$ на различных расстояниях от входа в кластерную плазму

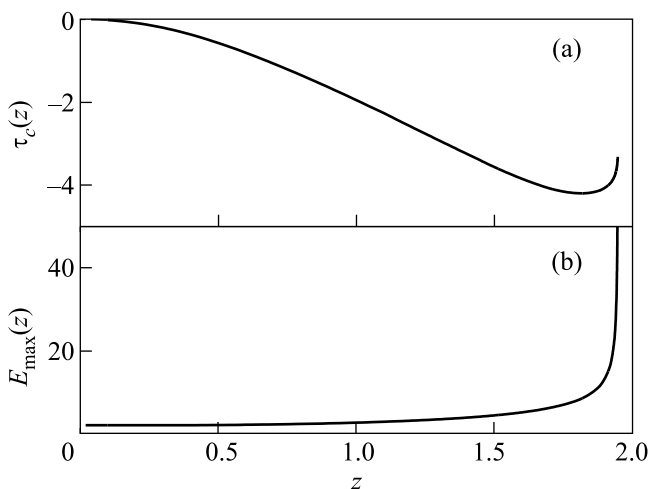


Рис.3. Динамика центра масс распределения (а) и максимального значения поля (б) для того же начального распределения, что и на рис.2

Такой режим самовоздействия заметно отличается от соответствующего процесса в рамках уравнения (13) с постоянными коэффициентами и без учета нелинейной дисперсии: стабилизируется дробление импульса пополам, заметно уменьшается длительность импульса и возрастает максимальное значение поля. Эволюция волнового пакета в этом случае протекает, скорее, как в среде с аномальной дисперсией групповой скорости. Отличие состоит лишь в том, что в режиме аномальной дисперсии картина линий уровня заметно более симметричная.

Таким образом, распространение мощного лазерного излучения в кластерной плазме должно сопро-

вождаться резким возрастанием максимума поля и уменьшением длительности импульса. Эффект смещения центра масс распределения поля к заднему фронту может проявляться как замедление импульса. Все эти особенности динамики самовоздействия излучения в мелкодисперсной среде расширяющихся плазменных сгустков заслуживают целенаправленного экспериментального исследования. Ряд предложений по оптимизации параметров среды (плотности и размеров кластера, плотности фоновой плазмы и др.) и поля для наблюдения самофокусировки можно сделать на основе выражения (14) для критической мощности самофокусировки. Для этого представим ее в виде

$$P_{cr} \simeq \left(\frac{a_0}{a}\right)^7 \left(\frac{\omega_c^2 \omega}{\omega^2 c} a_0\right)^2 \cdot 10^{12} [\text{Вт}]. \quad (16)$$

Видно, что в эксперименте предпочтительнее использовать менее крупные кластеры и более высококачественное излучение. Это обстоятельство, возможно, объясняет факт проявления самофокусировки в экспериментах с коротковолновым излучением [5]. В этом смысле не совсем удачными являются параметры более детальных экспериментов по исследованию самофокусировки в [6], где использовались довольно крупные кластеры ($a_0 \simeq 300 \text{ \AA}$) и излучение с длиной волны, в 4 раза большей, чем в работе [5].

Более существенной является зависимость P_{cr} от феноменологического параметра задачи – темпа расширения кластера. На основе данных [6] ($\lambda = 800 \text{ нм}$, $a_0 \simeq 300 \text{ \AA}$, $n_a \simeq 10^{24} \text{ см}^{-3}$) нетрудно оценить критическую мощность самофокусировки:

$$P_{cr} \simeq 10^{15} (a_0/a)^7 [\text{Вт}]. \quad (17)$$

В экспериментах [6] оптимальная самофокусировка наблюдалась для импульсов длительностью 350 фс, а размер кластеров возрастал в 5 раз за 300 фс. В то же время максимальная мощность в импульсе ($P \sim 10^{11} \text{ Вт}$) оказывается достаточной для превышения критического значения (17) при $a/a_0 = 4$. Отсюда мы заключаем, что эксперименты по наблюдению самофокусировки в [6] могут быть интерпретированы на основе предложенного механизма.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты # 02-02-17277, # 01-02-17388).

1. A. McPherson, T. S. Luk, D. D. Thompson et. al., Phys. Rev. Lett **72**, 1810 (1994).
2. Y. L. Shao, T. Ditmire, T. W. G. Tisch et al., Phys. Rev. Lett **77**, 3343 (1996).

3. T. Ditmire, T. W. G. Tisch, E. Springate et al., *Phys. Rev. Lett* **78**, 2732 (1997); M. Lezius, S. Dobosz, D. Normand et al., *Phys. Rev. Lett* **80**, 261 (1998).
4. Y. Kumarappan, M. Krishnamurthy, and J. Mathuv, *Phys. Rev. Lett* **87**, 085005 (2001).
5. A. B. Borisov, A. McPherson et al., *J. Phys.* **B29**, 247 (1996); A. B. Borisov, A. McPherson et al., *J. Phys.* **B29**, 113 (1996).
6. I. Alexeev, T. M. Antonsen, K. Y. Kim, and H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett* **90**, 103401 (2003); K. Y. Kim, I. Alexeev, E. Parra, and H. M. Milchberg, *Phys. Rev. Lett* **90**, 023401 (2003).
7. T. Donnelly, T. Ditmire, N. Neuman et al., *Phys. Rev. Lett* **76**, 14 (1996).
8. И. Ю. Скобелев, А. Я. Фаенов, А. И. Магунов и др. *ЖЭТФ* **121**, 88 (2002).
9. J. Zewelback, T. E. Cowan, R. A. Smith et al., *Phys. Rev. Lett* **85**, 3640 (2000).
10. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, *Письма в ЖЭТФ* **75**, 655 (2002); *ЖЭТФ* **123**, N4 (2003).
11. L. Berge, K. Germaschewski, R. Grauer, and J. J. Rasmussen, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 153902 (2002).
12. С. Н. Власов, Л. В. Пискунова, В. И. Таланов, *ЖЭТФ* **95**, 1945 (1989); С. Н. Власов, *Изв. ВУЗов Радиофизика* **42**, 468 (1999).
13. В. Е. Захаров, Н. Е. Косматов, В. Ф. Швец, *Письма в ЖЭТФ* **49**, 431 (1989); В. М. Малкин, *Письма в ЖЭТФ*, **48**, 603 (1988).