

Об усилении плазменных колебаний в асимметричной двойной квантовой яме

Р. З. Витлина, А. В. Чаплик

Институт физики полупроводников Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 6 октября 2003 г.

После переработки 20 октября 2003 г.

Показано, что инверсия заселенности подзон в асимметричной двойной квантовой яме может привести к усилению плазменных колебаний в оптической ветви.

PACS: 73.21.–b

Структуры с двойными квантовыми ямами уже несколько лет привлекают значительное внимание исследователей. Большинство работ посвящено особенностям квантового эффекта Холла в таких системах и резонансным туннельным явлениям. И в том, и в другом случаях речь идет об эффектах на нулевой частоте, то есть связанных с протеканием постоянного (продольного или поперечного) тока. В настоящем письме мы обращаем внимание на интересные высокочастотные свойства двойной квантовой ямы – специфический механизм затухания двумерных плазмонов и возможность получить усиление плазменных волн при создании инверсной заселенности уровней системы.

Основную идею удобно изложить на простейшем примере: в каждой из ям заселен лишь нижайший уровень энергии, так что с учетом туннелирования между ямами мы имеем двухуровневую систему в смысле одночастичного спектра и двухкомпонентную плазму в смысле коллективных степеней свободы. Спектр плазменных волн в такой системе был подробно изучен в нашей работе [1]. В соответствии с принятой тогда терминологией мы говорили о квантовой пленке с двумя заселенными подзонами поперечного квантования. Существуют три ветви плазменных колебаний: две бесщелевые – оптический и акустический плазмоны с корневым и линейным законами дисперсии при малых импульсах, соответственно, и межподзонный (intersubband) плазмон с конечной частотой ω_{int} при нулевом импульсе:

$$\omega_{\text{int}}^2 = \Omega^2 + \text{const} \frac{e^2 L}{\epsilon} \Omega (N_1 - N_2). \quad (1)$$

Здесь Ω – расстояние между первым и вторым уровнями поперечного квантования ($\hbar = 1$), e – заряд электрона, L – характерный размер волновой функции в направлении нормали к структуре (порядка

толщины пленки), ϵ – диэлектрическая постоянная, $N_{1,2}$ – поверхностные концентрации электронов в 1-й и 2-й подзонах; const – число порядка единицы, зависящее от вида волновых функций поперечного движения (например, для осцилляторной модели пленки $\text{const} = 2\sqrt{2\pi}$). Второе слагаемое в правой части (1) называется деполяризационным сдвигом и определяет отличие резонансной частоты ИК поглощения системы от расстояния Ω между одночастичными уровнями вследствие эффектов динамического экранирования (отличие действующего поля от поля падающей ИК волны).

Одновременно в работе [2] исследовалась система двух пространственно разделенных плазменных слоев без учета туннелирования между ними (квадраты волновых функций поперечного движения аппроксимировались δ -функциями). Естественно, что при этом авторы [2] получили на одну ветвь меньше – межподзонный плазмон не существует в такой модели. В дальнейшем вопрос о плазменных колебаниях многокомпонентных двумерных систем был предметом большого количества публикаций (см. например, обзор одного из авторов [3], а также более поздние работы [4–7]). Несмотря на некоторые различия в схеме вычислений, общий вывод этих публикаций состоит в том, что бесщелевые ветви плазменного спектра соответствуют внутривозонным возбуждениям, а ветвь со щелью при нулевом импульсе появляется при учете межподзонных переходов – например, при учете туннельного расщепления уровня в двойной яме; плазмоны испытывают затухание Ландау в областях волновых векторов и частот, которые соответствуют одночастичному континууму (своему для каждой подзоны).

В работе [1] и многих более поздних публикациях рассматривалась пленка, симметричная относительно своей срединной плоскости, когда функции

поперечного движения $\varphi_n(z)$ классифицируются по четности. В этом случае характеристический детерминант матричной диэлектрической функции χ_{ijkl} , нули которого определяют спектр плазменных волн, распадается на два множителя. Один из них содержит только внутриволновые элементы χ_{ijkl} и определяет дисперсию оптической $\omega_{opt}(\mathbf{k})$ и акустической $\omega_{ac}(\mathbf{k})$ ветвей, а второй – только межволновые элементы и соответствует межволновому плазмону $\omega_{int}(\mathbf{k})$, \mathbf{k} – волновой вектор. Таким образом, взаимодействие ветвей отсутствует, и если при некотором $k = k_c$ будет $\omega_{opt}(k_c) = \omega_{int}(k_c)$, ветви пересекутся, не искажив в окрестности точки пересечения свои законы дисперсии. Указанное равенство частот легко достижимо, поскольку Ω и N_1, N_2 являются свободными параметрами задачи. Графики дисперсии плазмонов с упомянутым пересечением ветвей приведены в работе [7].

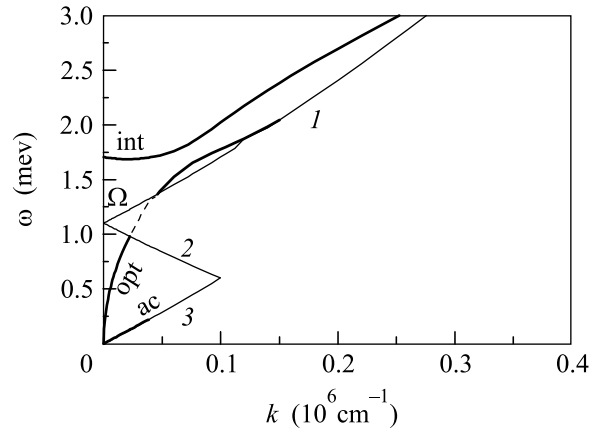
Если же структура не обладает плоскостью симметрии, $\varphi_n(z)$ не имеют определенной четности, и пересечение оптической и межволновой ветвей заменяется псевдопересечением (anticrossing). На это обстоятельство было указано в работах [8, 9]. Покажем теперь, что в асимметричной структуре имеется еще одна интересная особенность – специфический механизм затухания оптического плазмона, реализующийся в определенном “окне” волновых векторов и частот: $k_1 < k < k_2$, $\omega_1 < \omega < \omega_2$, и связанная с этим возможность развития неустойчивости (усиление плазменных колебаний).

Обсуждаемый механизм вполне аналогичен затуханию Ландау (обратный эффект Черенкова) и отличается от известного варианта эффекта лишь тем, что у электронов квантована одна из компонент импульса. Таким образом, энергия волны тратится на возбуждение “косых” межволновых переходов:

$$\omega(\mathbf{k}) = E_2(\mathbf{p} + \mathbf{k}) - E_1(\mathbf{p}) = \Omega + \frac{\mathbf{p}\mathbf{k}}{m} + \frac{k^2}{2m}, \quad (2)$$

где $E_n(\mathbf{k})$ – энергия электрона с импульсом \mathbf{p} в подзоне n . Это и приводит к бесстолкновительному затуханию плазменной волны. Как видно из рисунка, равенство (2) в применении к оптической ветви выполняется при малых k в конечном интервале волновых векторов и частот (“окно” затухания).

Само затухание вычисляется следующим образом. Рассмотрим систему с одноэлектронным спектром типа квантовой ямы; n -й подзоне поперечного движения соответствуют волновые функции $\varphi_n(z)$. Будем искать линейный отклик системы на возмущение $U(z, \mathbf{k}) \exp\{i(\mathbf{k}\boldsymbol{\rho} - \omega t)\}$ с учетом эффектов самосогласованного поля; $z, \boldsymbol{\rho}$ – координаты соответствен-



Плазменный спектр при $m = 0.07m_0$, $d = 2.5 \cdot 10^{-6}$ см; $N_1 + N_2 = 6.4 \cdot 10^{10}$ см $^{-2}$. Параметры V_1, V_2 выбраны такими, что $E_1 = -1.8$ мэВ, $E_2 = -0.7$ мэВ. Пунктиром изображена область затухания оптической ветви. Кривые 1, 2, 3 определяют границы электрон-дырочного континуума

но в поперечном и продольном направлениях. Проводя стандартные вычисления по теории возмущений, можно найти поправки к волновым функциям системы, а затем добавку к плотности электрического заряда, вызванную возмущением. В пренебрежении эффектами запаздывания, несущественными в данной задаче, за исключением узкой области аномально малых k , уравнение самосогласованного поля есть просто уравнение Пуассона для фурье-компоненты индуцированного потенциала U_{ind} :

$$\frac{d^2 U_{ind}}{dz^2} - k^2 U_{ind} = -\frac{4\pi e^2}{\varepsilon(z)} \sum_{n,m} U_{mn}(\mathbf{k}) \varphi_n(z) \varphi_m(z) \times \sum_q \frac{f_n(\mathbf{q}) - f_m(\mathbf{k} + \mathbf{q})}{E_n(\mathbf{q}) - E_m(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + \omega + i\delta}. \quad (3)$$

Здесь U_{nm} – матричные элементы $U(z)$ по функциям поперечного движения (которые мы выбираем вещественными), f_n – фермиевские числа заполнения, $\varepsilon(z)$ – диэлектрическая проницаемость, которая в слоистой системе может иметь различные значения в различных областях значений z . Написав решение уравнения (3) через функцию Грина и взяв от него матричные элементы по функциям $\varphi_n(z)$, мы приходим к замкнутой системе уравнений относительно величин $U_{nm}(\mathbf{k})$. Ее конкретный вид зависит от функции $\varepsilon(z)$. Здесь мы приведем результаты для простейшего случая $\varepsilon = \text{const}$, что соответствует квантовой яме, погруженной в однородную диэлектрическую среду. Такая система приближенно реализуется в многослойных структурах GaAs–Ga $_x$ Al $_{1-x}$ As. При

$\varepsilon = \text{const}$ гриновская функция уравнения (3) имеет вид

$$G(z, z_0) = \frac{1}{2k} \exp(-k|z - z_0|),$$

и мы получаем систему уравнений для матричных элементов перенормированного потенциала $\tilde{U} = U + U_{\text{ind}}$:

$$\tilde{U}_{ij} + \frac{2\pi e^2}{\varepsilon k} \sum_{nm} I_{ij, nm}(k) \Pi_{nm}(k, \omega) \tilde{U}_{nm} = U_{ij}, \quad (4)$$

где

$$I_{ij, nm}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_i(z) \varphi_j(z) \exp(-k|z - z_0|) \varphi_n(z_0) \varphi_m(z_0) dz dz_0,$$

$$\Pi_{nm}(k, \omega) = - \sum_{\mathbf{q}} \frac{f_n(\mathbf{q}) - f_m(\mathbf{k} + \mathbf{q})}{E_n(\mathbf{q}) - E_m(\mathbf{k} + \mathbf{q}) + \omega + i\delta}, \quad (5)$$

$$\delta \rightarrow +0.$$

Далее следует вычислить работу Q внешнего поля $U(z, k)$ над системой, которая определяется током, вызванным перенормированным (действующим) полем $\tilde{U}(z, k)$. Эта величина дается формулой Кубо, которую надо лишь модифицировать с учетом квантования одной из компонент импульса. Оставляя детали вывода для более подробной статьи, приведем результат:

$$Q = \frac{1}{2mS} \text{Im} \sum_{nk\mathbf{p}} \frac{\tilde{U}_{nk} U_{kn} \mathbf{q}(\mathbf{q} + 2\mathbf{p})(f_{n\mathbf{p}} - f_{k, \mathbf{p}+\mathbf{q}})}{E_{k, \mathbf{p}+\mathbf{q}} - E_{n\mathbf{p}} - \omega - i\delta}, \quad (6)$$

где S – площадь системы.

Чтобы перейти от полученных общих соотношений к случаю двухуровневой (и двухкомпонентной) системы, используем следующую точно решаемую модель. Потенциальную энергию электрона в двойной асимметричной квантовой яме запишем в виде

$$V(z) = -V_1 \delta(z + d) - V_2 \delta(z - d), \quad (7)$$

где $V_{1,2} > 0$, $2d$ – расстояние между центрами ям. Волновые функции, отвечающие двум связанным состояниям в потенциале (7), легко находятся:

$$\varphi_1(z) = A_1(e^{-\kappa_1|z+d|} + a_1 e^{-\kappa_1|z-d|}),$$

$$\varphi_2(z) = A_2(e^{-\kappa_2|z+d|} - a_2 e^{-\kappa_2|z-d|}). \quad (8)$$

Два уровня отрицательной энергии определяются корнями $\kappa_{1,2}$ уравнения

$$(\kappa - mV_1)(\kappa - mV_2) = m^2 V_1 V_2 e^{-4\kappa d}, \quad E_{1,2} = -\kappa_{1,2}^2 / 2m, \quad (9)$$

где $a_{1,2} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1} \left| \frac{\kappa_{1,2} - V_1}{\kappa_{1,2} - V_2} \right|}$, $A_{1,2}$ – нормирующие коэффициенты. Второй связанный уровень существует лишь при выполнении неравенства $4V_1 V_2 d m > (V_1 + V_2)$.

Теперь все индексы в уравнениях (4)–(6) принимают значения 1,2. Вычисляем величины I_{ijnm} с функциями (8) и поляризационные операторы Π_{nm} . Учтем далее, что длина электромагнитной волны на плазменной частоте гораздо больше толщины d , и поэтому затравочное возмущение U можно считать однородным, то есть положить в правой части (5) $U_{ij} = U_0(k) \delta_{ij}$. После этого решаем систему (4), которая в нашем случае состоит из трех уравнений, так как $\tilde{U}_{12} = \tilde{U}_{21}$, и находим $Q(\mathbf{k}, \omega)$.

Из физических соображений ясно, что в отсутствие рассеяния электронов $Q(\mathbf{k}, \omega)$ отлично от нуля лишь в интервале, отмеченном пунктирной кривой на рисунке. Исследуем подробнее случай, когда этот интервал ($k_1 < k < k_2$) расположен в области корневой дисперсии оптического плазмона $\omega_{\text{opt}} = \sqrt{k(v_1^2 + v_2^2)/a^*}$, где $v_{1,2}$ – фермиевские скорости в подзонах 1,2, a^* – эффективный боровский радиус. Достаточным условием этого является неравенство $k_2 a^* \ll 1$, которое выполняется если, $\Omega \ll \sqrt{v_1^2 + v_2^2} a^*$. Довольно громоздкие вычисления приводят к формуле (при $|\omega - \Omega| \ll \omega$, $k = k_c = \Omega^2 a^* / (v_1^2 + v_2^2)$)

$$Q = \frac{E_0^2 m e^2}{16\pi \Omega z^2 a^{*2}} \left(\frac{p_1 - p_2}{k_c} \right) \frac{(v_1^2 I_{11,12} + v_2^2 I_{12,22})^2}{(\omega - \Omega + \Delta)^2 + \Gamma^2}. \quad (10)$$

Здесь Δ – сдвиг резонансной частоты, много меньший Ω , если $k_c a^* \ll 1$ (что и предполагалось выше). Мы не выписываем его ввиду громоздкости. Ширина линии Γ дается формулой

$$\Gamma = \frac{1}{2a^{*2} \Omega z^2} \left| \frac{p_1 - p_2}{k_c} \right| \frac{(v_1^2 I_{11,12} + v_2^2 I_{11,22})^2}{v_1^2 + v_2^2}, \quad (11)$$

$$z^2 = \left(1 + \frac{\alpha}{a^*} \right)^2 + \frac{\alpha^2}{a^{*2}} \left(\frac{p_1 - p_2}{k_c} \right)^2.$$

В формулах (10), (11) введены граничные импульсы подзон $p_{1,2} = \sqrt{2\pi N_{1,2}}$ и коэффициент α , определяющий закон обращения в нуль формфактора $I_{12,22}$ (см. (5)) при $k \rightarrow 0$: $I_{12,12} \sim \alpha k$. Как видно из (10), величина Q становится отрицательной при инверсии заселенности подзон ($N_1 < N_2$), и тогда, в принципе, возможно усиление плазменных колебаний (разумеется, если $|Q|$ превзойдет потери). Существенно, что эффект исчезает, если обращаются в нуль “косые” формфакторы $I_{11,12}$, $I_{12,22}$, то есть для симметрич-

ных структур. Инверсию заселенности подзон, возможно, удастся реализовать при вертикальном (туннельном) транспорте сквозь асимметричную структуру.

Благодарим В. А. Волкова и Д. Хайтмана за полезные обсуждения, Л. И. Магарилла за помощь в вычислениях. Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований # 16377, а также программами РАН и Минпромнауки.

1. Р. З. Витлина, А. В. Чаплик, *ЖЭТФ* **81**, 1011 (1981).

2. S. Das Sarma and A. Madukhar, *Phys. Rev.* **B23**, 805 (1981).
3. A. V. Chaplik, *Surface Sci. Reports* **5**, 289 (1985).
4. G. Gumbs and G. B. Aizin, *Phys. Rev.* **B51**, 7074 (1995).
5. L. Wender and T. Kraft, *Phys. Rev.* **B54**, 11436 (1996).
6. S. Das Sarma and E. H. Hwang, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4216 (1998).
7. X.-H. Liu, X.-H. Wang, and B.-X. Gu, *Phys. Rev.* **B64**, 195322 (2001).
8. C.-M. Hu, C. Schuller, and D. Heitmann, *Phys. Rev.* **B64**, 073303 (2001).
9. S. Holland, C.-M. Hu, C. H. Heyn, and D. Heitmann, *Phys. Rev.* **B66**, 073305 (2002).