Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 8, стр. 356 – 359 *25 октября 1984 г.*

СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ ВАКУУМНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ В $d = 11$ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

Д.В.Волков, Д.П.Сорокин, В.И.Ткач

Получены новые суперсимметричные вакуумные конфигурации $d = 11$ супергравитации, инвариантные относительно группы $SO(3,2) \times SU(3) \times SU(2)$. Соответствующее им 7-мерное компактное пространство есть $SU(2)$ — инстантон на CP^2.

1. В настоящее время уделяется большое внимание рассмотрению всевозможных вакуумных состояний $d = 11$ супергравитации, возникающих в результате спонтанной компактификации Френда – Рубина [1] 11-мерного пространства в прямое произведение 4-мерного пространства анти-де Ситтера и 7-мерного компактного пространства эйнштейновского типа, тензор Риччи которого имеет вид

$$R^l_n = -6m^2\delta^l_n \tag{1}$$

(l, n – мировые индексы 7-мерного пространства, m – произвольный параметр размерности (длина)$^{-1}$). Наибольший интерес вызвало изучение вакуумных конфигураций с топологией семимерной сферы S^7. В случае компактификации в стандартную S^7 с группой симметрий $SO(8)$ соответствующая вакуумная конфигурация сохраняет $N = 8$ суперсимметрию эффективного 4-мерного сектора теории, которая нарушается до $N = 1$ при деформации стандартной S^7 в так называемую "squashed" – сферу с группой симметрии $SO(5) \times SU(2)$ (см. [2] и ссылки в ней). Был изучен также класс однородных 7-мерных пространств Эйнштейна с группой симметрий $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ [3,4], допускающий существование вакуумных конфигураций с $N = 2$ суперсимметрией [4].

2. На возможность установления непосредственной связи структуры компактифицированных вакуумных конфигураций в $d = 11$ супергравитации с калибровочной теорией сильных и электрослабых взаимодействий было впервые обращено внимание в работе Виттена [3]. Для дальнейшего развития реалистического направления, заложенного этой работой, особенно для решения вопроса о совместном спонтанном нарушении группы суперсимметрии и $SU(2) \times U(1)$ – группы электрослабых взаимодействий, необходимо изучение допустимых вакуумных состояний с максимальным числом ненарушенных суперсимметрий.

В настоящей работе рассматриваются вакуумные состояния, допускающие $N = 3$ и $N = 1$ суперсимметрии в эффективной $d = 4$ теории, инвариантные относительно преобразований группы $SO(3,2) \times SU(3) \times SU(2)$ ($SO(3,2)$ – группа движений AdS^4). При отыскании таких вакуумных конфигураций будем исходить из следующей аналогии. Известно [2], что S^7 может рассматриваться как $SU(2)$-инстантон на S^4-сфере, т. е. является ассоциированным расслоенным пространством $E(S^4, S^3, SU(2))$ с базой S^4, слоем S^3 и структурной группой $SU(2)$. Метрика такого пространства имеет такой же вид, как и метрика пространства-времени в многомерных теориях Калуцы – Клейна [5]:

$$g_{mn} = \begin{pmatrix} g_{ab}(y) + \frac{1}{k_3}\theta^A_a\theta^B_b K^i_A K_{Bi} & \frac{1}{k_3}\theta^A_a(y)K_{Ak}(z) \\ \frac{1}{k_3}\theta^A_b(y)K_{Ai}(z) & g_{ik}(z) \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $g_{ab}(y)$, $g_{ik}(z)$ – метрики S^4 и S^3 с координатами y^a и z^i соответственно; $K_{Ai}(z)$ – вектора Киллинга на S^3, соответствующие одной из инвариантных подгрупп группы $SO(4)$, нормированные условием $K_{Ai}K^A_k = \frac{1}{2}g_{ik}(z)$ (A – индекс $SU(2)$); k_3 – средняя кривизна S^3, $\theta^A_a(y)$ – поле БПТШ-инстантона на S^4.

Заменим S^4 на проективное пространство $CP^2 = \dfrac{SU(3)}{SU(2) \times U(1)}$ и рассмотрим пространство $E(CP^2, S^3, SU(2))$, которое, как будет показано ниже, есть $SU(2)$-инстантон на CP^2. $E(CP^2, S^3, SU(2))$ локально изоморфно $CP^2 \times S^3$, имеет группу симметрий $SU(3) \times SU(2)$ и топологически эквивалентно однородному пространству $SU(3)/U(1)$. Метрику в (2) будем считать метрикой CP^2, а $\theta^A_a(y)$ – калибровочным полем на CP^2. Как было показано в [6], тензор напряженностей калибровочных полей на симметрических пространствах G/H строится в ортогональном базисе из структурных констант группы G, один из

индексов которых соответствует группе голономии H или ее инвариантной подгруппе. В рассматриваемом случае тензор $F^A_{ab} = \partial_a \theta^A_b - \partial_b \theta^A_a + C_{BC}{}^A \theta^B_a \theta^C_b$ ($C_{BC}{}^A$ – структурные константы $SU(2)$-группы) строится из структурных констант $f_{(a)(b)}{}^A$ группы $SU(3)$ в базисе Гелл-Манна и в ортогональном базисе имеет вид

$$F_{(a)(b)}{}^A = -k_4 f_{(a)(b)}{}^A , \tag{3}$$

где k_4 – средняя кривизна CP^2; $(a), (b)$ – индексы, соответствующие касательному к CP^2-пространству. Нетрудно проверить, что структурные константы $f_{(a)(b)}{}^A$ удовлетворяют условию самодуальности и, следовательно, калибровочное поле, задаваемое тензором напряженностей (3), является $SU(2)$-инстантоном на CP^2, инвариантным (с точностью до калибровочных $SU(2)$-преобразований) относительно группы $SU(3)$.

3. Рассмотрим риманову структуру пространства $E(CP^2, S^3, SU(2))$. Спиновая связность $\omega_{(m)(n)p}$ ($(m), (n)$ – индексы касательного пространства), согласованная с метрикой (2), имеет вид [7]:

$$\omega_{(i)(j)k} = \omega^{S^3}_{(i)(j)k} , \quad \omega_{(i)(j)a} = -K^B{}_{(i)} K^C{}_{(j)} C_{BC}{}^A \theta_{Aa} ,$$

$$\omega_{(i)(a)k} = 0, \quad \omega_{(i)(a)b} = \frac{1}{2\sqrt{k_3}} K_{A(i)} F^A_{(a)b} ,$$

$$\omega_{(a)(b)i} = -\frac{1}{2k_3} F^A_{(a)(b)} K_{Ai} , \quad \omega_{(a)(b)c} = \omega^{CP^2}_{(a)(b)c} - \frac{1}{4k_3} \theta_{cA} F^A_{(a)(b)} , \tag{4}$$

а тензор кривизны $R^{(m)}{}_{(n)(l)(p)}$ связности (4) с учетом (1), (3) принимает следующий вид в обозначениях дифференциальных форм ($\Omega^{(m)}{}_{(n)} = R^{(m)}{}_{(n)(l)(p)} e^{(l)} \lambda e^{(p)}$):

$$\Omega^{(a)}{}_{(b)} = \Omega^{CP^2(a)}{}_{(b)} - 6m^2 e^{(a)} \lambda e_{(b)}, \quad \Omega^{(i)}{}_{(k)} = 2m^2 e^{(i)} \lambda e_{(k)}, \quad \Omega^{(i)}{}_{(a)} = 2m^2 e^{(i)} \lambda e_{(a)}, \tag{5}$$

где, вследствие (1), кривизны k_4 и k_3 выражаются через параметр m так: $k_4 = 6k_3 = 24m^2$; $e^{(a)} = e^{(a)}_a(y)dy^a$; $e^{(i)} = e^{(i)}_i(z)dz^i + \frac{1}{\sqrt{k_3}} \theta^A_a K^{(i)}_A dy^a$ – реперные формы на пространстве $E(CP^2, S^3, SU(2))$;

$$K^{(i)}_A = \frac{1}{\sqrt{k_3}} e^{(i)}_i K^i_A ; \quad \Omega^{CP^2(a)}{}_{(b)} = k_4 \left(f^{(a)}{}_{(b)A} f_{(c)(d)}{}^A + f^{(a)}{}_{(b)8} f_{(c)(d)}{}^8 \right) e^{(c)} \lambda e^{(d)} .$$

4. Таким образом, пространство $E(CP^2, S^3, SU(2))$ с римановой структурой, задаваемой (1) – (5), является решением Френда – Рубина. Как было показано [2, 4] максимальное число ненарушенных суперсимметрий 4-мерного сектора теории в решениях Френда – Рубина характеризуется числом независимых 8-компонентных спиноров η, инвариантных относительно преобразований $C_{(m)(n)}$:

$$C_{(m)(n)} \eta = (R_{(m)(n)}{}^{(p)(s)} - m^2 \delta^{(p)}_{[(m)} \delta^{(s)}_{(n)]}) \Gamma_{(p)} \Gamma_{(s)} \eta = 0, \tag{6}$$

генерирующих подгруппу группы Spin(7) ($\Gamma_{(m)}$ – матрицы Дирака размерности 8 x 8). В рассматриваемом случае $C_{(m)(n)}$ принимают вид

$$C_{(i)(j)} = C_{(i)(b)} = 0, \; C_{(a)(b)} = R^{CP^2}_{(a)(b)}{}^{(c)(d)} \Gamma_{(c)} \Gamma_{(d)} - 8m^2 \Gamma_{(a)} \Gamma_{(b)} \tag{7}$$

и, как нетрудно проверить, образуют алгебру Ли группы $SU(2)$, оставляющей инвариантными четыре спинора. Однако можно показать, что уравнение $\left(D_n - \frac{1}{2} m \Gamma_n\right) \eta = 0$, для которого (6) является условием интегрируемости [2], имеет только три решения, поэтому

рассмотренная вакуумная конфигурация сохраняет $N=3$ суперсимметрию в эффективной $d = 4$ теории.

5. Можно показать, что если $k_4 = \frac{6}{5} k_3 = \frac{40}{3} m^2$, то метрика (2) также является эйнштейновской и в случае $E(S^4, S^3, SU(2))$ соответствует "squashed" – S^7 [2], а в случае $E(CP^2, S^3, SU(2))$ пространству $SU(3)/U(1)$ с деформированной канонической метрикой. Такие вакуумные конфигурации сохраняют $N=1$ суперсимметрию в $d=4$.

6. Вследствие теоремы работы [4] полными группами симметрий найденных вакуумных состояний являются супергруппы $OSp(4,3) \times SU(3)$, $OSp(4,1) \times SU(3) \times SU(2)$ соответственно.

В заключение отметим, что все известные решения Френда – Рубина, а также ряд новых (среди которых есть сохраняющие $N=2$ суперсимметрию), образуют класс пространств, компактификация в которые происходит в два этапа: на первом, как и в классической теории Калуцы – Клейна, образуются S^1-сфера и абелево калибровочное поле, которое на втором этапе обеспечивает компактификацию 6-мерного пространства и образование различных вакуумных состояний $d = 11$ супергравитации.

Литература

1. *Freund P.G.O., Rubin M.A.* Phys. Lett., 1980, **97B**, 233.
2. *Awada M.A., Duff M.J., Pope C.N.* Phys. Rev. Lett., 1983, **50**, 294; *Duff M.J., Nilsson B.E.W., Pope C.N.* Nucl. Phys., 1983, **B223**, 433; Phys. Lett., 1983, **129B**, 39.
3. *Witten E.* Nucl. Phys., 1981, **B186**, 412.
4. *Castellani L., D'Auria R., Fré P.* Turin preprint, 1983, IFTT 427.
5. *Percacce R., Randjbar–Daemi S.* J. Math. Phys., 1983, **24**, 807.
6. *Волков Д.В., Ткач В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1980, **32**, 681; ТМФ, 1982, **51**, 171; *Randjbar–Daemi S., Percacci R.* Phys. Lett., 1982, **B117**, 41; *Волков Д.В., Сорокин Д.П., Ткач В.И.* Письма в ЖЭТФ, 1983, **38**, 397.
7. *Luciani E.* Nucl. Phys., 1978, **B135**, 111.

Харьковский
физико-технический институт
Академии наук Украинской ССР

Поступила в редакцию
5 июня 1984г.
12 сентября 1984г.