Письма в ЖЭТФ, том 40, вып. 8, стр. 362 – 364 *25 октября 1984 г.*

О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ В КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ С γ_5-АНОМАЛИЯМИ

Н.В.Красников

Предложен способ калибровочно инвариантной перенормировки для теорий с γ_5-аномалиями, заключающийся во введении в лагранжиан нелокального калибровочно неинвариантного контрчлена. На примере точно решаемой модели (модификация модели Швингера) показано, как работает предложенный метод.

Как известно, существование γ_5-аномалий [1] в калибровочных теориях приводит к нарушению тождеств Уорда, т. е. к потере калибровочной инвариантности на квантовом уровне. Поэтому общепринято считать, что теории с γ_5-аномалиями являются внутренне противоречивыми. Встает естественный вопрос: можно ли восстановить калибровочную инвариантность в теориях с γ_5-аномалиями? Тривиальный способ это сделать – ввести в теорию дополнительные фермионы таким образом, чтобы в сумме γ_5-аномалии сокращались.

В настоящей статье мы предлагаем другой способ борьбы с γ_5-аномалиями. Предлагаемый метод сводится к введению в лагранжиан нелокального калибровочно неинвариантного контрчлена, восстанавливающего калибровочную инвариантность на квантовом уровне.

Рассмотрим двумерный лагранжиан вида

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi + A_{\mu}(e_V\bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi + e_A\bar{\psi}\gamma^{\mu}\gamma_5\psi). \qquad (1)$$

При $e_A = 0$ лагранжиан (1) совпадает с лагранжианом модели Швингера [2], решение которой хорошо известно. При $e_A \neq 0$ модель обладает γ_5-аномалиями. Интегрирование по ферми-полям дает

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{e_V^2}{2\pi}A_{\mu}\left(g^{\mu\nu} - \frac{\partial^{\mu}\partial^{\nu}}{\Box}\right)A_{\nu} + \frac{e_A^2}{2\pi}A_{\mu} \times$$

$$\times\left(-\frac{\partial^{\mu}\partial^{\nu}}{\Box}\right)A_{\nu} - \frac{e_V e_A}{2\pi}A_{\mu}(\partial^{\mu}\epsilon^{\nu\beta}\partial_{\beta} + \partial^{\nu}\epsilon^{\mu\beta}\partial_{\beta})\frac{1}{\Box}A_{\nu}, \qquad (2)$$

$$\int\mathcal{L}_{eff}d^2x = \frac{1}{i}\ln\int e^{iS}d\bar{\psi}d\psi. \qquad (3)$$

Выражение (2) для $\mathcal{L}_{eff}$ при $e_A \neq 0$ не является калибровочно инвариантным. Для восстановления калибровочной инвариантности теории введем в лагранжиан (1) контрчлен

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{e_A^2}{2\pi}A_{\mu}\left(\frac{\partial^{\mu}\partial^{\nu}}{\Box}\right)A_{\nu} + \frac{e_V e_A}{2\pi}A_{\mu}(\partial^{\mu}\epsilon^{\nu\beta}\partial_{\beta} + \partial^{\nu}\epsilon^{\mu\beta}\partial_{\beta})\frac{1}{\Box}A_{\nu}. \qquad (4)$$

С учетом контрчлена (4) эффективный лагранжиан становится калибровочно инвариантным

$$\mathcal{L}'_{eff} = \mathcal{L}_{eff} + \Delta\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{e_V^2}{2\pi}A_{\mu}\left(g^{\mu\nu} - \frac{\partial^{\mu}\partial^{\nu}}{\Box}\right)A_{\nu}. \qquad (5)$$

Эффективный лагранжиан (5) описывает свободную скалярную частицу с массой $m = e_V/\sqrt{\pi}$. Лагранжиан $\mathcal{L} + \Delta\mathcal{L}$ в представлении бозонизации [3] эквивалентен лагранжиану (в представлении бозонизации

$$i\bar{\psi}\hat{\partial}\psi \sim \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\sigma)^2, \qquad \bar{\psi}\gamma^{\mu}\psi \sim \frac{1}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{\mu\nu}\partial_{\nu}\sigma),$$

$$\mathcal{L} + \Delta\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_{\mu}\sigma'\partial^{\mu}\sigma' - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{e_V}{\sqrt{\pi}}\sigma'\epsilon^{\mu\nu}\partial_{\mu}A_{\nu}, \qquad (6)$$

$$\sigma' = \sigma + \frac{e_A}{\sqrt{\pi}}d,$$

$$A_{\mu} = A_{\mu\perp} + \partial_{\mu}d, \qquad \partial_{\mu}A_{\mu\perp} = 0.$$

Лагранжиан (6) инвариантен относительно преобразований

$$A_{\mu} \to A_{\mu} + \partial_{\mu}\alpha,$$

$$\sigma \to \sigma - \frac{e_A}{\sqrt{\pi}}\alpha \qquad (7)$$

Таким образом, введение контрчлена $\Delta\mathcal{L}$ приводит к восстановлению калибровочной инвариантности и дает вполне осмысленную модель. Заметим, что поле $\sigma(x)$, а стало быть токи $j_{\mu}(x)$ и $j^5_{\mu}(x)$ становятся при $e_A \neq 0$ зависящими от калибровки.

В качестве четырехмерного примера рассмотрим аксиальную электродинамику. Лагранжиан модели есть

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi + e\bar{\psi}\gamma_{\mu}\gamma_5\psi A^{\mu} . \tag{8}$$

Лагранжиан (8) инвариантен на классическом уровне относительно преобразований

$$A_{\mu} \to A_{\mu} + \partial_{\mu}\alpha,$$
$$\psi \to \exp(i\alpha\gamma_5 e)\psi. \tag{9}$$

Модель (8) обладает γ_5-аномалией, наличие которой приводит к потере калибровочной инвариантности [1]. В данной модели аномалия возникает на однопетлевом уровне в трехточечной фермионной функции аксиального тока. А именно, явное вычисление приводит к отсутствию поперечности для трехточечной функции Грина:

$$(p+q)_{\alpha}G_3^{\alpha\mu\nu}(p,q) = -\frac{i}{6\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}p_{\alpha}q_{\beta}, \tag{10}$$

$$G_3^{\alpha\mu\nu}(p,q) = \int e^{-ipx-iqy} < 0 \mid T(J_5^{\mu}(x)J_5^{\nu}(y)J_5^{\alpha}(0)) \mid 0 > d^4x d^4y,$$
$$J_5^{\mu} = \bar{\psi}\gamma^{\mu}\gamma_5\psi$$

Как следствие, эффективное действие (3) $S_{eff}(A)$ в аксиальной электродинамике (8) не является калибровочно инвариантным. Предлагаемый способ устранения γ_5-аномалий сводится к введению контрчлена

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{1}{3!}\frac{e^3}{2\pi^2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\partial_{\mu}A_{\alpha}\partial_{\nu}A_{\beta}\frac{1}{\Box}\partial^{\lambda}A_{\lambda} . \tag{11}$$

Нетрудно проверить, что эффективный лагранжиан $\mathcal{L}'_{eff} = \mathcal{L}_{eff} + \Delta\mathcal{L}$ является калибровочно инвариантным. Контрчлен $\Delta\mathcal{L}$ возникает только на однопетлевом уровне. Действительно, нарушение тождеств Уорда возникает вследствие отсутствия калибровочно инвариантной регуляризации в теориях с киральными фермионами. После же интегрирования по ферми-полям мы можем работать с эффективным бозонным лагранжианом, для которого существуют калибровочно инвариантные регуляризации. Модифицированная теория с нелокальным контрчленом $\Delta\mathcal{L}$ является перенормированной. Это следует из того факта, что вклад контрчлена $\Delta\mathcal{L}$ в функции Грина в поперечной калибровке зануляется. Поскольку контрчлен $\Delta\mathcal{L}$ является эрмитовым, мы можем ожидать, что S-матрица в такой теории будет унитарной. Однако, вследствие нелокальной структуры контрчлена (11) свойство локальности теории отнюдь не очевидно.

Я благодарен В.А.Матвееву, В.А.Рубакову и А.Н.Тавхелидзе за интерес к работе и полезные замечания.

Литература

1. *Adler S.* Phys. Rev., 1969, **177**, 1426; *Belland J., Jackiw R.* Nuovo Cim., 1969, **60A**, 47; *Bardeen W.* Phys. Rev., 1969, **184**, 1848.
2. *Schwinger J.* Phys. Rev., 1982, **128**, 2425.
3. *Coleman S.* Ann. Phys., 1976, **101**, 239; *Mandelstam S.* Phys. Rev., 1975, **D11**, 3026.

Институт ядерных исследований
Академии наук СССР

Поступила в редакцию
11 сентября 1984г.